

PRINCIPES

DE

THERMODYNAMIQUE.

PRINCIPES

DE

THERMODYNAMIQUE,

PAR

PAUL DE SAINT-ROBERT.

SECONDE ÉDITION.





TURIN ET FLORENCE
HERMANN LOESCHER.
1870.

IMPRIMERIE DE B. G. TEUBNER, LEIPSIC.

Préface de la seconde édition.

Cette seconde édition diffère beaucoup de la première, si non par le fond, au moins par la forme. Persuadé qu'on ne saurait apporter trop de soin à la rédaction d'un livre, quel qu'il soit, et qu'il n'y a qu'à gagner à suivre le précepte d'Horace:

Sæpe stylum vertas, iterum, quæ digna legi sint,
Scripturus . . . . .,

j'ai remanié complétement mon premier travail; j'y ai

Ajouté quelquefois, et souvent **effacé.**

Une théorie peut rarement être saisie dans tous ses détails, si on ne l'applique à de nombreux exemples. C'est ce qui m'a fait penser à introduire dans cette seconde édition un recueil de problèmes dont les solutions dépendent des principes exposés dans le cours de l'ouvrage. J'espère que cette addition donnera de l'intérêt à l'étude un peu aride de la science pure, et en fera mieux comprendre l'utilité et la portée.

L'exposition d'une science a pour complément naturel l'historique de son invention. Rien n'est,

en effet, plus instructif que de remonter à l'origine des découvertes, et de suivre la filiation des idées qui ont conduit à la conquête de vérités nouvelles; comme aussi rien n'est plus intéressant que de connaître les vicissitudes de la vie des hommes d'élite qui ont reculé les limites du savoir humain. La postérité oublie trop facilement le nom de ces bienfaiteurs de l'humanité; elle jouit des progrès réalisés par ceux qui l'ont précédée, sans se rappeler à quel prix ils ont été obtenus.

Pour répondre en partie à cette double pensée, j'ai inséré, dans deux notes, à la fin de l'ouvrage, quelques détails historiques sur la vie et les travaux des deux hommes à qui l'on doit la découverte des principes fondamentaux de la Thermodynamique.

Parmi les ouvrages qui ont paru sur cette matière, depuis la publication de la première édition, il en est un qui se distingue autant par la netteté des idées que par la clarté de l'exposition: c'est l'ouvrage d'un savant enlevé trop tôt aux sciences, d'un savant qui avait le don de répandre la plus vive lumière sur les questions qu'il traitait, de M. Verdet.[1]) Je me suis permis de lui faire de larges emprunts.

Dans cette nouvelle édition, pas plus que dans la précédente, je ne me suis préoccupé de la nature de la chaleur. La Thermodynamique est in-

1) *Théorie mécanique de la chaleur par E. Verdet, publiée par MM. Prudhon et Violle, tome 1.* Paris, 1868. C'est le tome VII des œuvres de Verdet, publiées par les soins de ses élèves.

dépendante de toute hypothèse sur la cause de la chaleur, bien qu'on croie ordinairement le contraire.

On peut faire remonter à une époque assez éloignée l'opinion que la chaleur n'est qu'un mouvement des particules des corps. Mais cette conception a été stérile tant qu'on n'a pas eu l'idée de comparer la chaleur avec la force vive sensible des corps, ou avec le travail mécanique développé. Aussi longtemps qu'on s'est borné à ne comparer la chaleur qu'avec elle-même, il importait assez peu qu'on la considérât comme un fluide matériel indestructible, ou comme un mouvement.

L'hypothèse qui fait de la chaleur un mouvement moléculaire, bien loin d'avoir servi de fondement à la Thermodynamique, a reçu de celle-ci un appui qu'elle ne pouvait trouver ailleurs.

Les fondements de la Thermodynamique sont bien plus solides qu'une hypothèse quelconque sur la nature de la chaleur, hypothèse dont la vérification directe ne saurait jamais être possible. La Thermodynamique part d'un principe évident en lui-même, incontestable: du principe qu'il est impossible dans la nature que quelque chose se fasse avec rien. C'est, sous une autre forme, le principe de l'impossibilité du mouvement perpétuel.

De même que pour la chaleur, on en est venu à regarder tous les autres phénomènes qu'on rapportait autrefois aux agents impondérables comme de simples mouvements de la matière. C'est une

conception très-séduisante, mais dont la réalité n'est malheureusement pas prouvée. Il nous est facile de concevoir, au moins d'une manière générale, que tous les phénomènes de la nature puissent consister en de certains mouvements de la matière; c'est même une explication qui sert admirablement à peindre ces phénomènes aux yeux de l'esprit. Mais jusqu'ici on n'a pu démontrer la réalité de ces mouvements, et nous sommes encore loin d'atteindre cette grande unité de cause que nous entrevoyons sans pouvoir la démontrer.

Il me paraît que, pour le moment, l'on doit se contenter de répéter ce que Pascal disait en parlant de la physique cartésienne. „Il faut *dire en gros:* cela se fait par matière et mouvement", sans avoir la prétention d'ériger un aperçu vague en une explication scientifique dont le temps n'est pas encore venu.

Mais ce que nous pouvons affirmer dès aujourd'hui, c'est que toutes les énergies de la nature se transforment les unes dans les autres, suivant des rapports fixes; et que la somme des énergies d'un système livré à lui-même reste invariable. Telle est la grande loi qui doit renouveler la physique, et à laquelle les anciens n'ont pas su s'élever, bien qu'ils aient tenté d'expliquer tout par le mouvement.

Cette loi, qui sera probablement le plus beau titre scientifique de notre époque, n'est pas encore appréciée suffisamment par tous les esprits. Un

savant mathématicien, qui m'a fait l'honneur de s'occuper de cet ouvrage, s'est exprimé en ces termes: „Quelques physiciens ne doutent pas que „la chaleur, le magnétisme, l'électricité ne soient „que des formes diverses de la même cause: „on pourrait, avec autant de raison, dire que „l'alcool, l'or, l'hydrogène sont des formes diverses „de la même substance. Et pourquoi? Parce qu'il „nous convient de réduire tout à la simplicité et „à l'uniformité.“ 1)

Je me permettrai à cet égard une simple remarque. Bien qu'à mon avis il ne soit pas absurde de considérer les différents corps comme étant des modifications d'une matière unique, néanmoins on n'est pas jusqu'ici parvenu à en opérer la transmutation et fort probablement on n'y parviendra jamais; tandis qu'une foule de phénomènes nous montrent la transformation des énergies de la nature les unes dáns les autres.

L'éclairage des phares par la lumière électrique présente un exemple frappant de ces transformations. Une machine à vapeur y transforme d'abord la chaleur engendrée par la combustion du charbon

---

1) Qualche Fisico disse non doversi dubitare che calorico, magnetico, elettrico non sieno che forme di una medesima causa: con eguale fondamento potrebbe dirsi che alcool, oro ed idrogeno sono forme di una medesima sostanza. E perchè? Perchè a noi accomoda di ridurre tutto a semplicità ed uniformità.

Ottava rivista di giornali presentata nel 28 gennaio 1866 dal Prof. Giusto Bellavitis. Vol. XI, serie III degli Atti dell' Istituto veneto di scienze, lettere ed arti.

en une certaine quantité de travail mécanique; celui-ci est ensuite transformé, à l'aide d'une machine magnéto-électrique, en électricité, qui à son tour se transforme en lumière. Ainsi la chaleur, passant par les états divers, travail mécanique, électricité, finit par devenir lumière. On peut par la pensée remonter plus loin: la chaleur engendrée par la combustion du charbon n'est qu'une transformation de l'énergie potentielle chimique qui y réside; et cette énergie n'est qu'une autre forme de l'énergie des rayons solaires sous l'influence desquels ont végété les plantes qui ont servi à la formation du charbon. Ainsi, les rayons que le soleil répandait sur la surface terrestre à l'époque de la formation de la houille, après être restés enfouis, pendant des milliers d'années, dans les entrailles de la terre, viennent aujourd'hui, en passant par une foule de transformations, et, pour ainsi dire, en se révivifiant, reprendre leur état primitif, et diriger la route des navigateurs pendant la nuit.

Mais ces questions sont étrangères à mon sujet: dans cet écrit, je ne m'occupe que de la transformation de la chaleur en travail mécanique et, réciproquement, du travail en chaleur.

Aussi longtemps qu'on n'a pas su que la chaleur pouvait disparaître et se convertir en travail mécanique, il était naturel de regarder la quantité de chaleur Q qu'il est nécessaire de fournir à un corps, pour le constituer dans un nouvel état différent d'un premier état donné, comme étant une

fonction de deux des trois variables: le volume v, la pression p, la température t. C'est, en effet, ce qu'ont supposé tous les géomètres de la génération passée, les Laplace, les Poisson, etc. D'après ces idées, l'accroissement infiniment petit dQ de la quantité de chaleur, qui résulte de l'accroissement simultané de p et de t, serait représenté par

$$dQ = \frac{dQ}{dp}\,dp + \frac{dQ}{dt}\,dt,$$

où les deux coefficients différentiels partiels satisfont à la condition

$$\frac{d^2Q}{dp\,dt} = \frac{d^2Q}{dt\,dp}.$$

Mais dès qu'on s'aperçut que le travail produit par la dilatation d'un corps fait disparaître une partie de la chaleur absorbée par ce corps, en passant d'un état à un autre, il devint évident qu'on ne peut plus considérer la quantité de chaleur Q comme étant une fonction de deux variables indépendantes; car cette quantité ne dépend pas seulement de l'état final, mais aussi du travail développé dans le passage de l'un à l'autre état, travail qui peut varier d'une infinité de manières.

Dans ce cas, l'accroissement de la chaleur qui correspond à un accroissement d'une des variables, tandis que l'autre reste constante, est bien une fonction déterminée des deux variables, mais n'est pas le coefficient différentiel, par rapport à l'une des variables, de la quantité Q, puisque celle-ci ne peut être exprimée en fonction des deux varia-

bles indépendantes, et ne peut être déterminée qu'en établissant une certaine relation entre ces mêmes variables.

Cependant M. Clausius, l'un des savants qui ont le plus contribué au développement mathématique de la nouvelle science de la chaleur, écrit, même dans ce cas,

$$dQ = \frac{dQ}{dp}\, dp + \frac{dQ}{dt}\, dt,$$

tout en prévenant que les deux quantités

$$\frac{dQ}{dp}, \qquad \frac{dQ}{dt}$$

ne satisfont point à la condition d'intégrabilité

$$\frac{d^2Q}{dp\, dt} = \frac{d^2Q}{dt\, dp}.$$

Il me paraît que cet algorithme ne peut que produire de la confusion; c'est pourquoi j'ai préféré employer, dans ce cas, une autre notation à la place des coefficients différentiels partiels. Je désigne l'accroissement infiniment petit de Q qui résulte du passage de p à $p + dp$, tandis que t reste constant, par

$$(Q_t)_p\, dp;$$

et l'accroissement de Q qui correspond à l'accroissement de t, la pression p demeurant constante, par

$$(Q_p)_t\, dt.$$

Je désigne d'une manière analogue les autres quantités de chaleur qu'on a à considérer.

Excepté cette innovation, que je n'avais pas

introduite dans la première édition, je me suis efforcé, autant que possible, de conserver les notations et jusqu'aux lettres mêmes employées par mes devanciers. Pour ma part, je trouve fort regrettable l'habitude qu'ont certains auteurs de changer sans besoin les notations employées par les fondateurs de la science dont ils s'occupent. La lecture des travaux de mathématique, tout hérissés de formules, n'est pas déjà si attrayante, qu'on doive la rendre encore plus difficile par des changements continuels de notation. Selon moi, on ne saurait trop s'élever contre la tendance qu'ont certains mathématiciens à introduire à tout moment des signes et des mots nouveaux pour des choses qu'on aurait pu fort bien exprimer par des signes et des mots connus de tout le monde. Du reste, ces savants en sont les premières victimes, car ils éloignent les lecteurs de leurs écrits. Les plus grands géomètres, les Euler, les Laplace, les Gauss, etc. n'ont pas eu besoin de ces moyens pour écrire leurs immortels ouvrages.

De même, pour me conformer à la règle d'éviter les néologismes, je m'en suis tenu aux mots *force*, *travail*, *force vive* avec la signification qu'on leur donne en France, dans les traités récents de mécanique.

Malheureusement, le mot *force* a différentes acceptions qui sont une cause incessante de confusion. Tantôt on entend par force une pression, une poussée, une traction; tantôt c'est une quan-

tité de mouvement; tantôt c'est le travail dont un agent est capable, comme lorsqu'on dit: la force de la poudre, la force d'une machine à vapeur, ou comme dans les phrases: corrélation des forces physiques, transformation des forces naturelles, unité des forces physiques, conservation de la force, etc., où le mot force est pris dans le sens d'une capacité de travail mesurable en kilogrammètres, et non d'une pression s'exprimant en kilogrammes.

Il est fâcheux que l'on comprenne dans la même dénomination toutes ces choses distinctes. On éviterait les équivoques, si, toutes les fois qu'on parle de force, on voulait bien définir ce qu'on entend par ce mot, et ne pas attribuer à ce même mot, quelquefois à peu de distance, des significations diverses.

En restreignant, comme je le fais, l'acception du mot force à une pression, on sent souvent le besoin d'en avoir un autre pour désigner la capacité de travail. Leibnitz employait le mot *puissance*. Le fondateur de la science qui forme le sujet de cet écrit, Sadi Carnot, nommait *puissance motrice* ce que nous appelons aujourd'hui *travail moteur*. Les auteurs anglais ont adopté récemment le mot *énergie* qu'ils distinguent en *énergie cinétique* (force vive) et en *énergie potentielle*.

J'aurais préféré le mot puissance à celui d'énergie; mais comme ce dernier commence à avoir droit de cité, j'ai cru devoir l'adopter.

Pour faciliter les calculs numériques relatifs à

la vapeur saturée d'eau, je donne, à la fin de cet ouvrage, un tableau très-étendu contenant les quantités qui se présentent à tout moment dans les applications de la Thermodynamique à la vapeur d'eau. Ce tableau a été calculé par M. l'ingénieur Hyacinthe Gautero. Qu'il me soit permis de le remercier publiquement de son obligeant concours.

Avant de terminer, il me reste un agréable devoir à remplir: celui d'adresser mes plus vifs remercîments à mes amis M. l'ingénieur Germain Sommeiller et MM. les Prof[rs] Gilbert Govi, Jacques Moleschott, Auguste Gras, Charles Marello qui ont bien voulu me prêter leur précieux secours, particulièrement dans la révision des épreuves. Je leur offre ici l'expression de ma reconnaissance.

Turin, décembre 1869.

PAUL DE SAINT-ROBERT.

Préface de la première édition.

Newton écrivait en 1686, dans sa préface aux *Principes mathématiques de la philosophie naturelle:* „Utinam cætera naturæ phænomena ex principiis „mechanicis eodem argumentandi genere derivare „liceret.“ Ce vœu, en ce qui concerne la théorie de la chaleur, a été partiellement rempli de nos jours. Grâce à l'idée heureuse émise pour la première fois en 1842 par M. Mayer sur l'équivalence de la chaleur et du travail mécanique, grâce aux réflexions antérieures très-ingénieuses de Sadi Carnot *sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance*, publiées en 1824, grâce aux expériences célèbres de M. Joule, grâce enfin aux développements mathématiques de MM. W. Thomson, Rankine, Clausius, etc., une nouvelle science a surgi qui vient jeter un pont entre la mécanique d'une part et la physique et la chimie de l'autre, science d'une haute portée philosophique et pratique: car c'est elle qui nous permettra un jour de pénétrer le mystère de la constitution intérieure des corps, et qui nous permet dès aujourd'hui de nous former une idée nette des machines thermiques.

Les principes de la nouvelle théorie de la chaleur, bien que formulés depuis plus d'une douzaine d'années par l'œuvre principalement de MM. W. Thomson, Rankine et Clausius, sont encore assez peu répandus. Il existe même des savants qui les regardent avec une certaine défiance. Cependant, excepté les mathématiques pures, il est peu de sciences qui soient assises sur des bases plus solides.

Ayant consacré quelque temps à étudier les publications qui s'y rapportent et qui sont éparses dans les divers recueils scientifiques, la plupart anglais et allemands, j'ai pensé que je ferais peut-être un travail utile en réunissant en un petit volume les éléments de cette science nouvelle. C'est une œuvre de concentration et de simplification que j'ai tentée.

Si elle peut contribuer à la diffusion d'une science devenue désormais indispensable aux ingénieurs, aux physiciens et aux chimistes, je m'applaudirai de l'avoir entreprise.

Ce travail est divisé en huit chapitres: les quatre premiers sont destinés à l'exposition des principes; les chapitres suivants renferment l'application de ces principes à l'expansion des corps accompagnée ou non de travail mécanique extérieur, à l'écoulement des fluides, au mouvement des projectiles dans les armes à feu, aux machines thermiques.

Dans la rédaction de plusieurs parties, j'ai pu m'aider des ouvrages de MM. Turazza, Hirn, Verdet, Combes, auxquels j'ai fait des emprunts.

Pour ce qui concerne le mouvement des projectiles, j'ai été réduit à mes seules ressources. En 1860 l'Académie des Sciences de Bruxelles proposa, comme sujet de prix, la question suivante: „On „demande si le principe de Joule est applicable „aux effets de la poudre dans les bouches à feu. „Dans la négative ou dans l'affirmative, déter„miner les conditions des mouvements des gaz „produits par la déflagration de la poudre dans „l'âme des bouches à feu et, subsidiairement, dans „d'autres circonstances.“ Mais il paraît que ce concours n'a pas eu de résultat.

La détermination du mouvement des gaz de la poudre dans les bouches à feu, même en n'ayant point égard à la chaleur qui disparaît pendant le phénomène, est une question très-ardue sur laquelle se sont exercés les géomètres les plus illustres, tels qu'Euler et Lagrange, et de savants artilleurs, parmi lesquels il me suffira de citer M. le général Piobert. Depuis que de nouvelles idées sur la chaleur ont été introduites dans la science, c'est une question à reprendre.

Je sens tout ce que peut avoir d'imparfait la solution que j'en donne dans le chapitre VII. Ceux qui connaissent les difficultés dont elle est hérissée, l'accueilleront, je l'espère, avec indulgence.

Turin, avril 1865.

PAUL de SAINT-ROBERT.

Chapitre I.

Notions Préliminaires.

1. Nature de la Chaleur. — La nature intime de la chaleur ne nous est point connue; autrefois on y voyait un fluide matériel, impondérable, susceptible de se combiner avec la substance des corps; aujourd'hui on y voit l'effet d'un simple mouvement des particules des corps.

Ces hypothèses ou d'autres qu'on pourrait former sur la nature de la chaleur, ne sont point nécessaires pour en établir la théorie. L'examen attentif des faits que l'observation et l'expérience nous fournissent, aidé du puissant instrument de l'analyse mathématique, suffit pour établir les lois que suivent ses effets, sans invoquer aucune hypothèse sur sa nature intime.

Nous regarderons donc la chaleur comme un principe dont nous ignorons la nature et nous ne nous occuperons que de ses effets.

2. Division de la théorie de la chaleur. — Les effets principaux de la chaleur sont de deux ordres: les premiers consistent dans son passage d'un corps

aux autres corps, à distance ou au contact, et d'une partie aux autres parties du même corps; les seconds se rapportent aux mouvements produits et aux obstacles surmontés par son action.

La théorie de la chaleur comprend donc deux parties: l'une relative aux lois de sa communication de proche en proche dans l'intérieur des corps et à distance entre des corps différents; l'autre qui concerne la détermination des effets mécaniques produits par la chaleur dans les corps.

La première partie a été traitée par Fourier[1]), par Poisson[2]), par Duhamel[3]), par Lamé[4]), sous le titre de *Théorie analytique* ou *mathématique de la chaleur*. La seconde n'a été traitée que dans ces derniers temps et a reçu le nom de *Théorie dynamique* ou *mécanique de la chaleur*, ou plus brièvement de *Thermodynamique*.

On pourrait appeler la première, *Théorie de la propagation de la chaleur*, et la seconde, *Théorie de la transformation de la chaleur:* car nous verrons, par la suite, que dans tous les effets mécaniques de la chaleur, il y a toujours conversion de chaleur en travail mécanique et *vice versa* de travail en chaleur.

Nous nous en tiendrons à la dénomination de *Thermodynamique*, en la définissant: La scieuce qui

1) Fourier (Joseph), né en 1768 à Auxerre, mort en 1830.
2) Poisson (Siméon Denis), né en 1781 à Pithiviers, mort en 1840.
3) Duhamel (Jean Marie Constant), né en 1797 à Saint-Malo.
4) Lamé (Gabriel), né en 1795 à Tours.

traite des effets mécaniques dus à la chaleur, et de la chaleur produite par les agents mécaniques.

Ses principaux fondateurs sont: Sadi Carnot[1]) 1824, MM. Mayer[2]) 1842, Joule[3]) 1843, Thomson[4]), Rankine[5]), Clausius[6]) etc. (Voyez la liste des principaux ouvrages qui ont paru sur la Thermodynamique.)

3. Evaluation numérique de la chaleur.[7]) — On conçoit que la chaleur, quelle qu'en soit la cause, puisse être représentée par des nombres à l'égal de toutes les autres quantités.

Il est évident, par exemple, que la chaleur développée par la combustion de 1 kilogr. de charbon est la moitié de celle dégagée par 2 kilogr. et le tiers de celle produite par 3 kilogr., etc. Donc des quantités de chaleur peuvent être inégales et se comparer entre elles, comme les quantités de toute autre nature qu'on soumet au calcul.

---

1) Carnot (Sadi), fils du célèbre Carnot, né en 1796 à Paris, Capitaine du génie, mort en 1832.

2) Mayer (Jules Robert), né en 1814 à Heilbronn, médecin.

3) Joule (James Prescott), né en 1818 à Manchester.

4) Thomson (William), né en 1824 à Belfast (Irlande), Professeur à Glasgow.

5) Rankine (William John Macquorn), né en 1820 à Edimbourg, Ingénieur à Glasgow.

6) Clausius (Rodolphe Jules Emmanuel), né en 1822 à Cöslin (Poméranie), Professeur à Wurtzbourg.

7) Nous n'entendons pas rappeler ici les notions qu'on trouve dans tous les Traités de Physique. Notre but n'est que de préciser certaines définitions pour qu'il ne reste rien de vague dans l'idée qu'on doit se former des quantités que nous aurons occasion d'employer.

Le moyen le plus direct de découvrir ces rapports consiste à employer la chaleur qu'on veut mesurer à produire un même effet toujours identique, dont la répétition puisse lui servir de mesure.

L'effet qu'on peut prendre est la fusion d'un poids déterminé de glace. Une quantité double ou triple de glace exigera évidemment une qnantité double ou triple de chaleur pour se liquéfier; de sorte qu'on évaluera la proportion de la chaleur, qu'on ne peut voir, par la quantité de glace fondue qu'on peut peser.

L'effet que nous choisirons est le passage de l'eau du point de la fusion de la glace au point de l'ébullition. Nous prendrons pour unité de chaleur, et nous nommerons *calorie*, la centième partie de la quantité de ce principe qui est nécessaire pour échauffer 1 kilogr. d'eau, en le portant du terme de la glace fondante jusqu'à l'ébullition, sous la pression de l'atmosphère représentée par la hauteur barométrique de $0^m,76$; ou, ce qui revient au même, nous nommerons calorie la quantité de chaleur qui est nécessaire pour échauffer 10 grammes d'eau depuis la glace fondante jusqu'à l'ébullition, sous la pression de $0^m,76$ de mercure.

Quand on dit qu'un kilogr. de houille développe en brûlant 7500 calories, il faut entendre par là qu'un kilogr. de houille peut en brûlant échauffer 75 kilogr. d'eau, et les porter du terme de la glace fondante au terme de l'eau bouillante.

Lorqu'on dit que la glace exige 79 calories pour

se fondre, cela veut dire que la chaleur nécessaire pour faire fondre 1 kilogr. de glace est égale à celle qu'il faudrait communiquer à un poids de $0^{k},79$ d'eau pour l'échauffer depuis la glace fondante jusqu'à l'ébullition.

4. Mesure des températures. — Lorsqu'on met en présence deux corps, entre lesquels ne peut s'exercer aucune action chimique et sur lesquels n'agit aucune force extérieure autre qu'une pression normale générale, il arrive, en général, que chacun des corps éprouve des variations de volume ou d'état, c'est-à-dire que chacun éprouve des effets de dilatation ou de contraction, ou devient de solide liquide, de liquide aériforme, ou réciproquement. Cette période de réaction réciproque des deux corps a pour conséquence finale un état d'équilibre qui persiste indéfiniment si aucune cause extérieure ne vient le troubler. On dit alors que les deux corps *sont en équilibre de température* ou que leurs *températures sont égales*. Il peut arriver que cet état d'équilibre soit réalisé dès le premier instant, c'est-à-dire que les deux corps mis en rapport conservent leur volume et leur état primitifs: alors les deux corps sont d'avance à la même température.

Mais, dans tout autre cas, on dit que les deux corps sont initialement à des *températures différentes*. Celui des deux qui fonctionne par rapport à l'autre comme une source de chaleur, c'est-à-dire qui détermine dans l'autre corps des effets de dila-

tation, de fusion ou de vaporisation, est dit avoir eu primitivement la *température la plus élevée*.

Concevons tous les corps de la nature rangés dans un ordre tel qu'un corps soit à une température plus élevée que tous ceux qui le précèdent et à une température moins élevée que tous ceux qui le suivent.

L'ordre ainsi établi sera évidemment unique, et un corps quelconque de la série ne pourra passer à l'état d'un corps qui le précède ou le suit qu'en traversant les états de tous les corps intermédiaires.

Maintenant concevons qu'on prenne un corps t et qu'on l'amène successivement à être en équilibre de température avec chacun des corps de la série. Dans chacune de ses positions successives, ce corps t aura un volume particulier, si l'on maintient la pression constante, ou une force élastique particulière, si l'on maintient le volume constant.

Pour caractériser d'une manière précise la température d'un corps quelconque de la série, il suffira de connaître la valeur correspondante du volume ou de la force élastique du corps t. Il suit en effet des définitions précédentes que si, relativement à deux corps, le corps t n'éprouve aucun changement, ces corps sont à la même température; que si, relativement à deux autres corps, il éprouve des changements, ces corps sont à des températures différentes.

Le corps t est ce qu'on nomme un *thermomètre*.

La *température* d'un corps est le nombre correspondant à l'état d'un thermomètre mis en équilibre avec ce corps.

Il y a évidemment une infinité de systèmes de nombres capables de représenter les états successifs du thermomètre. Dans les thermomètres usuels c'est le volume qu'on a choisi pour caractériser les états successifs; mais ce peut être la force élastique ou toute autre quantité qui varierait en passant d'un état à l'autre. On peut même prendre pour représenter la température une fonction quelconque de la variable qu'on adopte, pourvu qu'il n'y ait qu'une valeur seule de la fonction qui corresponde à chaque valeur de la variable.

Pour que le thermomètre marque exactement la température d'un corps, il faut que, pendant son contact avec celui-ci, il ne modifie en rien l'état du corps, c'est-à-dire il faut que la quantité de chaleur qu'il lui enlève, ou qu'il lui communique soit insensible. On peut satifaire à cette condition soit en employant un thermomètre d'une masse infiniment petite en comparaison de celle du corps, soit en entretenant, par un moyen quelconque, toutes les parties du corps dans un état permanent pendant toute la durée de son contact avec le thermomètre.

Il résulte de tout ce qui précède que le mot *température* désigne simplement un *nombre* qui satisfait aux deux conditions suivantes: deux corps où ce nombre a la même valeur sont en équilibre

de température, c'est-à-dire sont incapables de se modifier, si on les met en présence l'un de l'autre; deux corps où ce nombre a des valeurs différentes se modifient réciproquement. On peut trouver une infinité de nombres jouissant de ces propriétés, selon la diversité des conventions qu'on voudra faire.

La première convention à faire est celle qui regarde la définition des températures croissantes. On est convenu de prendre les températures croissantes dans le sens où l'on dit vulgairement qu'un corps est plus chaud qu'un autre. Pour préciser davantage, on a considéré deux états successifs d'un même corps, la glace fondante et l'eau bouillante, sous la pression de 760 millimètres de mercure, et l'on a regardé la température à laquelle s'accomplit le second phénomène comme plus élevée que celle qui accompagne le premier.

La deuxième convention se rapporte au nombre de parties dans lequel on divise l'intervalle compris entre les deux points fixes de la glace fondante et de l'eau bouillante, sous la pression de 760 mill. On a divisé cet intervalle en 100 parties nommées *degrés*.

En troisième lieu, pour définir les degrés de l'échelle des températures, nous rapporterons les accroissements successifs des températures à des accroissements successifs de chaleur. Ainsi, en désignant par C la quantité de chaleur nécessaire pour porter le corps thermométrique qu'on a choisi de la température de la glace fondante à celle de l'ébul-

lition de l'eau, la température t d'un corps sera donnée par l'état du thermomètre auquel on a communiqué

$$\frac{C}{100}\,t$$

calories, à partir du zéro que l'on aura choisi. De la sorte les températures sont des nombres proportionnels aux quantités de chaleur ajoutées à la substance dont est formé le thermomètre.

Il importe de remarquer qu'on ne serait point fondé à admettre que les quantités de chaleur introduites dans le corps, dont on mesure la température, soient aussi proportionnelles aux températures, à moins que la substance n'en soit identique avec celle du thermomètre. Il n'y a que l'expérience qui puisse en décider; et celle-ci prouve que la proportionnalité n'est qu'approchée pour chaque substance, et même seulement tant qu'elle se conserve au même état d'agrégation. Quand un corps change d'état d'agrégation, c'est-à-dire quand il devient de solide liquide, de liquide aériforme, ou réciproquement, la constante exprimant la proportionnalité varie notablement et non moins qu'en passant d'une substance à une autre.

On doit toujours avoir présent à l'esprit que la température n'exprime qu'un état apparent et sensible où les corps se trouvent amenés par l'action que la chaleur exerce sur eux, et qu'elle n'est proportionnelle exactement à la chaleur introduite dans le thermomètre que grâce à la convention que nous

avons faite relativement à la nature de la substance dont il est formé.

Une quatrième convention est celle qui est relative à la variable définissant les états successifs du thermomètre. Dans les thermomètres usuels, c'est le volume qu'on prend; nous choisirons la force élastique, à volume constant.

Une cinquième convention à faire est celle qui concerne le choix de la substance du thermomètre. Si l'on prend une substance quelconque, il arrivera que la force élastique ne sera pas proportionnelle à la quantité de chaleur absorbée ou émise, ou, en d'autres termes, il arrivera que des accroissements égaux de chaleur ne correspondront pas à des accroissements égaux de force élastique. Ainsi chaque substance exigera une graduation spéciale. Mais, si l'on pouvait trouver une substance exceptionnelle satisfaisant à la condition d'augmenter d'élasticité proportionnellement à la quantité de chaleur qu'elle reçoit, ce serait celle qu'il faudrait choisir pour le thermomètre, puisque, pour graduer cet instrument, il suffirait de diviser en parties égales l'espace compris entre les deux forces élastiques correspondantes aux points de repère.

Or, l'air atmosphérique et, en général, tous les gaz permanents satisfont presque complétement à cette condition. Ces corps, lorsqu'ils ne sont pas trop près de leur point de liquéfaction, augmentent de force élastique proportionnellement à la chaleur reçue, si on les maintient sous un volume constant;

ou se dilatent proportionnellement à la chaleur reçue, si on les maintient sous une pression constante. En réalité, il n'existe pas en nature un corps qui satisfasse rigoureusement à ces conditions; chaque gaz s'en approche d'autant plus qu'il est plus échauffé et plus raréfié. Mais rien n'empêche de supposer que le thermomètre soit formé d'un gaz satisfaisant rigoureusement à la condition que des accroissements égaux de chaleur y produisent des accroissements égaux de force élastique, quand le volume est maintenu constant, et des accroissements égaux de volume, quand la pression est entretenue constante. Nous appellerons *gaz parfait* un gaz qui satisfait à cette condition.

Une dernière convention se rapporte à l'adoption d'un zéro. Nous conviendrons de faire correspondre le zéro à la privation totale de chaleur. Les températures comptées à partir de ce point, qu'on nomme *zéro absolu*, sont dites *températures absolues*. Dans cet ouvrage nous omettrons le plus souvent l'adjectif absolues, parce que nous n'emploierons pas d'autres températures. Quand il nous arrivera d'indiquer des températures mesurées sur le thermomètre centigrade ordinaire, dit de Celsius, nous ferons suivre le chiffre indiquant le nombre de degrés de la lettre C.

Il nous reste à chercher à quel degré de notre échelle thermométrique correspond le point de la glace fondante, ou, en d'autres termes, la distance qui sépare le zéro absolu du zéro des thermomètres usuels.

Si l'on connaissait la quantité de chaleur renfermée dans la substance dont est formé le thermomètre, à la température de la glace fondante, il suffirait de diviser cette quantité de chaleur par le centième de la chaleur nécessaire pour porter le thermomètre de la température de la glace fondante à celle de l'eau bouillante. Le quotient exprimerait la distance entre le point de la glace fondante et celui de la privation de toute chaleur.

On ne peut connaître expérimentalement cette quantité de chaleur; mais on peut y suppléer par une autre donnée que l'expérience fournit, savoir, la force élastique correspondante aux deux points de repère.

M. Regnault[1]) a trouvé que la force élastique d'une masse d'air, maintenue au volume qu'elle possède à la température de la glace fondante, s'accroît dans le rapport de 1 à 1,365, en passant de cette température à celle de l'ébullition de l'eau, la pression initiale étant mesurée par une colonne de mercure d'environ $0^m,110$.[2]) Il a montré, en outre, que ce rapport n'est pas rigoureusement indépendant de la pression, comme on l'admettait avant lui, mais qu'il augmente légèrement en même temps que la pression. Ainsi lorsque celle-ci varie de $0^m,110$ à $3^m,656$, le rapport varie de 1,365 à 1,371.

1) Regnault (Henri Victor), né en 1811 à Aix-la-Chapelle, Membre de l'Institut.

2) Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut de France, T. XXI, 1847, p. 110.

Comme un gaz permanent s'approche d'autant plus d'un gaz parfait qu'il est plus raréfié, on doit s'en tenir au chiffre le plus bas pour exprimer, dans un gaz parfait, le rapport des deux forces élastiques correspondantes aux températures de la glace fondante et de l'eau bouillante.

Si l'on désigne par t_0 et t_1, ces deux températures, on aura

$$\frac{t_1}{t_0} = 1{,}365;$$

en retenant que ce chiffre péchera probablement par excès. On en déduit

$$\frac{t_1 - t_0}{t_0} = 0{,}365.$$

Or, on est convenu de faire

$$t_1 - t_0 = 100^o,$$

on aura donc

$$t_0 = \frac{100}{0{,}365} = 274^o.$$

Ainsi la température absolue de la glace fondante est 274°, ou, ce qui revient au même, le zéro absolu est à 274° au-dessous de la glace fondante.

On trouve ordinairement dans les Traités le chiffre 273° qui correspond à une dilatation de 0,3663 entre la glace fondante et l'eau bouillante. Le chiffre 274, résultant d'une dilatation trouvée sous une pression moindre, nous paraît préférable; peut-être est-il encore trop petit. En tout cas, il ne doit être guère éloigné du vrai chiffre propre aux gaz parfaits.

5. Equation caractéristique des corps. — Tous les corps de la nature varient de volume, soit par des changements de température lorsque la pression extérieure est maintenue constante, soit par des changements de pression, lorsque la température est entretenue constante.

Il existe une exception à ce fait, c'est lorsque le corps n'est pas dans toutes ses parties au même état physique: lorsqu'une partie est solide et l'autre liquide, ou lorsqu'une partie est liquide et l'autre à l'état de vapeur, ou enfin lorsqu'une partie est solide et l'autre à l'état de vapeur. En effet, tant que le corps coexiste en plusieurs états physiques divers, on ne peut faire varier ni la température en maintenant la pression constante, ni la pression en entretenant la température constante. Dans ce cas la température et la pression ne peuvent pas avoir des grandeurs indépendantes, mais sont au contraire fonction l'une de l'autre, tandis que le volume est tout à fait indépendant de ces deux variables. Peut-être n'est-il pas inutile d'entrer dans quelques détails à cet égard.

Soit 1 kilogr. d'eau, ou de tout autre liquide, enfermé dans un cylindre dans lequel se meut un piston joignant hermétiquement. Les parois du cylindre sont imperméables à la chaleur, ainsi que le piston; au contraire, le fond du cylindre est parfaitement perméable à la chaleur.

Le piston étant primitivement appliqué sur la surface du liquide, concevons qu'on mette le fond

du cylindre en contact avec un corps entretenu constamment à la même température et pouvant céder ou recevoir des quantités indéfinies de chaleur. Le liquide ne tardera pas à prendre cette température, et il arrivera de trois choses l'une: ou le piston reste en place parce que son poids est plus grand que la pression qui serait exercée sur sa base par la vapeur, si elle pouvait se former; ou il sera en équilibre avec la pression de la vapeur, de sorte qu'il serait soulevé à la suite de la moindre élévation de température, ou de la moindre diminution de son poids; ou enfin il sera soulevé et, étant poussé par une puissance plus grande que la résistance, il acquerra une vitesse finie.

Arrêtons-nous sur le cas où il y a équilibre entre le poids du piston et la pression de la vapeur sur sa base. Supposons que l'on élève graduellement le piston, ce qui, soit dit en passant, pourra être effectué par un effort aussi petit qu'on voudra; alors le liquide se réduira graduellement en vapeur et viendra remplir l'espace laissé libre par le déplacement du piston, mais la pression demeurera constante, tant qu'il restera quelque partie de liquide dans le vase. Si, au contraire, l'on abaisse le piston, une partie de la vapeur se liquéfiera, mais celle qui remplit l'espace resté libre conservera invariablement la même pression.

Ainsi la pression de la vapeur est indépendante du volume et dépend uniquement de la température, tant que la vapeur est en contact avec le liquide.

A partir du moment où tout le liquide est réduit en vapeur, si l'on continue à élever le piston, aucune portion nouvelle de vapeur ne pouvant plus s'ajouter à celle qui est déjà formée, celle-ci se dilatera et sa pression diminuera à mesure que le volume augmente. Aussi constatera-t-on qu'à mesure qu'on élève le piston, il faudra employer un effort de plus en plus grand. Dans ces conditions la pression est dépendante non-seulement de la température, mais encore du volume.

Pour distinguer les deux états sous lesquels la vapeur se présente, on donne le nom de vapeur *saturée* ou *à l'état de saturation* à la vapeur qui, à pression constante, se condense à la moindre soustraction de chaleur, et l'on nomme vapeur ***surchauffée*** celle dont on peut soutirer de la chaleur, sous pression constante, sans la condenser.

La vapeur surchauffée peut toujours être considérée comme provenant d'une vapeur saturée à une température moindre et sous la même pression, qui aurait été chauffée à pression constante en la laissant se dilater. C'est ce qui justifie sa dénomination.

Il ne faudrait point croire que la vapeur en se surchauffant doive toujours augmenter de température. Cela n'est vrai que lorsque la pression est maintenue constante, ou va en augmentant pendant le surchauffement. Si la pression de la vapeur surchauffée est moindre que celle de la vapeur saturée, la température peût en être moindre aussi. Le

caractère distinctif de la vapeur surchauffée est d'être à une température plus élevée qu'une vapeur saturée qui serait à la même pression. Une autre propriété caractéristique de la vapeur surchauffée qui pourrait lui servir de définition, c'est la propriété de pouvoir vaporiser de l'eau. Sous ce rapport, on pourrait l'appeler vapeur *sous-saturée* ou *sèche*, si cette dernière expression n'était déjà employée pour désigner la vapeur saturée qui ne contient aucun mélange d'eau liquide.

Les vapeurs surchauffées se comportent comme des gaz lorsqu'on fait varier leur volume, tant que ces variations ne dépassent pas la limite à laquelle la vapeur commence à se liquéfier. Les gaz qu'on est parvenu à liquéfier, tels que l'acide carbonique, l'acide sulfureux, le cyanogène, l'ammoniaque etc., sont des vapeurs surchauffées, car ils arrivent, par un refroidissement suffisant, à un état tel que, la pression restant constante, on ne peut plus leur soustraire de la chaleur sans les liquéfier en partie; à partir de ce moment la température ne varie plus et la soustraction de chaleur ne produit plus que la condensation. Les gaz appelés permanents ne sont que des vapeurs surchauffées considérablement au-dessus du point de saturation, et qu'on n'a pas encore pu amener à ce point par les moyens connus.

Le passage des corps, de l'état solide à l'état liquide, donne lieu à des phénomènes analogues à ceux de la vaporisation.

Lorsqu'on fait fondre un corps, en l'exposant à

la chaleur, on observe toujours que la température demeure invariable, depuis le moment où la fusion commence jusqu'à celui où elle est complète.

On doit en conclure que la température est indépendante du volume et qu'elle est fonction de la pression seule, tant qu'il existe simultanément du liquide et du solide qui lui a donné naissance.

On pourrait donc, tout aussi bien que pour la vapeur, distinguer un liquide *saturé* et un liquide *surchauffé*. Le liquide saturé est celui qui, sous une même pression, se solidifie partiellement par suite de la moindre soustraction de chaleur. Sous la pression d'une atmosphère, par exemple, l'eau est saturée à 0° C. Le liquide surchauffé, au contraire, est celui auquel, sous une pression constante, il faut soustraire d'abord une certaine quantité de chaleur, avant qu'il ne commence à se solidifier: l'eau qui, sous la pression d'une atmosphère, possède une température supérieure à 0° C., est donc toujours surchauffée.

Pour chaque pression à laquelle un liquide est soumis, il existe une température de saturation, ou, comme on dit ordinairement, une température de fusion particulière.

En résumé, nous devons admettre que, pour les corps placés dans les circonstances où ils n'éprouvent aucun changement d'état physique, il existe une relation

$$v = f(t, p)$$

entre le volume v de l'unité de poids du corps,

qu'on nomme *volume spécifique,* la température t et la pression p supportée par l'unité de surface, pression uniforme et normale exercée par le milieu ambiant sur le corps.

Mais dès qu'une partie du corps change d'état physique, la pression p devient dépendante seulement de t et le volume ne peut plus s'exprimer en fonction de t et de p. Dans ce cas, on aura

$$p = F(t)$$

et pour déterminer le volume v, il faudra introduire une nouvelle variable exprimant le rapport entre le poids des diverses parties du corps.

Pour fixer les idées et éviter les circonlocutions, on supposera qu'il s'agit de l'eau liquide en contact avec sa vapeur; mais tout ce qui se dira s'applique à tout liquide en contact avec sa vapeur, ainsi qu'à tout solide en contact avec la même substance, soit à l'état liquide, soit à l'état de vapeur.

Soit x le rapport entre le poids de la vapeur et le poids total du mélange d'eau et de vapeur, s le volume spécifique de la vapeur saturée à la température t; σ le volume spécifique de l'eau liquide à la même température. Ces deux volumes ne seront fonction que de la température. Le volume de la vapeur contenue dans 1 kilogr. du mélange sera égal à

$$s\,x,$$

et le volume de l'eau liquide

$$\sigma\,(1 - x);$$

de sorte que le volume de 1 kilogr. du mélange sera donné par l'équation

$$v = (s - \sigma)\, x + \sigma.$$

Les deux quantités s et σ étant des fonctions de t que l'expérience peut donner, cette équation fournira la valeur de v en fonction des deux variables indépendantes t et x.

L'équation qui donne le volume en fonction de deux variables indépendantes et qui constitue, pour ainsi dire, le caractère spécifique de chaque corps, n'est connue que pour les gaz parfaits. On la déduit immédiatement de leur définition.

Un gaz parfait étant, d'après sa définition, un corps dont les accroissements de température sont proportionnels aux accroissements de pression, si le volume est maintenu constant; ou proportionnels aux accroissements de volume, si la pression est maintenue constante, on a

$$\frac{dt}{dp} = F(v),$$

$$\frac{dt}{dv} = f(p),$$

pour les variations différentielles de la quantité t, suivant qu'on suppose constant le volume ou la pression; F et f étant deux fonctions à déterminer. De ce qu'on a

$$\frac{d^2t}{dp\,dv} = \frac{d^2t}{dv\,dp}$$

il s'ensuit que

$$F'(v) = f'(p).$$

Or, cela ne peut être qu'autant qu'on a

$$F'(v) = f'(p) = A,$$

A étant une constante.

En intégrant, il vient

$$F(v) = Av + B,$$
$$f(p) = Ap + C,$$

B et C étant deux constantes arbitraires.

La différentielle complète de t sera donc

$$dt = \frac{dt}{dp}dp + \frac{dt}{dv}dv = A(vdp + pdv) + Bdp + Cdv.$$

En intégrant, on trouve

$$t = Apv + Bp + Cv + \text{const.}$$

Si l'on suppose que l'origine des températures corresponde à un état initial p_0, v_0, on aura pour déterminer la constante l'équation

$$0 = Ap_0v_0 + Bp_0 + Cv_0 + \text{const.}$$

Par suite, il viendra

$$t = A(pv - p_0v_0) + B(p - p_0) + C(v - v_0).$$

On n'a aucune donnée sur les valeurs de p_0, v_0 qui correspondent à l'état de privation absolue de chaleur. Toutefois, on doit admettre que la pression p_0 ne peut être que nulle; en effet, si elle avait une valeur finie, il arriverait qu'on pourrait recueillir du travail mécanique en permettant au gaz, qui serait à la température zéro, de se dilater, et partant on pourrait obtenir du travail sans aucune dépense de chaleur, ce qui est absurde, comme on le verra mieux par la suite.

Quant au volume v_0, on doit admettre qu'il ne peut être qu'une quantité finie et positive; car on ne saurait concevoir que le volume de la matière même du gaz pût s'annuler, et encore moins devenir négatif.

On est donc conduit à l'équation

$$t = (Av + B)p + C(v - v_0)$$

pour caractériser les gaz parfaits.

Cette équation renferme implicitement la loi de Gay-Lussac, qui consiste en ce que, à pression constante, le volume croît proportionnellement à la température. En effet, on en tire

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{Ap + C}$$

pour le rapport infinitésimal de l'accroissement de volume à l'accroissement de température.

Afin que la loi de Mariotte soit vérifiée, c'est-à-dire afin que la pression soit inversement proportionnelle au volume, quand la température est constante, il faut qu'on ait

$$Bp + C(v - v_0) = 0$$

quelles que soient les valeurs de p et de v. Cela exige qu'on ait à la fois

$$B = 0,$$
$$C = 0.$$

Or, l'expérience ayant démontré que les gaz permanents suivent presque rigoureusement la loi de Mariotte, on doit en conclure que les constantes B et C sont nulles ou tellement petites qu'on peut les

négliger, sans erreur sensible. Cela posé, l'équation des gaz parfaits prend la forme

$$t = Apv$$

ou, si l'on veut,

$$pv = Rt;$$

c'est sous cette forme que nous l'emploierons dorénavant.

Les gaz réels, à mesure qu'ils se raréfient davantage, ont une tendance à obéir à cette équation, mais ils s'en écartent tous un peu. On donnera par la suite une autre équation, propre aux gaz réels, déduite de l'expérience.

Quant aux autres corps, l'expérience permet, jusqu'à un certain point, de déterminer les coefficients différentiels partiels du volume. En effet, on peut obtenir expérimentalement le rapport de la variation du volume à la variation de la température, pendant que la pression demeure constante. Si l'on pose ce rapport

$$\frac{dv}{dt} = \alpha v,$$

α est ce qu'on appelle le *coefficient de dilatation* du corps; c'est en général une fonction de la température et de la pression.

L'expérience peut aussi donner le rapport de la variation du volume à la variation de la pression, pendant que la température demeure constante. Si l'on pose

$$\frac{dv}{dp} = -\beta v,$$

β est ce qu'on appelle le *coefficient de compressibilité* du corps. Ce coefficient est en général, ainsi que l'autre, une fonction de la température et de la pression.

Lorsque les valeurs de α et de β sont données en fonction de t et de p, on peut, par l'intégration, obtenir la relation qui unit les trois quantités v, t, p. En effet, la différentielle totale de v étant

$$dv = \frac{dv}{dt}\,dt + \frac{dv}{dp}\,dp,$$

si l'on y introduit les valeurs précédentes des coefficients différentiels partiels, il vient

$$\frac{dv}{v} = \alpha dt - \beta dp.$$

L'intégration de cette expression, où α et β sont des fonctions de t et de p, satisfaisant à la condition d'intégrabilité

$$\frac{d\alpha}{dp} = -\frac{d\beta}{dt},$$

fournira la valeur de v en fonction des mêmes variables.

Si l'on suppose, par exemple, que α et β aient des valeurs constantes, on obtiendra

$$ve^{\beta p} = Ce^{\alpha t},$$

C étant une constante qu'on pourra déterminer lorsqu'on connaîtra la valeur de v correspondante à des valeurs données de t et de p.

6. Représentation géométrique de l'équation caractéristique des corps. — De tout ce que nous

venons de dire, il résulte que, dans chaque corps de la nature, il existe une relation

$$v = f(t, p)$$

entre le volume v, la température t et la pression p, relation qui se réduit à

$$p = F(t)$$

à l'instant où le corps change d'état, qu'il passe de l'état solide à l'état liquide, ou de celui-ci à l'état de vapeur, cette seconde équation ayant lieu entre les valeurs de v correspondantes au commencement et à la fin du changement d'état.

Afin de se former une idée claire de la marche de la fonction

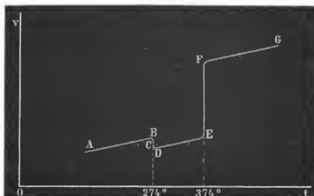
$$v = f(t, p),$$

il est convenable de considérer la surface courbe qu'elle représente. Pour fixer les idées, prenons pour exemple l'eau, corps qu'on connaît le mieux; portons sur un axe Ot les températures (Fig. 1), et sur un axe Ov les volumes correspondants de 1 kilogr. d'eau, sous la pression de $0^m,76$ de mercure. Au-dessous du point de fusion, la relation entre le volume et la température est figurée par une ligne qui diffère très-peu d'une droite; à 274° la courbe devient verticale; après que tout le kilogr. de glace est fondu, la courbe s'abaisse et atteint un minimum en D à 278°, après quoi elle remonte. Arrivée à 374° la courbe devient verticale entre les valeurs de v correspondantes aux volumes occupés par 1 kilogr. d'eau liquide et par 1 kilogr. de vapeur.

Enfin à des températures plus élevées la courbe devient à peu près une droite.

Pour une autre pression, c'est-à-dire pour une autre valeur de p, on aura une autre courbe analogue à la courbe $A B C D E F G$; seulement les deux parties verticales seront à une distance différente de l'origine: la partie $E F$ s'éloignera de l'ori-

Fig. 1.[1]



gine, à mesure qu'on fera croître p au-dessus d'une atmosphère, et la partie $B C$ s'en rapprochera.

L'ensemble de toutes les courbes de niveau, correspondantes aux diverses valeurs de p, donnera la surface courbe qui est le lieu géométrique de l'équation de dilatabilité et d'élasticité de la substance.

1) Cette figure n'est que démonstrative: une courbe, en proportions exactes, représentant la marche de la dilatation de l'eau, dans ses divers états, exigerait une feuille de dimensions énormes.

On voit que la surface courbe est cylindrique dans les deux parties BC et EF. Les sections droites des deux surfaces cylindriques auront pour équations

$$p = f(t), \; p = F(t).$$

Pour des valeurs très-grandes de t la vapeur se comporte comme un gaz parfait, et alors son équation doit se réduire à la forme

$$p\,v = R\,t.$$

C'est l'équation d'un paraboloïde hyperbolique. Donc la surface courbe qui représente la relation entre le volume, la pression et la température, doit se confondre, pour des températures très-grandes, avec un paraboloïde hyperbolique.

La pression d'un corps ne pouvant devenir négative, la surface dont il s'agit ne peut pas passer au delà du plan coordonné des $t\,v$, correspondant à une pression nulle.

Tout porte à croire, comme nous l'avons déjà fait remarquer, que pour tous les corps une pression nulle correspond à une température $t = 0°$, c'est-à-dire au point que nous avons nommé le zéro absolu.

Cela étant, la surface courbe qui exprime la relation entre le volume, la température et la pression des corps, se termine au plan coordonné des $t\,v$ et le rencontre suivant l'axe $O\,v$.

Cette surface, bien que différente pour chaque corps de la nature, a cela de commun pour tous,

qu'elle est terminée d'un côté au plan coordonné des $t\,v$ et qu'elle s'étend de l'autre côté à l'infini, en se confondant avec un paraboloïde hyperbolique.

7. Travail mécanique produit par l'expansion des corps. — La considération du travail produit par l'expansion des corps reviendra fort souvent dans tout ce qui va suivre: il convient donc d'exposer ici la manière d'évaluer cette quantité.

Concevons qu'un corps de volume v, terminé par une surface quelconque, se dilate en exerçant, par tous les points de celle-ci, une pression normale égale. Désignons par $d\,a$ un élément de la surface à un instant quelconque; par p la pression rapportée au mètre carré que ce même élément exerce; cette pression, sur l'élément da sera

$$p\,d\,a:$$

cette force $p\,d\,a$ agira au centre de gravité de la surface $d\,a$ et dans la direction de la normale.

En représentant par $d\,r$ la petite longueur interceptée sur cette normale, entre la surface qu'on considère à un certain instant et la surface considérée à l'instant suivant, l'élément de travail produit par la pression $p\,d\,a$, pendant un temps infiniment petit, sera

$$p\,d\,a\,d\,r;$$

cet élément ayant le signe plus, quand le déplacement $d\,r$ se fait du dedans au dehors, et le signe moins dans le cas contraire.

Le travail total produit dans ce même temps

infiniment petit, pour toutes les pressions exercées sur la surface, sera l'intégrale de

$$p\, d a\, d r$$

étendue à toute la surface. Comme nous admettons que la pression p est la même pour tous les points de la surface à un instant donné, ce travail a pour expression

$$p \int da\, dr.$$

Si l'on conçoit des normales qui entourent l'élément da, la portion de volume comprise entre les deux surfaces consécutives et la surface presque cylindrique formée par ces normales, aura, pour expression à la limite, le produit

$$da\, dr;$$

ainsi

$$\int da\, dr$$

sera l'élément d'accroissement du volume total; on aura donc

$$\int da\, dr = dv,$$

l'élément $da\ dr$ devant être pris négativement quand le déplacement dr se fait du dehors au dedans, en sens contraire de la pression.

Mais on a vu qu'il fallait prendre les signes de la même manière pour l'élément du travail; ainsi en désignant par W ce travail, on a toujours, quel que soit le signe,

$$dW = p\, dv,$$

d'où

$$W = \int p\, dv;$$

résultat qui montre que le travail total, produit

par l'expansion du corps, ne dépend ni de la forme de la surface, ni de son mouvement dans l'espace; il résulte seulement de la manière dont la pression varie avec le volume, et des valeurs de ce volume au commencement et à la fin du mouvement.

La pression p pourra être ou constante ou variable avec v; quoi qu'il en soit, le travail moteur produit ne dépendra que de la relation entre p et v et de la première et de la dernière valeur de v.

Si p est constant, on a, en désignant par v_0 et v_1 la première et la dernière valeur de v,

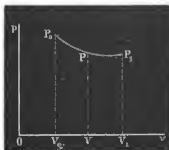
$$W = p \int dv = p\,(v_1 - v_0).$$

8. Cycle fermé — cycle réversible — cycle non réversible. — La valeur de l'intégrale

$$\int p\,dv,$$

qui exprime le travail effectué par un corps pendant qu'il se dilate, peut être représentée géomé-

Fig. 2.



triquement de la manière suivante. Traçons deux axes rectangulaires $0\,v$, $0\,p$ (Fig. 2) et convenons

de porter les volumes comme abscisses, et les pressions comme ordonnées; il est clair que l'état du corps sera représenté par un point tel que P, car v et p étant donnés la valeur de t sera déterminée. Une succession d'états divers infiniment voisins constituera une courbe telle que $P_0 P P_1$. Cela posé, il est évident que l'intégrale

$$\int p\, d\, v$$

est égale à l'aire comprise entre la courbe $P_0 P_1$, l'axe des volumes et les deux ordonnées extrêmes. Le travail effectué est donc égal à l'aire de la courbe figurative des états successifs du corps.

Si la courbe a été parcourue par le point figuratif de l'état du corps dans le sens de P_0 vers P_1, c'est-à-dire dans le sens où l'abscisse croît, tous les éléments de l'intégrale sont positifs et le travail est positif ou *moteur;* si elle a été parcourue dans le sens inverse de P_1 vers P_0, ou dans le sens où l'abscisse est décroissante, l'intégrale est négative et le travail effectué est négatif ou *résistant.*

La série des états successifs d'un corps, représentée graphiquement par la courbe $P_0 P_1$, prend le nom de *cycle*. Si la courbe rentre sur elle-même et revient au point de départ, comme dans la fig. 3, le *cycle* est *fermé*. Lorsque le point figuratif partant du point P_0 décrit l'arc $P_0 P P_1$, dans le sens de la flèche, la pression du corps effectue un travail positif égal à l'aire $V_0 P_0 P P_1 V_1$; lorsqu'il revient à son point de départ en suivant le chemin

inférieur $P_1 Q P_0$, la pression accomplit un travail négatif égal à l'aire $V_1 P_1 Q P_0 V_0$; la somme algébrique de ces deux travaux, ou le travail effectué à la fin de la transformation, est donc représenté par la différence des deux aires précédentes, c'est-à-dire par la surface $P_0 P P_1 Q P_0$.

Si le cycle était parcouru en sens contraire de la flèche, de P_0 en Q en P_1, le corps se dilaterait en effectuant un travail égal à l'aire $V_0 P_0 Q P_1 V_1$.

Fig. 3.

De P_1 en P en P_0 il se comprimerait sous l'action d'une pression extérieure qui effectuerait un travail égal à l'aire $V_1 P_1 P P_0 V_0$. En somme, il y aurait dépense d'un travail égal à l'aire $P_0 Q P_1 P P_0$.

En général, quel que soit le cycle parcouru, le travail effectué est égal à la somme algébrique des aires décrites par le point figuratif de l'état du corps, en ayant soin de compter les aires positivement

quand l'abscisse croît, et négativement quand elle décroît. Si le travail est positif, ce sera un travail développé ou travail moteur; si le travail est négatif, ce cera un travail dépensé ou résistant.

Tout cycle qui peut être parcouru en sens direct et en sens inverse est dit *réversible.*

La possibilité de la réversion d'un cycle n'existe pas toujours, c'est-à-dire qu'il existe des transformations qui ne sont pas susceptibles d'être réalisées de deux manières exactement inverses. Par exemple, un gaz comprimé qu'on laisse se détendre, en mettant en communication le récipient qui le contient avec un autre récipient vide, ne peut être ramené à son état primitif, en lui faisant parcourir en sens inverse la série des modifications qu'il a subies pendant l'expansion libre.

Un *cycle* qui ne peut être parcouru que dans un sens est dit *non réversible.*

9. Source de chaleur. — On conçoit que pour amener un corps d'un état à un autre, on doive lui communiquer ou lui enlever une certaine quantité de chaleur. Nous désignerons par le nom de *source de chaleur* le corps qui a fourni ou reçu cette chaleur. Ainsi nous appellerons *source de chaleur à une température donnée* un corps duquel on peut soutirer, ou sur lequel on peut verser une quantité quelconque de chaleur sans en changer la température, corps qui pourra, par son contact, porter à sa propre température un autre corps sur lequel on opère. C'est le cas des parois de la chaudière

dans une machine à vapeur, ainsi que de son condenseur ou réfrigérant.

On peut concevoir que la source se maintienne d'elle-même à une température constante, quoique pouvant perdre ou acquérir certaines quantités de chaleur. Il suffit pour cela d'imaginer que la source soit un mélange de vapeur et de liquide à la température de la vaporisation, ou encore un mélange d'un liquide et du solide dont il provient, à la température de fusion: car ces mélanges peuvent, comme on sait, fournir ou recevoir de la chaleur sans changer de température.

10. Capacités thermiques. — L'expérience nous apprend qu'il faut des quantités inégales de chaleur pour élever d'un degré la température de poids égaux de substances différentes. Ce fait nous conduit à admettre, pour chaque corps, une capacité différente pour la chaleur.

Les physiciens ont nommé *chaleur spécifique* d'un corps la quantité de chaleur, exprimée en calories, qui est nécessaire pour élever de 1 degré 1 kilogr. de ce corps, à partir d'une température donnée; c'est la vitesse de l'accroissement de la chaleur par rapport à la température. Mais on pourra la considérer sous deux points de vue différents: en supposant la pression constante et laissant au corps la liberté de se dilater, ou bien en le tenant sous un volume constant et laissant augmenter la pression. Il y a lieu, par conséquent, de distinguer deux

chaleurs spécifiques: l'une à *pression constante,* l'autre à *volume constant.*

Ces deux grandeurs ne sont pas également accessibles à l'expérience. La chaleur spécifique à pression constante est directement appréciable; mais la chaleur spécifique à volume constant échappe à toute mesure directe. On peut cependant, à l'aide des principes que nous allons exposer, déduire l'une de l'autre, lorsqu'on connaît la relation qui lie le volume à la température et à la pression du corps.

Outre les chaleurs spécifiques, il est nécessaire de considérer, dans l'étude que nous allons entreprendre:

1°. Les quantités de chaleur absorbées ou dégagées dans les changements de volume, soit à pression constante, soit à température constante.

2°. Les quantités de chaleur absorbées ou dégagées dans les changements de pression, soit à volume constant, soit à température constante.

Il y a lieu, par conséquent, à considérer, pour chaque corps, six *capacités thermiques* différentes. Pour les désigner nous adopterons la notation suivante: nous mettrons en indice, entre les parenthèses qui renferment la lettre Q, la variable qu'on suppose constante, et en indice hors des parenthèses la variable qui reçoit un accroissement infiniment petit. Ainsi la notation

$$(Q_p)_t \, dt$$

désignera la quantité de chaleur absorbée par l'unité de poids d'un corps, maintenu à la pression con-

stante p, pour passer de la température t à la température $t + dt$. La quantité

$$(Q_p)_t$$

est la chaleur spécifique à pression constante. C'est en général une fonction des deux variables t et p.

De même la notation

$$(Q_v)_t \, dt$$

désignera la quantité de chaleur nécessaire pour faire passer de t à $t + dt$ la température de l'unité de poids du corps, pendant que le volume est maintenu constant. La quantité

$$(Q_v)_t$$

est la chaleur spécifique à volume constant. C'est en général une fonction de deux variables.

Les autres capacités thermiques qui n'ont pas reçu de nom en physique sont

$$(Q_p)_v \, dv, \qquad (Q_t)_v \, dv,$$
$$(Q_v)_p \, dp, \qquad (Q_t)_p \, dp.$$

On verra par la suite que, pour chaque corps, étant donnée une de ces grandeurs, il est possible d'en déduire toutes les autres.

Chapitre II.

Principe de Mayer.

11. Chaleur produite par les actions mécaniques. — Les hommes ont su, depuis longtemps, produire de la chaleur au moyen des actions mécaniques. Le frottement, la percussion, la compression sont autant de moyens bien connus pour produire de la chaleur. Nous frottons nos mains l'une contre autre pour les réchauffer. En frottant deux morceaux de bois l'un sur l'autre, on les échauffe au point d'en dégager une épaisse fumée et même de les allumer. C'est par ce moyen que les sauvages parviennent aujourd'hui encore à se procurer du feu.

On n'avait, cependant, qu'une idée imparfaite de la puissance du frottement pour dégager de la chaleur, presque sans aucune consommation de matière, avant les expériences directes du Comte de Rumford[1]); expériences qui établissent qu'on peut

1) **Rumford (Benjamin Thompson, Comte de), né en 1753 à Concord, dans les colonies anglaises de l'Amérique septentrionale, mort en 1814 à Auteuil près de Paris.**

tirer des mêmes matériaux des quantités de chaleur indéfinies.

Ce physicien ayant fait tourner l'une sur l'autre deux surfaces fortement pressées, obtint des quantités très-considérables de chaleur. Il trouva que la quantité de chaleur produite est en raison de la force avec laquelle les deux surfaces sont pressées, et de la vitesse de leur frottement; que l'appareil continue de donner de la chaleur, et toujours avec la même abondance, aussi longtemps que l'opération continue.[1])

On a même proposé d'employer, dans certaines circonstances, le frottement pour produire de la chaleur et la faire servir aux besoins de l'homme. MM. Beaumont et Mayer ont inventé un appareil pour cet usage. Leur appareil thermogène consiste en une chaudière cylindrique en tôle, traversée par un tube en cuivre un peu conique, soudé par ses extrémités aux deux bases de la chaudière. Un cône en bois, entouré d'une tresse de chanvre, remplit complétement ce tube; il reçoit un mouvement de rotation sur lui-même et frotte contre la surface intérieure du tube de cuivre. Les surfaces frottantes sont continuellement lubrifiées par un courant d'huile.

Avec une vitesse de 400 tours par minute, il suffit de quelques heures pour porter à 130° les 400

1) Mémoires sur la chaleur par le Comte de Rumford. Paris 1804, p. XXXV.

litres d'eau que contient la chaudière, ce qui suppose une tension de plus de deux atmosphères et demie dans la vapeur formée. Cette vapeur est conduite par un tuyau dans les appareils que l'on veut chauffer.

Partout où le combustible est rare et la force motrice abondante, cet appareil peut être utile; mais on ne saurait songer à se servir de moteurs animés. Car, comme l'a fait remarquer Rumford lui-même, en parlant de l'application de la chaleur développée par le frottement à la cuisson des aliments, il y aurait plus d'économie à produire cette chaleur en employant, comme combustible, les matières employées à nourrir le cheval qui ferait mouvoir la machine.

Au moyen de la percussion on peut développer de très-grandes quantités de chaleur. En battant à coups redoublés une baguette de fer ou d'acier, on parvient à la faire rougir. Une barre de plomb soumise à la même épreuve finit par fondre et s'éparpiller en gouttelettes sous le marteau.

La condensation de l'air, par la compression, est un autre puissant moyen de produire de la chaleur. Par la compression rapide de l'air dans le *briquet pneumatique*, on parvient à enflammer de l'amadou.

Tous les faits de ce genre, dans lesquels la chaleur apparaît à la suite d'une dépense de travail mécanique, sont incompatibles avec les idées reçues jusqu'à ces derniers temps sur la nature de la cha-

leur. En effet, si la chaleur est un fluide matériel qui existe dans les corps, d'où vient toute cette chaleur qu'on peut tirer d'un corps? La seule sorte d'explication qu'on donnait consistait à dire que la chaleur produite peut provenir des corps environnants, ou qu'il peut y avoir une diminution dans la capacité calorifique des corps agissant l'un sur l'autre; de sorte que la chaleur serait exprimée de ces corps à peu près comme l'est le jus d'une orange qu'on presse.

Davy[1]) réfuta une telle explication au moyen d'une expérience fort simple et néanmoins décisive. En frottant l'un contre l'autre deux morceaux de glace à zéro, dans une atmosphère à une température inférieure à zéro, il parvint à les liquéfier. La diminution de la capacité calorifique ne peut être invoquée ici, puisque la capacité calorifique de l'eau est double de celle de la glace. Les corps environnants ne peuvent non plus fournir la grande quantité de chaleur nécessaire pour fondre la glace, puisque leur température est au-dessous de zéro.

On voit donc que le système qui fait de la chaleur un fluide matériel ne satisfait point aux faits relatifs à la production de la chaleur au moyen des actions mécaniques.

Il importe de remarquer que dans tous ces faits, tandis que la chaleur apparait d'une part, il y a

---

1) Davy (sir Humphrey), né en 1778 à Penzance dans le comté de Cornouailles, mort en 1829.

dépense d'une certaine quantité de travail mécanique de l'autre. Il existe donc une étroite corrélation entre le travail consommé et la chaleur produite.

12. Effets mécaniques produits par la chaleur. — Si les actions mécaniques produisent de la chaleur, celle-ci à son tour produit des effets mécaniques.

La chaleur appliquée aux corps les dilate, et peut par là surmonter des résistances et donner naissance à du travail mécanique.

La plus importante des machines industrielles, la machine à vapeur, n'agit que par l'expansion de la vapeur, qui est produite par la chaleur.

Non-seulement on obtient du travail au moyen de la chaleur appliquée à un corps du dehors, mais on en peut produire par de la chaleur soustraite du corps même qui agit. En effet, si l'on diminue la pression que supporte un corps, celui-ci se dilate et effectue un travail, tandis que sa température baisse.

On peut citer une foule d'exemples de ce phénomène.

Quand on raréfie l'air dans un récipient, l'air intérieur chasse par son élasticité celui qui est au voisinage du conduit d'évacuation, il produit un travail, et un thermomètre Breguet placé dans le récipient accuse une perte de chaleur.

Si on laisse échapper, par un petit orifice, de l'air humide comprimé à 2 ou 3 atmosphères, le refroidissement du jet d'air est tel que, si on le

reçoit sur une boule de verre, celle-ci ne tarde pas à se recouvrir d'une couche de glace provenant de la vapeur d'eau congelée. Ici il y a production en même temps de travail et de force vive d'une part, et perte de chaleur de l'autre.

C'est par le froid produit par son expansion que l'acide carbonique se solidifie en sortant d'un réservoir où il est comprimé à 40 ou 50 atmosphères.

Autrefois tous ces phénomènes étaient attribués au passage à l'état *latent* d'une partie de la chaleur *sensible*. C'était se payer de mots qu'accepter une telle explication. En effet, si la chaleur devient latente, se cache par la simple raréfaction d'un corps, il doit toujours s'en cacher la même quantité, dans le passage d'un état initial donné à un état final pareillement donné, quelle que soit la manière dont le corps passe de l'un à l'autre.

Or, l'expérience prouve tout le contraire. Pour le faire voir, concevons un cylindre d'un mètre carré de section, contenant un mètre cube d'air, sous un piston d'un poids égal à 10333^k, c'est-à-dire sous la pression d'une atmosphère. Diminuons graduellement (gramme par gramme, si l'on veut) le poids du piston. Puisque c'est l'air qui soutient le piston, il est clair qu'à chaque diminution de la charge répondra une augmentation du volume de l'air; de sorte qu'à chaque soustraction de poids, le piston s'élèvera jusqu'à ce que la pression réponde à la nouvelle charge. En même temps la température de l'air diminuera d'une petite fraction de degré.

Mais si la dilatation se fait très-lentement, comme nous le supposons, l'air reprendra bientôt sa température en enlevant de la chaleur aux corps environnants.

Supposons que nous ayons ainsi graduellement diminué le poids du piston jusqu'à le réduire à la moitié, soit à $5166^k,5$. La température demeurant constante, le volume de l'air doublera et le piston montera de 1^m. L'air développera un travail qu'il est facile de calculer, et en même temps il absorbera des corps ambiants une quantité de chaleur égale à 17 calories en nombres ronds.

Maintenant, au lieu d'opérer l'expansion de l'air en produisant du travail, laissons l'air se dilater sans produire du travail. A cet effet prenons un réservoir d'un volume intérieur de 1 mètre cube, et après y avoir fait le vide, mettons-le en communication avec un réservoir contenant 1 mètre cube d'air sous la pression de 1 atmosphère. L'air se précipitera d'un vase dans l'autre et quand tout mouvement aura cessé dans les deux vases, la pression tombera à $^1/_2$ atmosphère, comme dans l'expérience précédente, mais la température ne changera pas sensiblement.

Dans les deux expériences l'état initial et l'état final sont les mêmes; cependant dans la première il y a disparition de presque 17 calories, et dans la seconde aucune chaleur ne disparaît.

Quelle est la cause d'une telle différence? Evidemment on ne peut l'attribuer qu'au travail qui

est produit dans un cas et à l'absence de ce travail dans l'autre.

Pour faire voir combien est absurde cette conception du calorique latent, supposons qu'on comprime lentement les 2 mètres cubes d'air, obtenus ci-dessus par la dilatation libre, sans production de travail, pendant qu'on entretient constante la température en soustrayant la chaleur à mesure qu'elle est produite. On ramènera ainsi l'air à occuper 1 m. c., sous la pression de 1 atmosphère, en dépensant un travail égal à celui que fournit 1 m. c. d'air à 1 atm. de pression pendant qu'il se détend jusqu'à occuper 2 m. c. En même temps on recueillera une quantité de chaleur d'environ 17 calories, égale à celle qu'il a fallu dépenser pour opérer la dilatation accompagnée de travail.

Qu'on laisse ensuite se détendre librement sans production de travail le même mètre cube d'air jusqu'à occuper 2 m. c. La pression tombera à $^1/_2$ atmosphère, et la température se conservera constante sans qu'on ait besoin de communiquer de la chaleur du dehors.

Qu'on comprime de nouveau les 2 m. c. en maintenant la température constante au moyen de la soustraction de la chaleur à mesure qu'elle se produit. On recueillera ainsi une nouvelle quantité de chaleur égale a 17 calories.

En alternant de la sorte, autant de fois qu'on voudra, une dilatation libre, sans production de travail, avec une compression accompagnée de la

dépense d'un travail, on pourra recueillir une quantité de chaleur aussi grande qu'on voudra.

D'où vient toute cette chaleur? Le mètre cube d'air revient, après chaque détente et compression, au même état; cependant il peut fournir ainsi une quantité indéfinie de chaleur.

La seule explication qu'on puisse en donner, c'est que la chaleur produite est due au travail dépensé.

Par tout ce qui précède nous sommes conduit à admettre que le travail mécanique et la chaleur peuvent se transformer l'un dans l'autre. Il est donc naturel de supposer une équivalence entre ce travail et cette chaleur.

Cependant cette idée, qui nous paraît maintenant si naturelle, a été méconnue jusqu'à ces derniers temps, et n'a été formulée nettement qu'en 1842 par Mr. le Dr. Jules Robert Mayer, de Heilbronn[1]), et mise à l'abri de toute objection par les expériences de M. James Prescott Joule, de Manchester.

13. Equivalent mécanique de la chaleur. — Il ne suffit pas de savoir que le travail mécanique peut se convertir en chaleur, et réciproquement la chaleur en travail mécanique; il importe de connaître leur proportion relative, c'est-à-dire combien de calories peut produire un kilogrammètre dépensé, ou réciproquement combien de kilogrammètres peut

1) Voyez dans la Note la filiation des idées qui ont conduit M. Mayer à son importante découverte.

produire une calorie qui disparaît. Nous avons à chercher de quelle hauteur doit tomber un kilogramme d'eau pour acquérir une force vive qui, étant convertie entièrement en chaleur, soit capable d'élever sa propre température de 1° C.

Le rapport qui existe entre le travail mécanique et la chaleur dégagée a reçu le nom *d'équivalent mécanique de la chaleur;* nous le désignerons par la lettre J en l'honneur de M. Joule auquel revient incontestablement le mérite d'en avoir, par l'expérience, déterminé le premier la valeur. La valeur réciproque $\frac{1}{J}$ que nous désignerons par la lettre A est *l'équivalent calorifique du travail mécanique.*

On doit remarquer d'abord qu'afin qu'il y ait équivalence entre le travail mécanique et la chaleur, il est indispensable que tout le travail disparu soit converti en chaleur et qu'aucune partie n'en soit employée à produire d'autres effets.

Il est pour cela nécessaire que le corps intermédiaire qui sert à la transformation revienne, après toutes les opérations, à son état initial; sans quoi une partie du travail pourrait rester dans le corps, sous forme de travail moléculaire. Aucune partie du travail ne doit se perdre en vibrations sonores ou en force vive, ni se transformer en d'autres énergies physiques, telles qu'électricité, magnétisme, etc. En d'autres termes, il est nécessaire que le cycle par lequel passe le corps qui sert d'intermédiaire à la

transformation soit fermé, c'est-à-dire qu'il faut que ce corps revienne exactement à son état primitif, après toutes les modifications qu'il subit. Si, au lieu de considérer un cycle fermé, on se borne à un cycle non fermé, on trouvera pour l'équivalent mécanique de la chaleur une valeur d'autant plus petite qu'on s'arrêtera à un état du corps plus éloigné de l'état initial. Ceci explique les valeurs trop petites de l'équivalent trouvées par des personnes qui n'ont pas eu égard à ces considérations.

Les expériences qui remplissent le mieux ces conditions sont celles de M. Joule sur le frottement des liquides. Ces expériences, commencées en 1843, ont été continuées jusqu'en 1849.

Un vase, plein d'eau ou de mercure, contient une roue à palettes, mobile autour d'un axe vertical, qui est mise en mouvement par la chute d'un poids. Le frottement du liquide, tant sur lui-même que contre les palettes en mouvement et les obstacles fixes, placés dans le vase pour gêner le mouvement, dégage une quantité de chaleur qu'il est facile d'évaluer d'après l'élévation de température des diverses pièces de l'appareil.

Le travail dépensé pour entretenir le mouvement est donné par la chute du poids moteur; et en tenant compte des corrections rendues nécessaires par le frottement des parties mobiles de la machine, placées à l'extérieur de l'appareil calorimétrique, et par les effets de la radiation et de la conductibilité, on ob-

tient le rapport du travail mécanique dépensé à la chaleur dégagée.

Les expériences sur l'eau ont montré qu'à chaque calorie produite correspondait une dépense de 424 kilogrammètres. Les expériences sur le mercure ont donné le nombre 425, bien voisin de 424.

M. Joule a aussi évalué l'équivalent mécanique de la chaleur par un autre moyen. Il a comprimé de l'air, à l'aide d'une pompe foulante, dans un récipient, la pompe et le récipient étant plongés dans un vase plein d'eau. Après 300 coups de piston, l'air ayant atteint la pression de 22 atmosphères, il a mesuré la chaleur cédée à l'eau, en faisant les corrections convenables pour avoir égard au frottement du piston.

Le travail employé à comprimer l'air se calcule au moyen de la loi de Mariotte, étant données la pression initiale de l'air et sa pression finale. Par ce moyen, M. Joule a trouvé la valeur moyenne de 444 kilogrammètres pour l'équivalent mécanique de la chaleur.

Nous devons faire remarquer qu'on n'est point autorisé, sans des expériences ultérieures, à conclure que la chaleur produite soit l'équivalent exact du travail dépensé pour comprimer l'air. En effet l'air est évidemment, après la compression, dans une condition moléculaire différente qu'auparavant, car ses particules sont bien plus rapprochées. Il est donc nécessaire de s'assurer, si ce changement dans la condition moléculaire de l'air ne produit pas de la chaleur.

On peut démontrer que, dans un gaz parfait, l'équivalence existe entre le travail dépensé à le comprimer, à température constante, et la chaleur produite. En effet, pour comprimer un corps du volume V au volume v, il faut dépenser un travail égal à

$$\int_v^V p\,dv.$$

Or, on a pour un gaz parfait l'équation

$$p = \frac{Rt}{v}.$$

Par conséquent, le travail nécessaire pour comprimer un gaz parfait, à température constante, sera égal à

$$Rt\int_v^V \frac{dv}{v} = Rt \log \frac{V}{v}.$$

D'autre part, si k désigne la chaleur spécifique, à pression constante, la quantité de chaleur à fournir à l'unité de poids d'un corps pour qu'en demeurant à une pression constante son volume augmente de dv, est

$$k\frac{dt}{dv}dv;$$

et si c désigne la chaleur spécifique, à volume constant, la quantité de chaleur à communiquer à un corps, pour lui faire éprouver la variation de pression dp, sans changer de volume, est

$$c\frac{dt}{dp}dp.$$

Si les variations de volume et de pression ont lieu simultanément, la quantité de chaleur nécessaire pour produire le changement élémentaire sera égale, en négligeant les quantités infiniment petites du second ordre, à

$$k \frac{dt}{dv} dv + c \frac{dt}{dp} dp.$$

Or, dans un gaz parfait, on a

$$pv = Rt,$$

d'où l'on tire

$$\frac{dt}{dv} = \frac{p}{R} = \frac{t}{v},$$

$$\frac{dt}{dp} = \frac{v}{R} = \frac{t}{p}.$$

Par conséquent, la quantité de chaleur deviendra

$$kt \frac{dv}{v} + ct \frac{dp}{p}.$$

Un gaz parfait est défini par la propriété que ses accroissements de volume, sous pression constante, et ses accroissements de force élastique, sous volume constant, sont proportionnels aux quantités de chaleur qu'on lui communique de l'extérieur. D'après cette définition les chaleurs spécifiques, à pression constante et à volume constant, doivent être toutes les deux constantes, dans un gaz parfait. Ainsi les deux quantités k et c seront constantes, et l'expression ci-dessus deviendra

$$td \log (v^k p^c).$$

La température t étant constante, on aura, pour

l'intégrale de cette expression, à partir d'un état initial v_0, p_0,

$$t \log \left(\frac{v}{v_0}\right)^k \left(\frac{p}{p_0}\right)^c.$$

En ayant égard à l'équation

$$pv = p_0 v_0,$$

on trouvera enfin que la chaleur nécessaire pour faire passer un gaz parfait de l'état initial p_0, v_0 à l'état final p, v, pendant que la température demeure constante, est exprimeé par

$$(k - c)\, t \log \frac{v}{v_0}.$$

D'après cela, la chaleur qu'on recueillera, en comprimant un gaz parfait du volume V au volume v, sera

$$(k - c)\, t \log \frac{V}{v}.$$

On a trouvé ci-dessus que le travail nécessaire pour opérer cette compression est exprimé par

$$Rt \log \frac{V}{v}.$$

Le rapport entre ces deux quantités, égal à

$$\frac{R}{k - c},$$

étant constant, on en conclut que le travail dépensé est dans un rapport constant avec la chaleur recueillie, et que, par conséquent, il en est l'équivalent. Cet équivalent étant désigné par J, on aura la relation

$$J = \frac{R}{k - c},$$

qui fournira un moyen de calculer l'équivalent mécanique de la chaleur à l'aide des données numériques caractéristiques d'un gaz parfait.

De la propriété remarquable qui vient d'être énoncée, il résulte que les changements de volume d'un gaz parfait, qui s'accomplissent à température constante, ne sont accompagnés d'aucun travail intérieur.

Mais peut-on appliquer ces conclusions aux gaz réels? Le travail intérieur est-il effectivement nul dans cette classe de corps? L'expérience seule peut répondre à ces questions.

Si, dans les changements de volume d'un gaz, le travail intérieur est nul, il ne devra se produire ni absorption ni dégagement de chaleur, lorsqu'un gaz se dilate dans des conditions où, aucune résistance extérieure ne s'opposant à son expansion, aucun travail extérieur ne s'effectue.

L'expérience suivante de M. Joule montre bien que le seul changement de distance entre les molécules de l'air ne produit ni n'absorbe aucune quantité de chaleur appréciable. Il plongea dans l'eau deux récipients en cuivre, dont l'un était vide et l'autre rempli d'air à 22 atmosphères. Ayant fait communiquer entre eux ces deux récipients, la pression devint égale à 11 atmosphères dans chacun d'eux, et cependant l'eau dans laquelle ils étaient plongés n'éprouva aucun changement de température.

Les résultats de cette expérience, en opposition

avec toutes les idées reçues jusque là sur les effets de la raréfaction, avaient besoin d'être confirmés par des procédés plus délicats. En effet, quelque grand que soit l'appareil de M. Joule, la masse de l'air est toujours très-petite par rapport à la masse de l'eau; de sorte qu'une différence de 1° ou 2°, qui existerait réellement entre la température initiale et la température finale de l'air, ne se traduirait dans l'eau de la cuve que par une fraction de degré et pourrait être masquée par les erreurs inévitables de l'expérience.

M. Hirn[1]), pour parer à ces inconvénients, eut l'idée heureuse de transformer les réservoirs eux-mêmes en thermomètres à air, afin de relever directement la différence, si elle existait, au lieu de la laisser se fractionner et se perdre dans une masse énorme d'eau.

L'appareil de M. Hirn[2]) se compose d'un cylindre en cuivre de $0^m,2$ de diamètre, sur 4^m de longueur, partagé en deux portions égales par un diaphragme hermétique en parchemin. A l'aide d'une pompe on extrait l'air de l'une des moitiés pour le refouler dans l'autre moitié: on peut, de la sorte, obtenir d'un côté une pression de $1^{at.},5$ et de l'autre une réduction de pression de $0^{at.},5$. Dans cet état des choses, on fait crever le diaphragme; l'équilibre de pression s'établira bientôt, et comme la masse

1) Hirn (Gustave Adolphe), né en 1815 à Logelbach près de Colmar, ingénieur civil.

2) Théorie mécanique de la chaleur, 2e édition, 1re partie, p. 52.

de l'air de l'appareil n'a pas varié, la pression reviendra à sa valeur primitive, si la température du gaz n'est pas modifiée par ce qui se passe dans l'intérieur de l'appareil. Un manomètre à siphon et à huile, muni d'un robinet qu'on ouvre au moment même de l'explosion, devra rester immobile, si, avant le jeu de la pompe, on lui a permis d'indiquer la pression commune interne, et si, par une disposition convenable, on l'a tenu à cette hauteur pendant le jeu de la pompe, et avant la rupture du parchemin. Cette rupture est facile à déterminer à l'aide d'une petite balle de plomb disposée à l'avance dans l'appareil de manière à pouvoir tomber sur le parchemin: comme celui-ci est très-près de se rompre déjà sous la pression de l'air, le plus léger choc suffit pour déterminer l'explosion.

A l'aide de cet appareil M. Hirn a constaté qu'au moment de l'explosion le manomètre à huile reste parfaitement immobile. Or un changement de niveau momentané de $0^m,001$, très-facile à observer, ne durât-il que 0,1 de seconde, eût indiqué une différence au plus de $0^o,02$ dans la température de l'air.

Les résultats de l'expérience de M. Joule sont donc pleinement confirmés par l'expérience de M. Hirn.

Il ne faudrait pas néanmoins en conclure que le travail intérieur soit absolument nul dans les gaz réels; seulement, il est si petit qu'on ne peut

le déceler dans l'air par les méthodes expérimentales précédentes. En effet MM. Joule et Thomson[1]) ont prouvé par des expériences plus délicates, dont nous aurons occasion de parler plus loin, que l'expansion des gaz est accompagnée d'un très-léger abaissement de température, qui varie avec la nature du gaz. Presque nul dans l'hydrogène, il est moins petit dans l'air et devient appréciable dans l'acide carbonique, et, en général, de plus en plus dans les gaz, à mesure qu'ils sont moins éloignés de leur point de liquéfaction.

Dernièrement M. Achille Cazin[2]), en se servant d'une méthode analogue à celle de M. Hirn que nous venons de décrire, mais en opérant avec des différences de pression plus considérables, est parvenu à mettre en évidence le refroidissement qui accompagne la détente des gaz sans travail extérieur.

Il résulte de toutes ces expériences que, si le travail intérieur n'est pas rigoureusement nul dans les gaz réels, il est cependant négligeable dans l'hydrogène, l'azote, l'oxygène et en général dans les gaz qu'on n'est point encore parvenu à liquéfier.

Dès l'année 1842, M. le Dr. Mayer a proposé une méthode, pour calculer l'équivalent mécanique de la chaleur, qui se trouve légitimée par la peti-

1) On the thermal effects of fluids in motion. Phil. Trans. 1853, 1862.

2) Comptes rendus, 2 mars 1868.

tesse du refroidissement que les gaz subissent en se dilatant librement.

Considérons un kilogramme d'un gaz, à la température t_0 de la glace fondante, occupant un volume v_0 sous la pression p_0. Elevons d'abord la température de 1° sans permettre au volume de varier. La pression du gaz augmentera et deviendra p_1 sans qu'aucun travail extérieur soit développé. Pour produire cet accroissement de température, il faudra communiquer au gaz une quantité de chaleur c égale à la chaleur spécifique à volume constant.

Supposons en second lieu qu'on permette au gaz de se dilater librement sans produire du travail, dans un volume plus grand v_1, tel qu'on ait

$$p_1 v_0 = p_0 v_1.$$

Après cette dilatation, la température restera constante, tandis que la pression reviendra à sa valeur initiale p_0.

Supposons, en troisième lieu, qu'on comprime le gaz depuis le volume v_1 jusqu'au volume v_0, en lui enlevant successivement la chaleur produite, de manière à entretenir sa pression constante et égale à p_0. A la fin de cette troisième opération, le gaz occupera le même volume v_0 et aura la même pression p_0 qu'au commencement de la première opération; sa température devra être aussi la même qu'à cette époque et sera par conséquent égale à t_0.

Pendant la dernière opération, il faudra dépenser, pour comprimer le gaz, un travail égal à

$$p_0 (v_1 - v_0).$$

D'un autre côté, la température s'abaissant de 1°, la pression restant constante, on recueillera une quantité de chaleur parfaitement égale à celle qu'il faudrait communiquer au gaz pour en élever la température de 1° à partir de la glace fondante, c'est-à-dire, on recueillera une quantité de chaleur égale à la chaleur spécifique, à pression constante, k.

Par ces trois opérations successives, nous avons fait parcourir au gaz un cycle parfaitement fermé quoique non réversible. Ainsi le travail dépensé doit être l'équivalent exact de la chaleur recueillie.

Dans la première opération, le travail développé est nul et la chaleur consommée est égale à c. Dans la seconde opération, il n'y a ni travail développé ni chaleur consommée. Dans la troisième opération, on dépense un travail égal à

$$p_0 (v_1 - v_0),$$

et l'on recueille une quantité de chaleur égale à k.

En définitive le travail dépensé est

$$p_0 (v_1 - v_0)$$

et la chaleur recueillie

$$k - c.$$

Divisant l'un par l'autre, on aura

$$J = \frac{p_0 (v_1 - v_0)}{k - c}$$

pour l'expression de l'équivalent mécanique d'une calorie.

Maintenant, l'équation caractéristique des gaz étant

$$pv = Rt,$$

on aura, au commencement de la première opération,

$$p_0 v_0 = R t_0;$$

à la fin et au commencement de la seconde opération

$$p_1 v_0 = R (t_0 + 1);$$

à la fin de celle-ci

$$p_0 v_1 = R (t_0 + 1).$$

On en déduit

$$p_0 (v_1 - v_0) = R.$$

On aura par conséquent

$$J = \frac{R}{k - c},$$

formule que nous avions déjà trouvée précédemment par une autre voie.

En y introduisant les constantes relatives aux gaz suivants, on trouve

Pour l'air	$J = 426,0$
Pour l'oxygène	$J = 425,7$
Pour l'azote	$J = 431,3$
Pour l'hydrogène	$J = 425,3.$

L'accord de ces nombres entre eux et avec le nombre 425, déduit des expériences de Joule, est très-satisfaisant.

La valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur que fournit cette méthode doit pécher par défaut. En effet toutes les expériences prouvant que

l'expansion libre d'un gaz est accompagnée d'un léger abaissement de température, il faudra, dans la seconde opération, communiquer au gaz une certaine quantité de chaleur ε pour entretenir constante sa température. De la sorte, la chaleur recueillie pendant le parcours du cycle sera égale à

$$k - c - \varepsilon;$$

et l'on aura

$$J = \frac{R}{k - c - \varepsilon},$$

ou bien

$$J = \frac{R}{k - c}\left(1 + \frac{\varepsilon}{k - c} + \text{etc.}\right).$$

Le terme

$$\frac{\varepsilon}{k - c}$$

désigne le rapport entre le travail intérieur et le travail extérieur. D'après les expériences de MM. Thomson et Joule, il aurait les valeurs suivantes

Air	$\frac{1}{500}$
Acide carbonique	$\frac{1}{125}$
Hydrogène	$\frac{1}{1250}$.

On voit par là que l'introduction du terme correctif dans l'expression de l'équivalent mécanique de la chaleur n'en changerait que fort peu la valeur. Au reste, l'incertitude qui pèse sur la détermination des chaleurs spécifiques, à volume constant, rend illusoire toute correction de cet ordre de grandeur.

On a déterminé, par une foule d'autres moyens, la chaleur produite par une dépense donnée de travail mécanique. Tous ont prouvé la justesse du principe de Mayer, et ont fourni pour l'équivalent mécanique d'une calorie un nombre compris entre 425 et 435 kilogrammètres. Lorsqu'on songe aux difficultés à surmonter pour tenir compte de toutes les circonstances qui viennent compliquer la question, on ne sera pas étonné de cette incertitude d'environ $\frac{1}{43}$ qui reste encore sur la valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur.

14. Invariabilité de l'équivalent mécanique de la chaleur. — Dès qu'on admet la possibilité de la conversion du travail mécanique en chaleur et réciproquement, de la chaleur en travail, on est conduit forcément à la conséquence qu'il doit exister, dans tous les cas, le même rapport entre le travail développé ou dépensé et la chaleur absorbée ou produite.

Pour le prouver, il suffit de comparer le phénomène où la transformation a lieu à un phénomène où la transformation est inverse. Si, par exemple, le phénomène est le frottement, où du travail se transforme en chaleur, il faudra le comparer à un phénomène où de la chaleur se transforme en travail. Afin de fixer les idées, nous prendrons pour ce dernier phenomène un appareil composé d'un corps de pompe renfermant un gaz parfait, sous un piston d'un poids faisant constamment équilibre à la pression du gaz.

Supposons que, pour développer une quantité de chaleur Q par le frottement, il soit nécessaire de dépenser une quantité de travail mécanique JQ. Communiquons cette quantité de chaleur Q au gaz parfait contenu dans le corps de pompe, le piston montera et fournira un certain travail mécanique. Supposons que ce travail puisse être plus grand que le travail dépensé dans le frottement, et désignons-le par $JQ\,(1 + h)$. La quantité J serait ainsi l'équivalent mécanique de la chaleur, déduit du frottement, et $J\,(1 + h)$ serait l'équivalent déduit de l'expansion d'un gaz parfait.

On pourra maintenant se servir du travail mécanique $JQ\,(1 + h)$ pour faire marcher l'appareil à frottement, et il est clair qu'on obtiendra ainsi une quantité de chaleur égale à $Q\,(1 + h)$. Cette quantité, en se consommant, à son tour, dans le corps de pompe pour élever le piston, produira un travail $JQ\,(1 + h)^2$.

En répétant indéfiniment cette série d'opérations, on voit que, à l'aide d'une première dépense de travail mécanique JQ, on pourra obtenir une somme indéfiniment croissante de travail. Le mouvement perpétuel serait réalisé; l'hypothèse est donc absurde.

Si l'on supposait l'équivalent mécanique plus petit dans la détente du gaz que dans le frottement, il faudrait prendre h négatif. Dans ce cas, on arriverait, par le même mode de raisonnement, à une conséquence tout aussi absurde: la quantité

JQ de travail mécanique, primitivement dépensée, finirait par disparaître sans produire aucun autre effet.

Les mêmes raisonnements sont applicables à tous les phénomènes possibles où le travail se transforme en chaleur; il n'existe donc pour tous ces phénomènes qu'un seul équivalent mécanique de la chaleur.

Passons maintenant aux phénomènes où la chaleur se transforme en travail, tels que ceux qui ont lieu dans les machines à vapeur, à gaz, etc. Il faudra les comparer à un phénomène inverse, par exemple, à la compression d'un gaz parfait, dans un corps de pompe, sous un piston chargé d'un poids constamment en équilibre avec sa pression. Supposons que dans un phénomène quelconque, où la chaleur se transforme en travail, on obtienne, au moyen de la quantité de chaleur Q, un travail JQ. Employons ce travail à faire descendre le piston dans le corps de pompe, en comprimant le gaz; on recueillera par ce moyen une quantité de chaleur qui sera différente de Q, si la valeur de l'équivalent mécanique n'est plus égale à J dans la compression. Si, par exemple, l'équivalent est plus grand et égal à $J(1+h)$, la chaleur recueillie sera

$$\frac{Q}{1+h}.$$

Nous pouvons, dans une opération suivante, nous servir de cette chaleur pour produire du travail

au moyen du premier phénomène. Nous obtiendrons ainsi un travail égal à

$$\frac{JQ}{1+h}.$$

Ce travail, employé à comprimer le gaz, produira une quantité de chaleur

$$\frac{Q}{(1+h)^2}.$$

En poursuivant indéfiniment la serie de ces opérations, on parviendra à anéantir la quantité de chaleur Q, sans rien produire, ce qui est absurde.

L'absurdité ne serait pas moins manifeste si nous avions supposé, dans la compression du gaz, une valeur plus petite que J pour l'équivalent mécanique de la chaleur; nous aurions été conduits à cette conclusion, qu'on pourrait accroître la chaleur au delà de toute limite, sans dépenser du travail.

Par conséquent, dans tous les phénomènes où la chaleur se transforme en travail, il n'existe qu'un seul équivalent mécanique de la chaleur.

De tout ce qui précède, on doit tirer la conclusion que le rapport d'équivalence du travail mécanique et de la chaleur est le même dans tous les ordres de phénomènes.

Mais pour que l'équivalence existe, il faut qu'aucun autre effet n'intervienne entre le phénomène mécanique et le phénomène thermique. C'est commettre la plus grave des erreurs que d'établir, comme on l'a fait quelquefois, la relation d'équivalence entre la quantité de chaleur absorbée par

un corps et le travail extérieur, sans ramener le corps à son état primitif. Si l'on veut déduire du travail extérieur l'équivalent mécanique de la chaleur, il faut que le corps qui sert d'intermédiaire à la transformation mutuelle de la chaleur et du travail, revienne exactement à son état primitif, après toutes les modifications qu'il a subies. Le cycle qu'on lui fait parcourir peut être réversible on non, mais il doit être fermé.

Le seul cas qui fait exception est celui d'un gaz parfait dans lequel on suppose que les molécules puissent s'éloigner et se rapprocher sans exiger du travail. Dans ce cas, il n'est point nécessaire que le cycle soit fermé pour en déduire la valeur de l'équivalent; mais il suffit qu'aucun autre effet n'intervienne entre le phénomène mécanique et le phénomène calorifique que l'on compare.

Chapitre III.

Principe de Carnot.

15. Manière de fonctionner des machines thermiques. — Une machine *thermique* est un appareil qui sert à convertir la chaleur en travail mécanique.

Lorsqu'une quantité de chaleur est donnée, on peut certainement la convertir en entier en travail mécanique. On peut, par exemple, en l'appliquant à un gaz parfait, renfermé dans un cylindre, soulever un pistòn chargé de poids et l'abandonner ensuite dans la position où on l'a amené. Mais c'est d'un tout autre fonctionnement de la machine que l'industrie a besoin. Il lui faut une action continue, un mouvement périodique se reproduisant sans cesse dans la machine, aussi longtemps qu'est appliquée l'action de la chaleur. Il faut que le piston, après s'être soulevé à une hauteur déterminée, retourne à sa position primitive, et que la succession de ces deux mouvements alternatifs soit indéfiniment répétée.

Mais le gaz situé au-dessous du piston oppose

au mouvement descendant une résistance qui ne peut être surmontée que par la dépense d'une certaine quantité de travail; il s'échauffe en même temps qu'il se comprime, et la chaleur qu'il dégage doit lui être soustraite pour rétablir entièrement l'état primitif.

Donc, si dans la première période du jeu de la machine, la totalité de la chaleur qui lui est communiquée peut se transformer en travail, dans la seconde période, une partie du travail ainsi développé est consommée en reproduisant de la chaleur dans la machine elle-même; le reste seulement est disponible à l'extérieur.

On voit par là que pour produire du travail mécanique au moyen de la chaleur, il faut disposer d'une *source* de chaleur et d'un absorbant de chaleur ou *réfrigérant*, avec lesquels le corps qui sert à opérer la transformation de la chaleur en travail soit mis alternativement en rapport.

Pour fixer les idées, supposons que la transformation ait lieu au moyen de la machine à vapeur. La chaleur, développée dans le foyer par l'effet de la combustion, traverse les parois de la chaudière, et vient donner naissance à de la vapeur. En s'introduisant dans le corps de pompe, la vapeur pousse le piston. Quand celui-ci est parvenu à une certaine distance, la communication avec la chaudière se ferme, et la vapeur introduite continue à pousser le piston en se détendant, c'est-à-dire en diminuant de pression, à mesure que

son volume augmente. Quand le piston est arrivé à l'extrémité de la course, l'orifice qui fait communiquer cette partie du cylindre avec la chaudière s'ouvre, et la vapeur introduite agissant sur l'autre face du piston le fait rétrograder. En même temps l'espace parcouru par le piston dans le cylindre est mis en communication avec une capacité appelée *condenseur,* et la vapeur, refoulée dans cette capacité, y rencontrant un jet d'eau froide, se condense. Ces opérations étant répétées, le piston prend un mouvement rectiligne alternatif, qu'on transforme en un mouvement de rotation continu.

Certaines machines à haute pression rejettent la vapeur dans l'atmosphère, au lieu de la condenser; telles sont les locomotives employées à la traction des convois sur les chemins de fer. Ici l'atmosphère remplace le condenseur: c'est comme si l'on employait un condenseur ayant la température de la vapeur sous la pression d'une atmosphère, c'est-à-dire 100° C.

Si l'on réfléchit à la manière d'agir de la machine à vapeur, on s'aperçoit qu'à chaque coup de piston la vapeur enlève de la chaleur à la chaudière et qu'elle en apporte au contraire au condenseur, où elle vient se liquéfier. En même temps, à chaque coup de piston, un certain travail mécanique est développé.

D'après le principe de Mayer, la production de ce travail exige la disparition d'une quantité équivalente de chaleur. Par conséquent, la quantité de

chaleur apportée au condenseur doit être moindre que celle qui est empruntée à la chaudière, précisément d'une quantité équivalente au travail produit.

Sadi Carnot, en admettant la matérialité de la chaleur et, par suite, son indestructibilité, voyait, dans le travail effectué par la machine à vapeur, l'équivalent du phénomène du passage de toute la chaleur de la chaudière au condenseur; de même que le travail effectué par une roue hydraulique est l'équivalent de la chute de l'eau motrice du bief supérieur au bief inférieur. Suivant lui, la vapeur apportait au condenseur autant de chaleur qu'elle en empruntait à la chaudière.[1])

Mais dès qu'on admet que toute production de travail correspond à une disparition de chaleur, on est forcément conduit à voir, dans le travail extérieur développé par la machine à vapeur, l'équivalent d'une certaine quantité de chaleur qui doit disparaître, pendant qu'une autre partie passe de la chaudière dans le condenseur.

Bien qu'on sente la justesse de cette seconde manière de voir, il est néanmoins bon que l'expérience directe vienne prononcer entre elle et la première. A cet effet, il faut mesurer à la fois le travail de la machine et la disparition de chaleur qui l'accompagne, et faire voir qu'il existe entre ces deux quantités un rapport constant, précisément égal à l'équivalent mécanique de la chaleur.

---

1) Voir dans la Note II une analyse de l'admirable ouvrage de Sadi Carnot, et une notice sur sa vie.

L'expérience a été faite par M. Hirn, ingénieur civil de Colmar. Il a prouvé que la vapeur apporte au condenseur moins de chaleur qu'elle n'en prend à la chaudière, et que la chaleur consommée à l'intérieur de la machine est proportionnelle au travail mécanique développé.

[1]„La vapeur d'eau est un moyen de développer du travail, mais elle n'est pas le seul: tous les corps de la nature peuvent être employés à cet usage; tous sont susceptibles de changements de volume, de contractions et de dilatations successives, par des alternatives de chaleur et de froid; tous sont capables de vaincre, dans leurs changements de volume, certaines résistances et de développer ainsi du travail. Un corps solide, une barre métallique, par exemple, alternativement chauffée et refroidie, augmente et diminue de longueur, et peut mouvoir des corps fixés à ses extrémités. Un liquide, alternativement chauffé et refroidi, augmente et diminue de volume et peut vaincre des obstacles plus ou moins grands opposés à sa dilatation. Un fluide aériforme est susceptible de changements considérables de volume par les variations de température: s'il est renfermé dans une capacité extensible, telle qu'un cylindre muni d'un piston, il produira des mouvements d'une grande étendue. Les vapeurs de tous les corps susceptibles

1) **S. Carnot** — ***Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance*, p. 13.**

de passer à l'état gazeux, de l'alcool, du mercure, du soufre, etc., pourraient remplir le même office que la vapeur d'eau.“

16. Entre deux sources à des températures données, le plus grand travail que la chaleur peut fournir est indépendant des moyens employés pour opérer la transformation. — Puisque tous les corps de la nature peuvent servir, comme intermédiaires, à transformer la chaleur en travail, il est naturel de s'adresser cette question: Le travail que la chaleur peut produire est-il immuable en quantité, ou varie-t-il avec la substance intermédiaire, choisie comme moyen d'action de la chaleur?

C'est la question que s'est posée Sadi Carnot et dont il a donné le premier la solution.

Il est clair que cette question ne peut être faite que pour une quantité donnée de chaleur, les températures de la source et du réfrigérant étant également données. On dispose, par exemple, d'une source à la température de 100° C. et d'un réfrigérant à 0° C., et l'on demande si le travail mécanique que peut produire une quantité donnée de chaleur, par exemple une calorie, empruntée à la source, varie avec la substance intermédiaire, si la vapeur d'eau offre à cet égard plus ou moins d'avantages que la vapeur d'alcool, de mercure, qu'un gaz permanent ou que toute autre substance.

Pour résoudre cette question, il nous faut con-

sidérer une machine thermique fonctionnant entre deux sources de chaleur à des températures données, et qui soit parfaitement réversible, c'est-à-dire une machine qui puisse fonctionner également dans un sens ou dans l'autre entre les deux sources de. chaleur.

Toutes les machines fondées sur la dilatation sont nécessairement réversibles, car par la dépense d'un travail extérieur on peut les faire fonctionner en sens inverse de leur marche ordinaire, et leur faire produire de la chaleur tout en transportant de la chaleur de la source inférieure à la source supérieure. La machine à vapeur, par exemple, est un appareil réversible. Si, dans l'usage ordinaire, elle sert à produire du travail en consommant de la chaleur, elle peut aussi, au moyen d'un travail extérieur, fonctionner en sens inverse de sa marche habituelle et produire de la chaleur aux dépens du travail qu'elle consomme.

Produits par l'action d'un travail extérieur, les mouvements du piston détermineront successivement l'évaporation de l'eau du condenseur, la compression de la vapeur ainsi introduite dans le cylindre, sa transformation en vapeur saturée à la température de la chaudière et finalement sa liquéfaction. La vapeur apporte alors, en définitive, à la chaudière plus de chaleur qu'elle n'en prend au condenseur; il y a à la fois dépense de travail et production de chaleur.

Par une marche directe la machine à vapeur

produit du travail et transporte de la chaleur de la chaudière au condenseur; par une marche inverse, elle dépense du travail et transporte de la chaleur du condenseur à la chaudière. Mais si l'on agit de part et d'autre sur la même quantité de vapeur, s'il ne se fait aucune perte ni de travail ni de chaleur, le travail produit dans le premier cas sera égal à celui qu'on dépensera dans le second; et la quantité de chaleur passée, dans le premier cas, de la chaudière au condenseur, sera égale à la quantité qui repasse, dans le second, du condenseur à la chaudière; de sorte qu'on pourrait faire un nombre indéfini d'opérations alternatives de ce genre, sans qu'il y eût en définitive ni travail produit, ni chaleur passée d'une source à l'autre.

Or, s'il existait des moyens d'employer la chaleur préférables à la machine à vapeur, ou, en d'autres termes, s'il était possible, par un appareil quelconque, de faire produire à la chaleur un travail plus grand qu'avec la machine à vapeur entre les mêmes sources de chaleur, il suffirait de distraire une portion de ce travail pour faire remonter, par la marche inverse de la machine à vapeur, la chaleur du condenseur à la chaudière, pour rétablir les choses dans leur état primitif, et se mettre par là en mesure de recommencer une suite d'opérations entièrement semblables à la première.

Il n'est pas difficile de concevoir ces deux machines associées l'une à l'autre, de telle façon

que la machine qui produit plus de travail fasse marcher la machine à vapeur en sens contraire de son mouvement ordinaire. On aurait ainsi une machine agissant d'elle-même (automotrice) qui produirait incessamment du travail mécanique sans soustraire aucune chaleur de la source supérieure.

Or, en vertu du principe de Mayer, le travail produit par cette machine nécessite une disparition de chaleur. Dans notre cas, cette chaleur ne pourra venir que du réfrigérant, car la source ne gagne ni ne perd rien. Nous sommes donc conduits à conclure qu'on pourrait obtenir du travail en soustrayant de la chaleur d'une source plus froide pour la reporter sur une source plus chaude. Cela est absurde, car, pour peu qu'on y réfléchisse, on s'apercevra qu'il est impossible de tirer du travail de la chaleur sans la faire passer d'un corps plus chaud à un corps plus froid.

La chaleur ne peut évidemment être une cause de mouvement et, par suite, de travail mécanique, qu'en vertu des changements de volume ou de forme qu'elle fait subir aux corps; ces changements ne sont possibles qu'en faisant passer la chaleur d'un corps plus chaud dans un corps plus froid.

„Si l'on ne rencontrait autour de soi que des corps aussi chauds que nos foyers, comment parviendrait-on à condenser la vapeur? où la placerait-on une fois qu'elle aurait pris naissance? Il ne faudrait pas croire qu'on pût, ainsi que cela se pratique dans certaines machines, la rejeter dans

l'atmosphère: l'atmosphère ne la recevrait pas. Elle ne la reçoit, dans l'état actuel des choses, que parce qu'elle remplit à son égard l'office d'un vaste condenseur, parce qu'elle se trouve à une température plus basse: autrement elle en serait bientôt remplie, ou plutôt elle en serait d'avance saturée." [1])

On doit donc conclure qu'il ne peut exister de machine capable de fournir plus de travail avec la même quantité de chaleur, puisée à une source, que n'en réalise une machine à vapeur ou, plus généralement, une machine réversible; et que, par conséquent, le plus grand travail mécanique qu'on puisse tirer d'une quantité donnée de chaleur, avec les mêmes températures de la source et du réfrigérant, est fourni par une machine parfaitement réversible.

Ce plus grand travail est indépendant des agents mis en œuvre pour le réaliser, et dépend uniquement des températures des corps entre lesquels se fait le transport de la chaleur.

On comprend toute l'importance de cette proposition qui fut énoncée pour la première fois par Sadi Carnot en 1824: elle nous apprend que le plus grand travail qu'on puisse retirer d'une quantité donnée de chaleur est toujours le même, quel que soit l'agent mis en œuvre pour le réaliser, et que l'espoir d'augmenter le travail en employant

1) Sadi Carnot. Réfl. sur la puiss. p. 11.

un agent, un mécanisme, plutôt qu'un autre, est une chimère.

Il est bon, avant de passer outre, de faire une remarque. On a supposé tacitement, dans ce qui précède, que la machine réversible, à laquelle on comparait toutes les autres machines, recevait toute la chaleur à une seule température et la rejetait de même à une seule température plus basse, ou, ce qui revient au même, on a supposé qu'elle ne fonctionnait qu'entre deux sources à des températures constantes. Or, les machines à vapeur, telles qu'on les emploie, ne remplissent point cette condition. En effet, lorsqu'on emprunte de la chaleur au foyer pour donner naissance à de la vapeur, et que cette vapeur est ensuite condensée par son contact avec l'eau froide du condenseur, l'eau employée à former la vapeur et qu'on supposait d'abord à la température du foyer se trouve, à la fin de l'opération, à la température du condenseur; elle s'est refroidie. Si l'on veut recommencer une opération semblable à la première, si l'on veut développer une nouvelle quantité de travail avec le même instrument, avec la même eau, il faut d'abord rétablir les choses dans leur état primitif, il faut rendre à l'eau le degré de température qu'elle avait d'abord. Cela se fait en la remettant en contact avec les parois de la chaudière. Pendant son échauffement, l'eau passe successivement par toutes les températures comprises entre la température du condenseur et celle de la chaudière; de sorte qu'à la place d'une source

supérieure à une seule température, on a une série de sources à diverses températures.

La machine à vapeur, telle qu'elle existe, n'est donc pas une machine où toute la chaleur soit puisée à la même température, et par cela elle ne fournit point le plus grand travail possible entre les températures de la chaudière et du condenseur, comme nous le ferons voir plus loin; mais il est facile de la rendre capable du plus grand travail possible, au moyen d'une dernière opération à effectuer après la condensation de la vapeur dans le condenseur. Nous allons décrire le jeu de la machine à vapeur ainsi modifiée, en nous aidant d'un diagramme.

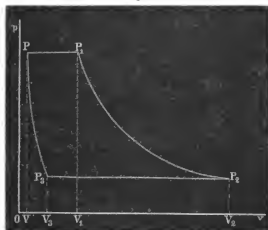
Concevons une masse liquide à une température T et sous la pression correspondante de la vapeur saturée à cette température. Portons sur l'axe des abscisses Ov (Fig. 4) une quantité OV égale au volume du liquide, et sur une ligne parallèle à l'axe des ordonnées Op une quantité VP égale à la pression de la vapeur du liquide qui correspond à la température T.

Mettons le liquide en contact avec une source de chaleur entretenue constamment à la température T (c'est la chaudière).

Si le liquide est renfermé dans une enveloppe extensible, telle qu'un cylindre muni d'un piston, et si nous augmentons le volume de l'enveloppe en empêchant complétement toute perte de chaleur au dehors, une partie de la masse liquide se transformera en vapeur, en empruntant à la source

la chaleur nécessaire, et la pression restera constante. Alors, si l'on porte sur l'axe des abscisses des quantités représentant les volumes successifs qu'occupe le mélange de liquide et de vapeur, et qu'on prenne pour ordonnées les valeurs correspondantes de la pression, comme celle-ci reste constante, la courbe des pressions sera une ligne droite $P P_1$ parallèle à l'axe des abscisses.

Fig. 4.



Lorsqu'une certaine quantité de vapeur a été formée et que le mélange de liquide et de vapeur occupe un volume $O V_1$, écartons la source de chaleur, et continuons la dilatation sans ajouter ni retrancher de la chaleur. Alors la température du mélange baissera pendant que la pression diminuera suivant une certaine loi qui pourra être

représentée géométriquement par une courbe $P_1 P_2$ dont les abscisses seraient les volumes du mélange, et les ordonnées les pressions correspondantes. Supposons qu'on pousse la dilatation jusqu'à ce que la température, diminuant graduellement, devienne égale à la température t du réfrigérant qui est entretenu constamment à cette température; soit $O V_2$ le volume et $V_2 P_2$ la pression qui y correspondent.

Pendant cette première partie du cycle que nous décrivons, on aura développé un travail représenté par la surface du rectangle $V P P_1 V_1$ et du trapèze mixtiligne $V_1 P_1 P_2 V_2$, en empruntant à la source supérieure une quantité de chaleur que nous désignerons par Q.

Maintenant, approchons le réfrigérant, mettons-le en contact avec le mélange de liquide et de vapeur, et réduisons successivement le volume de celui-ci; une partie de la vapeur passera à l'état liquide et le mélange de liquide et de vapeur cédera, à mesure qu'il diminue de volume, sa chaleur au réfrigérant en se maintenant toujours à la même température t. La loi de la variation de la pression sera donnée par la ligne $P_2 P_3$ parallèle à l'axe des abscisses. Nous continuerons ainsi de réduire le volume jusqu'à la rencontre d'une courbe $P P_3$ de même espèce que la courbe $P_1 P_2$ et passant par le point initial P.

A partir du point P_3, si nous éloignons le réfrigérant et continuons à réduire le volume du mélange sans ajouter ni retrancher de la chaleur,

nous reviendrons au point initial P, en suivant la courbe $P_3 P$.

Pendant cette seconde partie du cycle, on dépensera un travail représenté par le rectangle $P_3 V_3 V_2 P_2$ et le trapèze mixtiligne $P V V_3 P_3$, et l'on versera dans le réfrigérant une quantité de chaleur que nous désignerons par q.

Si l'on retranche du travail développé pendant la dilatation celui qui est absorbé pendant la compression, on aura pour différence la surface du parallélogramme mixtiligne $P P_1 P_2 P_3$ qui représentera le travail développé pendant la série entière des opérations que nous avons décrites, et à la suite desquelles le liquide employé se retrouve dans son état primitif.

Il faut remarquer, d'autre part, que de la quantité de chaleur Q, empruntée à la source supérieure, une seule partie q passe dans le réfrigérant, et que la différence $Q-q$ se transforme dans le travail représenté par la surface du quadrilatère mixtiligne $P P_1 P_2 P_3$.

L'opération inverse est également possible; en effet prenons le même volume de liquide $O V$ à la température T et sous la pression correspondante $V P$; renfermons-le dans une enveloppe imperméable à la chaleur, et dilatons-le jusqu'à ce que la température diminuant graduellement devienne égale à t, tandis que le volume du mélange d'eau et de vapeur devient égal à $O V_3$ et la pression devient égale à $V_3 P_3$; continuons la dilatation, après avoir

mis le mélange d'eau et de vapeur en contact avec le réfrigérant qui a la même température; celui-ci fournira au mélange de liquide et de vapeur la chaleur nécessaire pour maintenir sa température constante. Poussons l'opération jusqu'à ce que le réfrigérant ait rendu au mélange la chaleur qu'il en avait reçue dans l'opération directe. On parviendra de la sorte au point P_2. Ecartons ensuite le réfrigérant et diminuons le volume du mélange, sans lui donner ni lui enlever de la chaleur, jusqu'à ce que sa température, en croissant progressivement, redevienne égale à T au point P_1 de rencontre de la courbe P_2P_1 avec la droite PP_1 parallèle à l'axe Ov. Alors, approchons la source supérieure qui possède la même température T, et continuons la réduction de volume le long de la droite P_1P, jusqu'à ce que le volume reprenne sa valeur primitive OV.

De la sorte, le mélange de liquide et de vapeur passe successivement, mais dans un ordre inverse, par tous les états de température et de pression par lesquels il avait passé dans la première série d'opérations; conséquemment, les dilatations sont devenues des compressions, et réciproquement, mais elles suivent la même loi. Par suite, les travaux développés, dans le premier cas, sont absorbés dans le second, et réciproquement, mais ils conservent les mêmes valeurs numériques.

On voit ainsi que, par la marche directe, on emprunte une quantité Q de chaleur à une source

entretenue à une température constante T, et l'on verse une quantité de chaleur q dans un réfrigérant entretenu à une température t inférieure et constante, pendant qu'on développe un certain travail mécanique qui doit être forcément l'équivalent de la chaleur disparue $Q - q$. Par le procédé inverse, on emprunte au réfrigérant une quantité q de chaleur, et l'on verse dans la source supérieure une quantité de chaleur Q, tout en consommant un travail équivalent à la chaleur produite $Q - q$. A la fin de chacune des séries d'opérations, le corps intermédiaire est revenu à son état primitif.

Il nous a suffi, pour faire de la machine à vapeur un appareil ne fonctionnant qu'entre deux températures, d'ajouter à son jeu ordinaire une quatrième opération, pendant laquelle le mélange de vapeur et d'eau qui se trouve dans le condenseur est porté, à l'aide d'une certaine compression, à la température plus élevée de la chaudière. Une machine à vapeur, à laquelle on aurait fait cette addition, serait une machine donnant le plus grand travail qu'il soit possible de tirer d'une machine thermique quelconque fonctionnant entre les mêmes températures de la source et du réfrigérant.

Nous appellerons dorénavant *cycle de Carnot,* du nom de son inventeur, le cycle spécial où toute la chaleur est reçue à une seule température et rejetée de même à une seule température plus basse. Toute machine qui réalise un tel cycle donne le plus grand travail possible; mais nous préviendrons

que ce cycle n'est pas le seul jouissant de cette propriété. Nous ferons voir par la suite qu'il existe une infinité d'autres cycles jouissant de la même propriété de donner le plus grand effet possible.

17. Relation entre les températures des sources et les quantités de chaleur transmises. — De tout ce qui précède, il résulte qu'il doit exister une relation, indépendante de la nature de l'intermédiaire, entre la chaleur Q empruntée à la source, le travail $J(Q-q)$ équivalent à la chaleur disparue $Q-q$, et les températures T et t de la source et du réfrigérant. De plus, il faudra qu'entre les mêmes températures T et t, le travail $J(Q-q)$ augmente proportionnellement à Q, afin que par n opérations successives, toutes identiques, le travail produit $nJ(Q-q)$ soit précisément le même que celui qu'on obtiendrait d'une seule opération en empruntant, d'un seul coup, une quantité de chaleur nQ à la source.

Il faudra, en un mot, qu'on ait la relation

$$\frac{Q}{J(Q-q)} = F(T, t),$$

F étant une fonction complétement indépendante de la nature de l'intermédiaire qu'on voudra employer.

On peut remplacer l'équation précédente par l'équation

$$\frac{Q}{q} = f(T, t),$$

dans laquelle f désigne encore une fonction qui est la même pour tous les corps de la nature.

Maintenant, il est clair que si l'on parvient à déterminer la fonction f pour un corps seul, on l'aura dès lors déterminée pour toutes les substances de la nature. Nous prendrons, à cet effet, un gaz parfait, c'est-à-dire un corps défini par la propriété d'avoir constantes les deux chaleurs spécifiques, à pression constante, et à volume constant, et d'obéir à la loi de Mariotte. Nous avons fait voir qu'un corps jouissant de ces propriétés, ne doit donner lieu à aucun travail intérieur pendant qu'il varie de volume.

Prenons un kilogramme d'un tel gaz à la température t, et soumettons-le aux diverses opérations suivantes qui constituent un cycle de Carnot:

1°. Comprimons le gaz, sans addition ni soustraction de chaleur, jusqu'à ce que sa température soit montée de t à T;

2°. Laissons le gaz se détendre, en lui donnant la chaleur nécessaire pour qu'il se conserve constamment à la température T, au moyen d'une source à cette température;

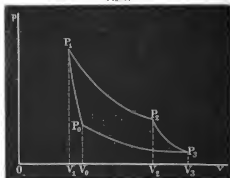
3°. Continuons la dilatation, sans ajouter ni soustraire de la chaleur, jusqu'à ce que la température du gaz tombe à t;

4°. Comprimons le gaz à température constante, en le mettant en contact avec un réfrigérant à la température t, jusqu'à ce qu'il soit revenu à son volume primitif et par conséquent aussi à sa pression primitive.

La figure ci-après (Fig. 5) représente le cycle

d'opérations qu'on vient de décrire. Les deux courbes P_0P_1, P_3P_2 représentent les variations correspondantes du volume et de la pression du gaz, lorsqu'on le comprime ou qu'on le dilate, sans addition ni soustraction de chaleur; les deux courbes P_1P_2, P_0P_3 représentent les variations correspondantes du volume et de la pression du gaz, lorsqu'on le dilate ou qu'on le comprime à température constante. En vertu de la loi de Mariotte,

Fig. 5.



ces deux courbes sont des portions d'hyperboles équilatères ayant pour asymptotes les axes des coordonnées.

De P_1 à P_2 le gaz absorbe de la source supérieure une quantité de chaleur Q, et développe un travail extérieur égal à l'aire $V_1P_1P_2V_2$. De P_3 à P_0 le gaz cède au réfrigérant une quantité de chaleur q, et absorbe un travail égal à l'aire $V_0P_0P_3V_3$.

Le travail intérieur du gaz étant nul, l'aire du quadrilatère mixtiligne $V_1 P_1 P_2 V_2$ sera l'équivalent mécanique de la chaleur Q fournie par la source au gaz, pendant qu'il se dilate en contact avec elle; car, la température restant constante, le seul effet produit par la chaleur Q consiste dans le travail extérieur. De même, l'aire du quadrilatère $V_0 P_0 P_3 V_3$ sera l'équivalent mécanique de la chaleur q écoulée dans le réfrigérant pendant la condensation du gaz qui s'opère en contact avec lui.

Donc, si l'on désigne par v et p le volume et la pression du gaz à la température t, on aura

$$JQ = \text{aire } V_1 P_1 P_2 V_2 = \int_{v_1}^{v_2} p\,dv,$$

$$Jq = \text{aire } V_0 P_0 P_3 V_3 = \int_{v_0}^{v_3} p\,dv;$$

d'où l'on tire

$$\frac{Q}{q} = \frac{\int_{v_1}^{v_2} p\,dv}{\int_{v_0}^{v_3} p\,dv}.$$

Pour les gaz parfaits, on a

$$pv = Rt,$$

et par suite

$$\int p\,dv = R\int t\,\frac{dv}{v}.$$

Lorsque la température t est constante, on aura

$$\int p\,dv = Rt \log v + \text{const.}$$

Sur la courbe $P_1 P_2$, la température est con-

stamment égale à T; sur la courbe $P_0 P_3$, elle est constamment égale à t; il s'en suit qu'on aura

$$\int_{v_1}^{v_2} p\,d\,v = T \log \frac{v_2}{v_1},$$

$$\int_{v_0}^{v_3} p\,d\,v = t\ \log \frac{v_3}{v_0};$$

et partant

$$\frac{Q}{q} = \frac{T \log \frac{v_2}{v_1}}{t\ \log \frac{v_3}{v_0}}.$$

Or, on peut démontrer l'égalité

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_0}.$$

En effet, les deux courbes $P_0 P_1$, $P_3 P_2$ devant satisfaire à la condition que le gaz ne reçoive ni ne cède aucune chaleur, pendant qu'il les parcourt, les variables p et v doivent avoir entre elles une relation telle, que l'expression de la chaleur reçue

$$d\,Q = \frac{k}{R}\, p\,d\,v + \frac{c}{R}\, v\,d\,p,$$

que nous avons trouvée précédemment (13), soit égale à zéro. Ainsi l'on aura, pour l'équation différentielle de ces courbes

$$k\,p\,d\,v + c\,v\,d\,p = 0,$$

ou, en divisant par $c\,p\,v$,

$$\frac{k}{c}\,\frac{d\,v}{v} + \frac{d\,p}{p} = 0.$$

En intégrant à partir d'un état initial (p_0, v_0), il vient

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\frac{k}{c}}.$$

C'est l'équation des courbes telles que $P_0 P_1$, $P_3 P_2$.

En ayant égard aux équations

$$p\,v = R\,t$$

$$p_0\,v_0 = R\,t_0,$$

on obtient

$$\frac{t}{t_0} = \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\frac{k}{c} - 1}.$$

On aura donc, pour la courbe $P_0 P_1$,

$$\frac{t}{T} = \left(\frac{v_1}{v_0}\right)^{\frac{k}{c} - 1};$$

et, pour la courbe $P_3 P_2$,

$$\frac{t}{T} = \left(\frac{v_2}{v_3}\right)^{\frac{k}{c} - 1};$$

d'où l'on déduit

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{v_2}{v_3},$$

ou bien

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_0},$$

ce qu'il fallait démontrer.

Par conséquent, on tombe sur la relation fort simple

$$\frac{Q}{q} = \frac{T}{t},$$

qui, étant vraie pour un gaz parfait, le sera aussi pour tous les corps de la nature.

On en conclut que, si un corps quelconque, assujetti à un cycle fermé et réversible, emprunte de la chaleur à une source supérieure, entretenue à une température constante, et verse de la chaleur dans une source inférieure, entretenue aussi à une température constante, les températures de ces sources sont proportionnelles aux quantités de chaleur empruntées et versées.

Tel est le *principe de Carnot*, dans une des formes diverses qu'on peut lui donner.

M. W. Thomson a proposé[1]) de se servir de ce principe pour définir la température des corps. La température ainsi définie serait complétement indépendante de la nature de la substance des thermomètres. On voit que cette température est précisément celle qui est marquée par un thermomètre formé d'un gaz parfait, dont le zéro est placé au-dessous de la glace fondante à un nombre de degrés égal au réciproque du coefficient de dilatation.

18. Travail développé par une machine thermique parfaite. — De l'équation ci-dessus

$$\frac{Q}{q} = \frac{T}{t},$$

on deduit

$$Q - q = Q - Q\frac{t}{T}.$$

1) *On an Absolute Thermometric Scale founded on Carnot's Theory of the Motive Power of Heat, etc. Proceedings Cambr. Phil. Soc. June 5, 1848,* ou *Philosophical Magazine, Oct. 1848.*

Or, le travail mécanique qu'on obtient à l'aide du cycle d'opérations est égal à

$$J\,(Q - q);$$

on aura donc

$$J\,(Q - q) = JQ - JQ\,\frac{t}{T}$$

pour l'expression du travail produit par une machine thermique, fonctionnant entre les températures T et t, pendant que la quantité de chaleur Q est soutirée de la source. C'est le plus grand travail que puisse fournir une machine thermique placée dans ces circonstances.

Ce résultat est d'une haute importance pour la théorie des machines thermiques. Il nous apprend qu'aucune machine industrielle ne peut transformer en travail mécanique la totalité de la chaleur Q fournie par le combustible, et que la machine la plus parfaite ne pourra jamais convertir en travail mécanique une quantité de chaleur supérieure à

$$Q - Q\,\frac{t}{T}.$$

Le reste de la chaleur

$$q = Q\,\frac{t}{T}$$

n'est point annulé, mais, en passant dans le réfrigérant, il est à jamais perdu pour la machine.

On entend souvent des personnes, qui ne connaissent point le principe de Carnot, formuler une critique de la machine à vapeur qui ne tendrait rien moins qu'à la mettre au nombre des appareils

les plus grossiers de l'industrie. Voici leur raisonnement: la meilleure machine à vapeur à haute pression, à détente et à condensation, ne brûle pas moins de $2^k,5$ de houille par heure et par force de cheval, c'est-à-dire qu'elle dépense $2^k,5$ de houille pour produire un travail de

$$75 \times 60 \times 60 \text{ kilogrammètres.}$$

Or, 1^k de houille produit en brûlant 7500 calories, et partant $2^k,5$ de houille produisent

$$2,5 \times 7500 \text{ calories.}$$

En divisant le travail développé par la chaleur dépensée, on trouve que, dans la meilleure machine à vapeur, 1 calorie ne produit que 14,4 kilogrammètres. Cependant, on sait que 1 calorie équivaut au moins à 425 kilogrammètres; donc la meilleure machine à vapeur n'utilise que $\frac{1}{30}$ en nombres ronds de la chaleur fournie par le combustible.

Cette comparaison serait juste si l'on pouvait pratiquement convertir en travail la totalité de la chaleur fournie par le combustible; mais on ne peut obtenir un travail continu qu'en versant une partie de la chaleur dans un réfrigérant; de sorte qu'une partie seulement de la chaleur peut être utilisée.

Si l'on suppose, par exemple, que la machine à vapeur fonctionne entre les limites de températures

$$T = 150^o + 274^o = 424^o$$
$$t = 50^o + 274^o = 324^o,$$

une machine thermique, quelque parfaite qu'elle soit, ne pourra jamais utiliser plus de

$$1 - \frac{324}{474} = \frac{100}{424}$$

de la chaleur fournie par le combustible; les autres

$$\frac{324}{424}$$

de cette chaleur passeront dans le réfrigérant et seront perdus pour le travail de la machine.

Par conséquent, ce n'est pas à 425 kilogrammètres qu'il faut comparer le travail fourni par une calorie, mais bien à

$$425 \times \frac{100}{424} = 100 \text{ kilogrammètres}$$

en nombres ronds. De la sorte, la fraction que la machine à vapeur, dans son état actuel, utilise devient

$$\frac{14,4}{100} = \frac{1}{7} \text{ à peu près.}$$

La quantité de chaleur perdue, savoir les $\frac{6}{7}$, est encore énorme, mais bien moindre que les $\frac{29}{30}$ qu'on avait trouvés d'abord. Au reste cette perte est due pour la plus grande partie au foyer et à la cheminée et en très-petite partie à la machine même.

Pour parvenir à recueillir de la machine le travail JQ, équivalent de la chaleur employée, il

faudrait pouvoir disposer d'un réfrigérant à une température

$$t = 0,$$

soit à une température de 274° au-dessous de la glace fondante, ce qui est pratiquement impossible.

19. Zéro absolu de la température. — Nous ferons ici une remarque importante. Lorsqu'une quantité Q de chaleur est donnée, on ne saurait évidemment songer à en retirer un travail plus grand que celui qui représente son équivalent mécanique, savoir JQ. Par conséquent, on doit exclure la supposition que t puisse devenir une quantité négative dans l'expression du travail développé

$$JQ - JQ\frac{t}{T}.$$

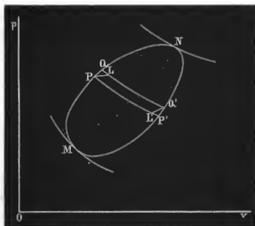
Ainsi, dans l'échelle des températures absolues, il ne peut exister des températures négatives, et le zéro de cette échelle est bien le zéro absolu des températures.

20· Généralisation du principe de Carnot — Equation de Clausius. — Jusqu'ici nous n'avons étudié qu'un genre de cycle très-particulier qu'on nomme *cycle de Carnot.* Dans le mode d'opération que nous avons considéré, il ne s'agit que de deux sources qui perdent ou gagnent de la chaleur et d'un corps intermédiaire qui emprunte de la chaleur à l'une, pendant qu'on lui permet de se détendre à température constante, et verse de la chaleur sur l'autre, pendant qu'on le comprime à tempé-

rature constante. Nous allons maintenant considérer un cycle fermé et réversible quelconque.

Soit un cycle $NPQNQ'P'M$, (Fig. 6), décrit au moyen des expansions et des contractions successives d'un corps qui reçoit de différentes sources aux températures T, T', T'', ... les quantités de chaleur dQ, dQ', dQ'', ... et verse dans d'autres sources aux températures t, t', t'', ... les quantités de chaleur dq, dq', dq''...

Fig. 6.



Traçons sur la figure une série de courbes PP', QQ', ... infiniment voisines, qui représentent les transformations du corps intermédiaire résultant d'une variation de volume, sans communication de chaleur avec l'extérieur, et remplaçons le cycle proposé par une infinité de cycles élémentaires dont

chacun est formé de deux arcs PP', QQ' appartenant à deux des courbes consécutives ci-dessus et de deux arcs infiniment petits PQ, $P'Q'$ appartenant à la courbe représentative du cycle.

Considérons un quelconque de ces cycles $PP'Q'Q$ et décomposons-le en trois autres, en menant par les points P et Q' les deux arcs de courbe PL, $L'Q'$ qui représentent des transformations du corps intermédiaire résultant d'une variation de volume, sans variation de température. Nous sommes ainsi ramenés, en dernier lieu, à la considération d'un cycle de Carnot $PLQ'L'$ et de deux cycles infiniment petits dans tous les sens PQL, $P'Q'L'$.

Considérons d'abord le cycle PQL: de P en Q le corps absorbe une quantité de chaleur égale à dQ; de Q en L il ne reçoit et ne communique rien; enfin de L en P il cède à l'extérieur une certaine quantité de chaleur. La différence entre la quantité de chaleur reçue dQ et la quantité cédée est égale au travail extérieur effectué, divisé par l'équivalent mécanique de la chaleur. Mais le travail extérieur effectué est égal à l'aire PQL qui est un infiniment petit du second ordre; donc la différence des deux quantités de chaleur que le corps absorbe le long des deux arcs PQ, PL est un infiniment petit du second ordre. Il en est de même des quantités de chaleur cédées pendant que le corps parcourt les deux arcs $Q'P'$, $Q'L'$.

Considérons maintenant le cycle de Carnot PL $Q'L'$. Si nous faisons parcourir au corps ce cycle,

il puisera à la source supérieure à la température T une quantité de chaleur égale à dQ, en négligeant, comme on le doit, les infiniment petits du second ordre, et il versera dans une autre source, à la température t, une quantité de chaleur dq. En vertu du principe de Carnot, nous aurons entre ces quantités de chaleur la relation

$$\frac{dQ}{dq} = \frac{T}{t}$$

ou

$$\frac{dQ}{T} - \frac{dq}{t} = 0.$$

Chaque cycle élémentaire donnera une relation semblable. En additionnant toutes ces relations, on obtiendra

$$\int \frac{dQ}{T} - \int \frac{dq}{t} = 0$$

ou plus simplement

$$\int \frac{dQ}{t} = 0,$$

dQ représentant la quantité de chaleur reçue par le corps à la température t, dans chaque point de son chemin, cette quantité de chaleur étant prise positivement lorsqu'elle est reçue, et négativement lorsqu'elle est cédée.

L'équation

$$\int \frac{dQ}{t} = 0$$

est l'expression la plus générale du principe de Carnot dans le cas où le cycle est fermé et réversible. On pourrait l'appeler, à juste titre, l'équation

de Clausius, puisque c'est à ce savant que nous en sommes redevables.

21. Cycles fermés non réversibles.[1] — „Il importe de remarquer que cette équation ne s'applique pas à toute espèce de cycles. La démonstration que nous en avons donnée résulte de la considération d'un cycle d'opérations où le corps qui est le sujet de l'expérience ne se trouve jamais en contact qu'avec des corps ayant une température infiniment voisine de la sienne, et où la pression extérieure ne présente jamais qu'une différence infiniment petite, en plus ou en moins, avec celle que le corps exerce lui-même. Dans ces conditions le cycle est toujours réversible, car il suffit de supposer une modification infiniment petite dans l'état des températures des corps extérieurs, pour que ceux qui jouaient le rôle de réfrigérants jouent maintenant le rôle de sources de chaleur, et *vice versa;* de même il suffit de modifier infiniment peu la pression extérieure pour la rendre plus faible ou plus forte que la pression intérieure et déterminer ainsi, dans un sens ou dans l'autre, la marche du point figuratif de l'état du corps sur la courbe représentative des transformations.

„Mais il peut arriver que les conditions de réversibilité ne soient pas remplies, et alors la démonstration précédente ne s'applique plus. Cher-

1) Cet article est tiré en entier de la *Théorie mécanique de la chaleur par E. Verdet,* t. 1., p. 187.

chons ce qu'on peut déduire dans ce cas du principe de Carnot.

„Les cycles non réversibles, dans lesquels il ne se produit que des phénomènes purement thermiques (en écartant ainsi le cas où le corps considéré serait échauffé par le passage d'un courant électrique, par exemple), peuvent se rapporter à trois types.

„1°. Si, dans la série des opérations qu'il subit, le corps dont on considère les transformations emprunte de la chaleur à des corps dont la température excède la sienne d'une quantité finie, ou s'il en abandonne à d'autres d'une température notablement inférieure, la réversibilité des opérations n'existe pas.

„2°. Si le corps considéré éprouve des frottements qui occasionnent un dégagement de chaleur, le phénomène inverse est impossible.

„3°. Enfin, si le corps se dilate sans développer un travail extérieur égal au travail de sa force élastique, c'est-à-dire, si la pression qu'il a à vaincre est notablement inférieure à sa propre pression, il n'est pas possible de le ramener à son volume primitif par une opération exactement inverse.

„La vapeur qui s'échappe de la chaudière d'une machine à haute pression, l'air comprimé qui, dans la célèbre expérience de Joule, pénètre dans un récipient où l'on a fait le vide, nous offrent des exemples de ce dernier cas, qui est le plus important.

„Examinons successivement l'effet de chacune des circonstances que nous venons d'énumérer.

„Dans le premier cas, si on désigne comme toujours par dQ la quantité de chaleur reçue ou communiquée par le corps, à chaque instant de sa transformation, à la température absolue t, t désignant ici uniquement la température du corps et non plus celle des sources extérieures, on a toujours

$$\int \frac{dQ}{t} = 0;$$

car, de quelque manière que la chaleur arrive au corps ou s'en dégage, si la quantité reçue ou abandonnée est à chaque instant la même dans les différents modes de communication avec l'extérieur, la loi de la transformation reste aussi la même.

„Mais si, au lieu de mettre pour t dans l'équation précédente les températures du corps, on met celles des sources extérieures qu'il est souvent plus facile de connaître, le premier membre n'est plus égal à zéro; il est facile de voir qu'il devient négatif. En effet, prenons d'abord les éléments positifs de l'intégrale: un élément positif

$$\frac{dQ}{t},$$

où l'on remplace t par la température $t + \theta$ de la source avec laquelle le corps se trouvait en contact, quand sa température était t, devient

$$\frac{dQ}{t + \theta},$$

quantité plus petite en valeur absolue. Inversement, si, dans un élément négatif

$$-\frac{dQ'}{t'},$$

on remplace t' par la température du réfrigérant, inférieure de θ' à celle du corps, on augmente la valeur absolue de cet élément, car il devient

$$-\frac{dQ'}{t'-\theta'}.$$

Donc, en introduisant les températures des sources et des réfrigérants au lieu des températures du corps, on diminue la valeur absolue des éléments positifs de l'intégrale et l'on augmente celle des éléments négatifs. Si donc on calcule

$$\int \frac{dQ}{t}$$

de cette manière, on aura

$$\int \frac{dQ}{t} < 0.$$

„Supposons maintenant que, dans la série de ses transformations, le corps éprouve des frottements qui, pour être vaincus, absorbent, dans la période de compression du cycle, une portion notable du travail extérieur. Dans ce cas, la pression extérieure est nécessairement supérieure à la force élastique que le corps lui oppose; par suite, elle n'est plus égale à l'ordonnée de la courbe représentative qui a pour coordonnées le volume de l'unité de poids et la pression du corps; le tra-

vail qu'elle effectue ne se trouve donc plus représenté par l'aire de cette courbe, et la démonstration précédente devient inapplicable.

„Or, s'il n'y avait aucun frottement, la pression extérieure serait égale à la pression intérieure, et l'on aurait

$$\int \frac{dQ}{t} = 0.$$

„Mais l'existence du frottement a uniquement pour effet de déterminer, dans la grandeur du travail extérieur, un accroissement correspondant aux frottements à vaincre, et comme cet excès de travail est entièrement transformé en chaleur déposée sur les réfrigérants, il en résulte une augmentation dans la valeur absolue des éléments négatifs de l'intégrale précédente. On a donc pour ce cas

$$\int \frac{dQ}{t} < 0.$$

„Considérons enfin le troisième cas, où, dans la période d'extension du cycle, la valeur de la force élastique du corps surpasse constamment d'une quantité finie celle de la pression extérieure. Comme dans le cas précédent, l'aire de la courbe représentative n'a plus aucun rapport avec la grandeur du travail extérieur effectué, et l'expression générale du principe de Carnot, démontrée pour un cycle réversible, ne convient plus ici.“

La pression extérieure exercée sur le corps étant moindre que la force élastique du corps, celui-ci développera, dans la période de sa détente moins

de travail que si la pression extérieure ne présentait jamais qu'une différence infiniment petite avec la force élastique du corps.

Or, un travail moindre exige la consommation d'une moindre quantité de chaleur. Donc, dans ce cas, la somme des éléments positifs de l'intégrale est plus petite que lorsque la réversibilité existe, et par suite on doit avoir

$$\int \frac{dQ}{t} < 0.$$

„On verrait de même que, si le corps était comprimé sous l'action d'une pression extérieure qui présente avec sa force élastique une différence finie, la valeur absolue des éléments négatifs de l'intégrale se trouverait augmentée d'une certaine quantité, ce qui conduirait encore à la même expression.

„Par conséquent, on peut dire que, dans tous les cas où le cycle n'est pas réversible, l'intégrale

$$\int \frac{dQ}{t}$$

est négative. L'expression générale du principe de Carnot, pour un cycle fermé quelconque, devient ainsi

$$\int \frac{dQ}{t} \overline{\leq} 0,$$

dQ désignant la quantité de chaleur reçue à la température absolue t. Le signe $=$ s'applique aux cas où toutes les modifications dont se compose le cycle fermé sont réversibles; le signe $<$ aux cas

où il y a des modifications qui ne sont pas réversibles.

„Remarquons que, si le corps variable ne se trouve jamais en contact qu'avec des réservoirs de chaleur qui présentent la même température que lui, il est indifférent que t représente la température des sources extérieures où celle du corps considéré. Mais, si l'on a donné à t cette dernière signification, il est évident, d'après ce qui a été dit, que le signe = convient encore au cas où le corps variable se trouve en communication avec des réservoirs de chaleur dont la température présente avec la sienne une différence quelconque, pourvu que les autres conditions de réversibilité soient satisfaites."

22. Cycles non fermés. — Nous allons maintenant considérer les cycles non fermés. Supposons que le corps subisse une série de changements par lesquels il arrive à un état final différent de son état initial. On pourra toujours former, au moyen de cette série de changements, un cycle fermé, en y ajoutant ceux qui sont nécessaires pour ramener le corps à son état initial. De plus, parmi l'infinité des séries de changements qu'on peut introduire entre l'état final et l'état initial, pour compléter le cycle, on pourra toujours en choisir une qui soit réversible.

Nous obtiendrons ainsi un cycle fermé auquel on peut appliquer le principe de Carnot

$$\int \frac{dQ}{t} \gtreqless 0.$$

Or, on peut décomposer l'intégrale en deux parties, dont l'une se rapporte au passage du corps de l'état initial à l'état final, et l'autre à son retour de ce second état au premier. Nous écrirons ces deux intégrales séparément, et nous distinguerons la dernière par la lettre r placée en indice. De cette manière, on aura

$$\int \frac{dQ}{t} + \int_r \frac{dQ}{t} \leqq 0.$$

Traçons, par le point figuratif P_0 de l'état initial (Fig. 7), la courbe P_0M que suivrait le corps, si l'on en faisait varier le volume et la pression, sans lui donner ni lui enlever de la chaleur. On voit que, si le point figuratif P_1 de l'état final se trouve, par rapport à P_0M, du côté des abscisses positives, il faudra comprimer le corps et, par suite, lui soustraire de la chaleur, pour le ramener de P_1 à P_0; et qu'au contraire, s'il se trouve du côté des abscisses négatives, il faudra dilater le corps, et, par suite, lui communiquer de la chaleur, pour le ramener à l'état initial. Il s'ensuit que, dans le premier cas, les éléments de l'intégrale

$$\int_r \frac{dQ}{t}$$

sont tous négatifs, et qu'on aura,

$$\int_r \frac{dQ}{t} = -R;$$

et que dans le second cas ils sont tous positifs et qu'on aura

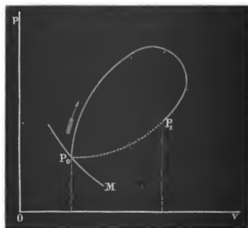
$$\int_r \frac{dQ}{t} = R.$$

Donc, dans le cas où le point figuratif de l'état final est à droite de la courbe P_0M, on aura

$$\int \frac{dQ}{t} < R,$$

pour l'expression du principe de Carnot, appliqué à un cycle non fermé quelconque. Dans le cas où

Fig. 7.



le point figuratif est à gauche de la courbe P_0M, on aura

$$\int \frac{dQ}{t} < - R.$$

23. Rendement d'une machine thermique quelconque. — Le principe de Carnot va nous fournir un moyen d'apprécier l'effet d'une machine thermique quelconque.

Soit ΣQ la somme des quantités de chaleur reçues, dans la série des opérations suivant laquelle fonctionne la machine; Σq la somme des quantités de chaleur rejetées. Le travail recueilli sera exprimé par

$$J(\Sigma Q - \Sigma q),$$

et la chaleur perdue par

$$\Sigma q.$$

Le rapport de la dépense calorifique utile

$$\Sigma Q - \Sigma q$$

à la dépense totale

$$\Sigma Q$$

représente le *rendement de la machine* ou son *coefficient économique*. En le désignant par E, on aura

$$E = \frac{\Sigma Q - \Sigma q}{\Sigma Q} = 1 - \frac{\Sigma q}{\Sigma Q}.$$

En vertu du principe de Carnot, les quantités de chaleur reçues et rejetées sont liées aux températures des sources correspondantes, lorsque la machine est réversible, par la relation

$$\Sigma \frac{Q}{T} = \Sigma \frac{q}{t}.$$

Soit T_1 la plus haute des températures des sources supérieures où la chaleur est puisée, et t_1 la plus basse des températures des sources infé-

rieures où la chaleur est versée, on aura évidemment

$$\Sigma \frac{Q}{T} > \frac{\Sigma Q}{T_1},$$

$$\Sigma \frac{q}{t} < \frac{\Sigma q}{t_1}.$$

On déduit de ces deux inégalités, en ayant égard à ce que leurs premiers membres sont égaux,

$$\frac{\Sigma Q}{T_1} < \frac{\Sigma q}{t_1},$$

ou bien

$$\frac{t_1}{T_1} < \frac{\Sigma q}{\Sigma Q}.$$

Or, le rendement de la machine étant exprimé par

$$E = 1 - \frac{\Sigma q}{\Sigma Q},$$

on aura

$$E < 1 - \frac{t_1}{T_1}$$

ou

$$E < \frac{T_1 - t_1}{T_1}.$$

Par conséquent le rendement d'une machine thermique réversible quelconque est inférieur au quotient de la différence des températures extrêmes entre lesquelles la machine fonctionne, divisée par la plus haute des températures.

Si la machine ne fonctionne qu'entre deux températures, on a

$$\frac{\Sigma q}{\Sigma Q} = \frac{t_1}{T_1}$$

et le rendement de la machine devient dans ce cas

$$E = 1 - \frac{t_1}{T_1} = \frac{T_1 - t_1}{T_1}.$$

Donc, une machine qui fonctionne entre des limites données de température donne le plus grand effet utile quand toute la chaleur est reçue à la température la plus élevée et quand toute la chaleur est rejetée à la température la plus basse, ou, en d'autres termes, quand elle fonctionne suivant le cycle particulier que nous avons nommé cycle de Carnot.

Aucune machine, fonctionnant suivant un autre cycle, ne peut dépasser ni même atteindre ce rendement; mais il est des machines qui peuvent l'atteindre, sinon rigoureusement, au moins très-approximativement, dans un jeu continu, bien qu'elles y restent inférieures dans le parcours d'un seul cycle.

En effet, parmi les éléments dont se compose la quantité de chaleur absorbée ΣQ, il peut en être de ceux qui sont reçus à des températures égales aux températures auxquelles sont rejetés certains éléments de la chaleur totale Σq. Alors la quantité de chaleur rejetée à ces températures peut être utilisée dans la période de réception de la chaleur, pendant une seconde opération, et diminuer ainsi la dépense de chaleur.

Supposons que toutes les quantités de chaleur Q_2, Q_3, Q_4, . . . puisées aux sources supérieures aux temperatures T_2, T_3, T_4, . . ., excepté la quantité Q_1 qui est reçue à la température la plus

élevée T_1, soient respectivement égales à toutes les quantités de chaleur q_2, q_3, q_4, ... versées sur les sources inférieures aux températures t_2, t_3, t_4, ..., excepté la quantité q_1 qui est versée à la température la plus basse t_1; et supposons de plus que les températures de réception soient respectivement égales aux températures de versement, c'est-à-dire supposons qu'on ait

$$\begin{aligned} Q_2 &= q_2, \\ Q_3 &= q_3, \\ Q_4 &= q_4, \\ &\vdots \\ T_2 &= t_2, \\ T_3 &= t_3, \\ T_4 &= t_4. \end{aligned}$$

On aura, par suite,

$$Q_2 + Q_3 + Q_4 + \cdots = q_2 + q_3 + q_4 + \cdots$$

$$\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} + \frac{Q_4}{T_4} + \cdots = \frac{q_2}{t_2} + \frac{q_3}{t_3} + \frac{q_4}{t_4} + \cdots$$

D'après cela, l'équation de Clausius

$$\Sigma \frac{Q}{T} = \Sigma \frac{q}{t}$$

se réduit à

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{q_1}{t_1};$$

la dépense utile de chaleur

$$\Sigma Q - \Sigma q$$

se réduit à

$$Q_1 - q_1;$$

et la dépense totale de chaleur est

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots$$

Mais la quantité de chaleur

$$Q_2 + Q_3 + \cdots$$

une fois communiquée, peut servir indéfiniment au jeu de la machine. En effet, si l'on suppose que la quantité de chaleur q_2, rejetée à la température t_2, soit déposée sur un corps à la même température t_2, elle pourra y être reprise pendant la période de réception de la chaleur. Ce sera la même chose pour chacun des couples

$$(q_3, Q_3), \quad (q_4, Q_4), \ldots$$

De la sorte, la chaleur réellement dépensée se réduit à Q_1, et le reste

$$Q_2 + Q_3 + \cdots$$

qui est absorbé dans une première opération, est restitué dans la seconde, et ne fait ainsi que voyager d'une opération à l'autre dans le jeu continu de la machine. Comme on peut concevoir une machine parfaite où ces voyages incessants s'accomplissent sans déperdition, cette quantité ne fait réellement pas partie de la dépense calorifique. Elle se trouve disponible tout entière à toute époque.

Le rendement de la machine, dans ce cas, sera donc

$$E = \frac{Q_1 - q_1}{Q_1} = 1 - \frac{q_1}{Q_1} = 1 - \frac{t_1}{T_1},$$

c'est-à-dire, égal au plus grand rendement que puisse donner une machine thermique.

Si la machine fonctionne suivant un cycle qui n'est pas réversible, on a (22)

$$\Sigma \frac{Q}{T} < \Sigma \frac{q}{t}.$$

En raisonnant comme pour un cycle réversible, on trouve

$$\Sigma \frac{Q}{T} > \frac{\Sigma Q}{T_1},$$

$$\Sigma \frac{q}{t} < \frac{\Sigma q}{t_1},$$

T_1, t_1 étant les deux températures extrêmes. On en déduit

$$\frac{\Sigma q}{t_1} > \frac{\Sigma Q}{T_1},$$

et, par suite,

$$\frac{\Sigma q}{\Sigma Q} > \frac{t_1}{T_1};$$

de sorte qu'on aura

$$E = 1 - \frac{\Sigma q}{\Sigma Q} < 1 - \frac{t_1}{T_1}.$$

Donc le rendement d'une machine non réversible reste toujours inférieur à la plus grande valeur qu'il peut avoir dans une machine réversible, fonctionnant entre les mêmes limites de température.

Chapitre IV.

Équations fondamentales.

24. Chaleur dépensée dans le passage d'un corps d'un état à un autre. — L'expérience de tous les instants nous apprend que lorsqu'on communique de la chaleur à un corps, par un moyen quelconque, le corps s'échauffe et en même temps se dilate, de manière à occuper un volume plus considérable que celui qu'il occupait d'abord, sauf quelques exceptions sur lesquelles nous reviendrons bientôt.

La dilatation du corps donne lieu à divers effets: 1° à un *travail intérieur* qui est employé à surmonter les forces provenant des actions mutuelles des molécules qui le composent; 2° à un *travail extérieur* qui est employé à surmonter les forces appliquées extérieurement au corps, forces qui se réduisent ordinairement à des pressions exercées sur la surface du corps, et à la pesanteur qui agit sur toutes ses particules; 3° à une variation dans la somme des forces vives dont les molécules de tous les corps du système sont animées. Cette

variation se produit lorsque le corps, dans ses changements de volume, éprouve du dehors une pression qui diffère de sa propre force élastique. Dans ce cas, une partie du travail développé par l'expansion reste dans le corps et dans les corps en contact, sous la forme de force vive, correspondante aux vitesses qu'acquièrent les différents points du système.

Il en résulte que la chaleur communiquée à un corps se divise en quatre parties: une première partie s'ajoute à la chaleur intérieure du corps et y reste à l'état de chaleur: une seconde partie produit un travail intérieur; une troisième partie développe un travail extérieur; enfin une quatrième partie imprime une force vive.

D'après le principe de l'équivalence de la chaleur et du travail, la somme du travail intérieur, du travail extérieur et de l'accroissement de la demi-force vive sera proportionnelle à la quantité de chaleur dépensée pour produire ces effets; de sorte qu'on aura la quantité de chaleur que coûte cette somme en multipliant celle-ci par l'équivalent calorifique A du travail mécanique.

Si nous désignons donc par ΔQ la quantité de chaleur communiquée à un corps; par ΔH l'accroissement de la chaleur; par ΔI l'accroissement du travail intérieur; par ΔW l'accroissement du travail extérieur, y compris le travail dû à la pesanteur; par ΔV l'accroissement de la force vive, on aura

$$\varDelta Q = \varDelta H + A \varDelta I + A \varDelta W + \frac{1}{2} A \varDelta V \qquad (I).$$

Telle est l'équation générale de la Thermodynamique. Ce n'est qu'un cas particulier de l'équation qui exprime le principe de la *conservation de l'énergie*[1]), suivant lequel la somme de toutes les énergies possibles: travail mécanique, force vive, chaleur, lumière, électricité, etc. est une constante dans un corps abandonné à lui-même, ou dans l'univers entier.

Il s'agit maintenant d'exprimer les différents termes dont se compose le second membre de cette équation en fonction des quantités qui caractérisent chaque corps de la nature.

---

1) *L'énergie* est la *capacité de produire du travail mécanique.* La *force vive* d'un corps, considérée dans la Mécanique, est une énergie que quelques-uns appellent *cinétique:* elle est égale au double du travail que le corps peut effectuer, en surmontant une résistance, avant d'être réduit au repos, ou bien au double du travail qu'il faut dépenser pour le faire passer du repos à la vitesse qu'il a. La chaleur est une énergie, ainsi que tous les agents physiques dont on faisait autrefois antant de fluides impondérables divers.

Une des plus belles conceptions de nos temps est celle qui ramène à l'unité toutes les énergies. La loi qui régit tous les phénomènes physiques peut être énoncée de la manière suivante:

1°. *Toutes les énergies peuvent se transformer les unes dans les autres suivant des rapports fixes (par équivalents);*

2°. *La somme de toutes les énergies d'un système livré à lui-même est constante;, c'est-à-dire qu'elle ne peut pas être altérée par l'action mutuelle des parties du système.*

Chaque énergie a son unité spéciale; mais quand des énergies diverses figurent dans la même équation, elles doivent être réduites à la même unité. Ainsi, dans les équations de la Thermodynamique, il faut que les quantités qui y entrent soient évaluées toutes en calories ou bien en kilogrammètres.

L'intensité relative des quatre effets produits par la communication de la chaleur varie suivant la nature des corps. Dans les corps solides, la plus grande partie de la chaleur communiquée est employée à écarter les molécules du corps, et le travail extérieur est très-faible, tandis que dans les corps gazeux c'est l'inverse qui a lieu.

Il y a des corps qui font exception à la loi de dilatation et d'échauffement par la chaleur. L'eau, en passant de la température de la glace fondante à celle de 4° au-dessus, au lieu de se dilater se contracte à mesure qu'elle reçoit de la chaleur. Dans ce cas le travail extérieur produit par la chaleur est négatif.

La glace, arrivée à son point de fusion, reste à la même température, quelque chaleur qu'on lui communique, tant qu'elle n'est pas entièrement liquéfiée, et en même temps elle se contracte en se fondant. Ainsi tous les effets de la chaleur transmise se réduisent, dans ce cas, à un travail intérieur et à un travail extérieur négatif, l'échauffement étant nul.

Nous n'avons point à nous enquérir pour le moment de la cause de ces exceptions; il nous suffit de remarquer que les trois effets auxquels la transmission de la chaleur donne lieu, varient selon les corps et peuvent être négatifs, nuls, ou positifs.

L'accroissement de la chaleur qui se trouve effectivement dans un corps qui passe d'un état

initial à un état final, ne dépend que de ces deux états et nullement du chemin qui a pu être suivi d'un état à l'autre. Pour le démontrer, remarquons d'abord que toutes les fois qu'un corps en partant d'un certain état initial, après avoir parcouru une série de modifications, revient à son état initial, il doit arriver que les accroissements successifs de la chaleur qui se trouve effectivement dans le corps s'entre-détruisent les uns les autres; car en supposant qu'il restât un certain accroissement de chaleur ou positif ou négatif, il en résulterait qu'un corps pourrait contenir diverses quantités de chaleur dans un même état, ce qui est absurde.

De ce qu'à chaque retour d'un corps à son état initial, la chaleur gagnée est nulle, il s'ensuit que l'accroissement de chaleur résultant d'une modification quelconque dans l'état d'un corps, est parfaitement déterminé par l'état initial et par l'état final, sans qu'on ait besoin de connaître le chemin qui aura été suivi de l'un à l'autre. En effet, si l'on conçoit qu'un corps soit amené successivement par des chemins différents d'un état à un autre, et qu'il soit ramené toujours par le même chemin à son état initial, il faudra que toutes les quantités de chaleur acquises le long des chemins différents soient détruites par la commune quantité de chaleur perdue dans le retour, et que par cette raison elles soient égales.

Ainsi l'accroissement de la chaleur effectivement

contenue dans un corps en passant de la pression p_0 et de la température t_0 à la pression p_1 et à la température t_1, sera exprimé par

$$H_1 - H_0 = F(p_1, t_1) - F(p_0, t_0).$$

Le même raisonnement s'applique à l'accroissement du travail intérieur, c'est-à-dire qu'il est indépendant de la manière dont les modifications d'un corps ont lieu. On aura donc aussi

$$I_1 - I_0 = f(p_1, t_1) - f(p_0, t_0),$$

f étant une fonction différente de F.

Nous réunirons souvent dans un seul terme, que nous désignerons par ΔU, l'accroissement du travail intérieur ΔI et le travail équivalent à la quantité de chaleur sensible ΔH introduite dans le corps, c'est-à-dire que nous poserons

$$\Delta U = J\Delta H + \Delta I.$$

Nous donnerons à cette somme le nom d'*accroissement de l'énergie interne*. D'après ce que l'on vient de voir relativement à H et à I, on doit avoir

$$U = \psi(p, t).$$

Il en est tout autrement du travail extérieur. Celui-ci ne dépend pas seulement, comme nous l'avons déjà fait remarquer (7), de l'état initial et de l'état final du corps, mais des états intermédiaires par lesquels il a passé pour arriver du premier au second, en sorte qu'il ne peut être déterminé que quand le chemin entier des modifications est connu.

La quantité $Q_1 - Q_0$ de chaleur reçue de l'exté-

rieur ou émise au dehors par un corps passant d'un état à un autre, comprenant la chaleur consommée par le travail extérieur, ne dépendra pas seulement des conditions aux limites, mais aussi de la nature du chemin parcouru entre l'état initial et l'état final. Il en résulte que l'équation (*I*) ne pourra être intégrée qu'autant qu'on aura une relation entre deux des trois quantités p, v, t, indiquant le chemin des modifications entre les deux limites.

Tant qu'on a cru à la matérialité du calorique, il était naturel d'admettre que la chaleur reçue de l'extérieur ou émise au dehors par un corps passant d'un état à un autre, ne dépendait que de ces deux états. C'est ce qu'admettaient les Laplace, les Poisson, avec tous les physiciens et les géomètres de leur temps. Aujourd'hui qu'il est bien prouvé que tout travail coûte de la chaleur, on comprend que l'accroissement de chaleur doit dépendre, en outre, du travail mécanique accompli par les changements graduels de volume qu'éprouve le corps pendant son passage d'un état à un autre, et que par conséquent on ne saurait exprimer la valeur de Q en fonction de deux des quantités p, v, t, sans donner une relation entre elles qui indique le chemin parcouru par le corps pour arriver d'un état à l'autre.

Si l'on ne peut exprimer la valeur de Q en fonction de deux variables, on peut cependant exprimer la valeur de l'intégrale

$$\int \frac{dQ}{t}$$

lorsqu'il s'agit d'un cycle réversible. En effet, en vertu du principe de Carnot, on a

$$\int \frac{dQ}{t} = 0$$

pour tout cycle réversible fermé. En raisonnant de la même manière que pour la chaleur sensible, on en conclut que

$$\int \frac{dQ}{t},$$

pour un cycle non fermé, est parfaitement déterminé par l'état initial et par l'état final. Ainsi, entre deux états différents d'un corps, caractérisés par les indices zéro et un, on aura

$$\int \frac{dQ}{t} = \varphi_1 - \varphi_0,$$

où φ sera une fonction de deux des variables v, t, p.

Par conséquent

$$\frac{dQ}{t}$$

est une différentielle exacte, et le facteur

$$\frac{1}{t}$$

rend intégrable l'équation

$$dQ = AdU + AdW$$

à laquelle se réduit l'équation (*I*) lorsque les accroissements sont infiniment petits, et la force vive

nulle, comme elle doit l'être dans un cycle réversible.

L'application des deux principes fondamentaux de la Thermodynamique aux changements de volume des corps va nous fournir plusieurs équations fort importantes.

25. Application du principe de Mayer. — Prenons un corps quelconque dont nous déterminerons le volume spécifique v par les valeurs des deux variables indépendantes t et p. Si, la pression demeurant d'abord constante, la température s'accroît de dt, il faudra pour produire cette modification, une quantité de chaleur

$$(Q_p)_t\, dt,$$

suivant la notation convenue dans le Chap. 1 (10).

Si maintenant, la température demeurant invariable, on donne à la pression un accroissement dp, la quantité de chaleur nécessaire pour produire cette modification sera

$$(Q_t)_p\, dp.$$

La quantité de chaleur nécessaire pour produire dans l'état du corps une modification représentée par les variations simultanées dt et dp sera donc

$$(Q_p)_t\, dt + (Q_t)_p\, dp,$$

en négligeant une quantité infiniment petite du second ordre.

Maintenant, le travail élémentaire extérieur que cette modification produit est exprimé par

$$p\,dv,$$

ou bien

$$p \frac{dv}{dt} dt + p \frac{dv}{dp} dp$$

puisque v est une fonction de t et de p.

Si l'on retranche ce travail du travail équivalent à la chaleur communiquée au corps, on aura ce que nous avons appelé l'accroissement de l'énergie interne, c'est-à-dire

$$d\,U = \left[J(Q_p)_t - p\frac{dv}{dt}\right] dt + \left[J(Q_t)_p - p\frac{dv}{dp}\right] dp.$$

L'accroissement de l'énergie interne ne dépendant que de l'état initial et de l'état final du corps, il faut que le second membre soit une différentielle exacte, et que par suite la condition d'intégrabilité

$$\frac{d}{dp}\left[J(Q_p)_t - p\frac{dv}{dt}\right] = \frac{d}{dt}\left[J(Q_t)_p - p\frac{dv}{dp}\right]$$

soit satisfaite.

Si l'on effectue les différentiations indiquées et si l'on observe que

$$\frac{d^2v}{dt\,dp} = \frac{d^2v}{dp\,dt},$$

il vient l'équation

$$\frac{d(Q_p)_t}{dp} - \frac{d(Q_t)_p}{dt} = A\frac{dv}{dt} \quad (1),$$

en faisant comme à l'ordinaire

$$\frac{1}{J} = A.$$

Telle est l'équation qu'on déduit immédiatement du principe de l'équivalence et qui établit une rela-

tion entre les propriétés thermiques d'un corps et l'équation qui le caractérise.

26. Application du principe de Carnot. — Supposons que le corps considéré éprouve une série de modifications constituant un cycle fermé et réversible. En vertu du principe de Carnot la fonction

$$\frac{dQ}{t} = \frac{(Q_p)_t}{t}\,dt + \frac{(Q_t)_p}{t}\,dp$$

est une différentielle exacte. Il faut donc qu'on ait

$$\frac{d}{dp}\left[\frac{(Q_p)_t}{t}\right] = \frac{d}{dt}\left[\frac{(Q_t)_p}{t}\right];$$

d'où l'on déduit

$$\frac{d(Q_p)_t}{dp} - \frac{d(Q_t)_p}{dt} = -\frac{1}{t}\,(Q_t)_p.$$

Si l'on a égard à l'équation (1), il vient

$$(Q_t)_p = -At\frac{dv}{dt} \qquad (2)$$

pour l'expression analytique du principe de Carnot.

Si l'on élimine la quantité $(Q_t)_p$ entre les deux équations (1) et (2), il vient

$$\frac{d(Q_p)_t}{dp} = -At\frac{d^2v}{dt^2}.$$

On aura la valeur de la quantité $(Q_p)_t$ en v et t, en intégrant cette équation aux différentielles partielles. Comme elle ne contient que la dérivée relative à la seule variable p, il faut la traiter comme une équation différentielle ordinaire, mais en ayant soin de remplacer la constante arbitraire

qui entre dans l'intégrale par une fonction arbitraire de l'autre variable t. On trouvera de la sorte

$$(Q_p)_t = \varphi(t) - At \int \frac{d^2v}{dt^2}\, dp,$$

$\varphi(t)$ désignant une fonction arbitraire de t, et l'intégrale

$$\int \frac{d^2v}{dt^2}\, dp$$

n'étant prise que par rapport à p, c'est-à-dire, en considérant t comme une constante dans la fonction

$$\frac{d^2v}{dt^2}$$

des deux variables t, p.

On peut remarquer que tandis que la capacité thermique $(Q_t)_p$ ne dépend que de l'équation caractéristique du corps, ou, en d'autres termes, que de la relation existant entre v, t, p, la capacité thermique $(Q_p)_t$ qui exprime la chaleur spécifique, à pression constante, dépend de cette relation et d'une fonction arbitraire de la température.

27. Relation entre les diverses capacités thermiques. — Nous avons fait observer dans le Chap. 1. (10) que la seule capacité thermique qu'on puisse mesurer directement est la chaleur spécifique à pression constante que nous avons désignée par la notation

$$(Q_p)_t;$$

mais nous avons ajouté que les autres pouvaient s'en déduire. Nous allons faire voir comment on y parvient.

L'analyse précédente nous a conduit à l'équation

$$(Q_t)_p = -At\frac{dv}{dt};$$

de sorte que si l'on connaît la forme de l'équation

$$v = f(t, p)$$

qui unit les trois quantités v, t, p, on en déduira immédiatement, par la simple différentiation, la capacité thermique $(Q_t)_p$.

Quant aux quatre autres

$$(Q_v)_t, \quad (Q_t)_v,$$
$$(Q_p)_v, \quad (Q_v)_p,$$

voici comment on pourra les calculer:

Aux variations dt et dp de la température et de la pression, correspond une variation de volume qui est donnée par la formule

$$dv = \frac{dv}{dt}dt + \frac{dv}{dp}dp.$$

Or, la quantité de chaleur nécessaire pour produire un accroissement dt de température, pendant que le volume est maintenu constant, peut se représenter par

$$(Q_v)_t\, dt$$

ou par

$$(Q_p)_t\, dt + (Q_t)_p\, dp,$$

à la condition que, dans cette seconde expression, les accroissements dt, dp soient liés entre eux de manière à rendre nul l'accroissement dv; ce qui exige qu'ils remplissent la condition

$$\frac{dv}{dt}dt + \frac{dv}{dp}dp = 0.$$

En ayant égard à la valeur de dp tirée de cette condition, il viendra

$$(Q_v)_t\, dt = (Q_p)_t\, dt - (Q_t)_p \frac{\frac{dv}{dt}}{\frac{dv}{dp}}\, dt,$$

ou bien, en introduisant la valeur ci-dessus de $(Q_t)_p$, et divisant par dt,

$$(Q_v)_t = (Q_p)_t + At\frac{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2}{\frac{dv}{dp}}.$$

On pourra, à l'aide de cette relation, déduire la chaleur spécifique à volume constant de la chaleur spécifique à pression constante.

Pour l'application qu'on peut faire de cette relation aux substances solides et liquides, il est plus commode de remplacer les coefficients partiels du volume par les coefficients de dilatation et de compressibilité. En posant (5)

$$\frac{dv}{dt} = \alpha v,$$

$$\frac{dv}{dp} = -\beta v,$$

il vient

$$(Q_v)_t = (Q_p)_t - \frac{A\alpha^2 vt}{\beta}.$$

Comme le coefficient β est toujours positif, il en résulte que la chaleur spécifique, sous volume

constant, doit toujours être plus petite que celle sous pression constante. L'autre coefficient α est, en général, positif. Il est nul pour l'eau, à la température du maximum de densité et, par suite, à cette température les deux chaleurs spécifiques sont égales. A toutes les autres températures, aussi bien au-dessous qu'au-dessus de celle du maximum de densité, la chaleur spécifique, sous volume constant, est plus petite que celle sous pression constante; car, quoique la valeur du coefficient α soit négative au-dessous de cette température, cela n'exerce aucune influence sur la formule, puisque α y entre au carré.

Il est clair que la quantité de chaleur

$$(Q_t)_v \, dv$$

est égale à

$$(Q_p)_t \, dt + (Q_t)_p \, dp,$$

si t est constant, ou si l'on a

$$dt = 0.$$

On aura donc

$$(Q_t)_v \, dv = (Q_t)_p \, dp$$

et en même temps

$$dv = \frac{dv}{dp} \, dp.$$

En éliminant dp, il vient

$$(Q_t)_v = \frac{(Q_t)_p}{\frac{dv}{dp}} = -At \frac{\frac{dv}{dt}}{\frac{dv}{dp}} = \frac{A\alpha t}{\beta}.$$

En raisonnant de la même manière, on trouvera

$$(Q_p)_v = \frac{(Q_p)_t}{\frac{dv}{dt}} = \frac{(Q_p)_t}{\alpha v},$$

$$(Q_v)_p = -At\frac{dv}{dt} - (Q_p)_t \frac{\frac{dv}{dp}}{\frac{dv}{dt}} = -A\alpha v t + \frac{\beta}{\alpha}(Q_p)_t.$$

Nous avons ainsi ramené toutes les capacités thermiques à ne dépendre que d'une seule, de la chaleur spécifique à pression constante, qui est la seule accessible à l'expérience, et des seuls coefficients de dilatation et de compressibilité qui sont également accessibles à l'expérience.

28. Equations propres aux corps pendant qu'ils changent d'état d'agrégation. — Les équations précédentes ne sont point applicables aux corps qui se trouvent en partie dans un état d'agrégation et en partie dans un autre état. En effet, dans ces corps, la température et la pression ne sont point indépendantes l'une de l'autre et ne peuvent pas être prises pour les deux variables qui déterminent l'état du corps. Dans ces corps, la quantité $(Q_p)_t$ n'a aucune signification, car il est impossible de faire croître la température tout en conservant constante la pression. Il en est de même de $(Q_t)_p$.

Pour fixer les idées, nous supposerons qu'il s'agisse du mélange d'un liquide et de la vapeur qui en émane; mais ce pourra être le mélange d'un solide et du liquide ou de la vapeur qui en émane.

Pour traiter ce cas, il faut, comme nous l'avons déjà expliqué dans le Chap. 1 (5), introduire une nouvelle variable x, exprimant le poids de la vapeur contenue dans l'unité de poids du mélange de liquide et de vapeur, et prendre pour variables indépendantes la température t et le poids x.

Si l'on désigne par σ le volume spécifique du liquide, et par s le volume spécifique de la vapeur, l'équation qui caractérise le corps, est

$$v = (s - \sigma)\, x + \sigma,$$

où s et σ sont des fonctions de t.

A la place des capacités thermiques employées jusqu'ici, nous introduirons trois nouvelles quantités, savoir: r la quantité de chaleur qu'il faut communiquer à un kilogramme de liquide à la température t pour le convertir entièrement en vapeur, sous la pression constante p de la vapeur, qui correspond à la même température t; $C dt$, la chaleur absorbée par un kilogramme de liquide pour passer de la température t à la température $t + dt$, en restant continuellement sous la pression que possède la vapeur saturée à cette température; $h dt$, la chaleur absorbée par un kilogramme de vapeur pour passer de la température t à la température $t + dt$, en restant toujours saturée.

On donne souvent le nom de chaleurs spécifiques du corps dans ses deux états aux quantités C et h; mais improprement, puisqu'elles représentent les quantités de chaleur nécessaires pour élever la

température du corps dans ses deux états, lorsque la pression varie simultanément avec la température de la manière déterminée par les circonstances du cas actuel.

Il est évident que la quantité C doit surpasser la chaleur spécifique du liquide à pression constante de toute la chaleur consommée pour surmonter l'accroissement de pression de la vapeur saturée, pendant son passage de la température t à la température $t + dt$.

Pour comprendre la signification de la quantité h, on doit remarquer que, quand on chauffe à pression constante de la vapeur saturée qui n'est point en contact avec le liquide dont elle provient, la vapeur cesse d'être saturée et devient surchauffée. Pour la faire revenir à l'état de vapeur saturée pendant qu'elle a la nouvelle température, il faut la comprimer d'une certaine quantité, tout en lui enlevant de la chaleur pour qu'elle n'augmente pas de température. Pendant l'échauffement, on a communiqué à la vapeur une certaine quantité de chaleur, et, pendant la compression, on en a soustrait une autre quantité. Cela posé, h représente l'excès de la chaleur dépensée sur celle qui est restituée, lorsqu'on élève d'un degré la température d'un kilogramme de vapeur, en maintenant celle-ci à l'état de saturation au moyen d'une compression convenable.

Les trois quantités r, C, h sont des fonctions de la seule variable t; on connaît les deux premières

grâce aux travaux des physiciens; on pourra déterminer la troisième à l'aide de l'analyse suivante.

Nous allons maintenant appliquer les deux principes fondamentaux de la Thermodynamique aux corps qui coexistent en deux états divers d'agrégation.

Concevons, dans un vase de volume v, un kilogramme d'eau, dont le poids x est à l'état de vapeur, et par suite le poids $1 - x$ à l'état liquide.

Supposons, en premier lieu, qu'on fasse croître de dx le poids de la vapeur, pendant que la température t reste constante, ainsi que la pression p correspondante. Pour opérer cette modification, il suffira d'augmenter la capacité du vase en entretenant la température constante, au moyen d'une communication de chaleur. Dans cette opération, une quantité dx d'eau se convertira en vapeur en absorbant une quantité de chaleur égale à

$$r dx.$$

Supposons, en second lieu, que la température du mélange augmente de dt tandis que les quantités relatives d'eau et de vapeur restent constantes; et supposons que la vapeur continue à rester à l'état de saturation, ce qui, du reste, a toujours lieu tant que la vapeur est en contact avec le liquide qui lui a donné naissance.

Pendant cet accroissement de température, le poids $1 - x$ d'eau absorbera une quantité de chaleur exprimée par

$$(1 - x) C dt;$$

et le poids x de vapeur absorbera une quantité de chaleur égale à

$$xh\,dt.$$

Par conséquent, la quantité de chaleur qu'il faudra communiquer au mélange d'eau et de vapeur, pour en faire croître de dt la température, sera

$$(h - C)\,x\,dt + C\,dt.$$

La quantité de chaleur nécessaire pour produire dans le corps une modification représentée par les variations simultanées dx et dt du poids et de la température de la vapeur sera donc

$$r\,dx + [(h - C)\,x + C]\,dt.$$

Le travail développé, pendant cette modification du mélange d'eau et de vapeur, sera

$$p\,dv$$

ou bien

$$p\,\frac{dv}{dx}\,dx + p\,\frac{dv}{dt}\,dt,$$

v étant une fonction de x et de t.

En retranchant ce travail de l'équivalent mécanique de la totalité de la chaleur communiquée, on aura pour l'accroissement de l'énergie interne

$$dU = \left(Jr - p\,\frac{dv}{dx}\right)dx + \left[J(h - C)x + JC - p\,\frac{dv}{dt}\right]dt.$$

Cette expression devant être la différentielle exacte d'une fonction de x et de t, il faudra que la condition

$$\frac{d}{dt}\left(Jr - p\,\frac{dv}{dx}\right) = \frac{d}{dx}\left[J(h - C)\,x + JC - p\,\frac{dv}{dt}\right]$$

soit satisfaite. Si l'on effectue les différentiations, en se rappelant que r, h, C, p ne sont fonction que de t, il viendra

$$J\frac{dr}{dt} - \frac{dp}{dt}\cdot\frac{dv}{dx} = J(h - C).$$

Or, de l'équation

$$v = (s - \sigma)\,x + \sigma$$

qui caractérise le corps, on déduit

$$\frac{dv}{dx} = s - \sigma.$$

Par la substitution de cette valeur, on obtient l'équation

$$\frac{dr}{dt} - A\,(s - \sigma)\,\frac{dp}{dt} = h - C \qquad (3),$$

en faisant, comme d'habitude,

$$A = \frac{1}{J}.$$

Telle est l'équation qui, pour les corps qui coexistent en deux états divers d'agrégation, représente les conséquences du principe de Mayer.

Appliquons maintenant le principe de Carnot. En vertu de ce principe, l'expression

$$\frac{dQ}{t} = \frac{r}{t}\,dx + \left[(h - C)\,\frac{x}{t} + \frac{C}{t}\right]dt$$

doit être une différentielle exacte, et par suite on doit avoir

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{r}{t}\right) = \frac{d}{dx}\left[(h - C)\,\frac{x}{t} + \frac{C}{t}\right].$$

En effectuant les différentiations indiquées, on obtient l'équation

$$\frac{dr}{dt} - \frac{r}{t} = h - C \qquad (4).$$

Des équations (3) et (4) on tire l'équation

$$r = At\,(s - \sigma)\,\frac{dp}{dt} \qquad (5).$$

Les équations (3), (4), (5) sont les équations fondamentales relatives aux corps composés de deux parties dans deux états d'agrégation différents. L'équation (4) peut servir à déterminer h quand r et C sont donnés en fonction de t; l'équation (5) peut servir à déterminer la valeur de la densité de la vapeur saturée, lorsqu'on connaît r et p en fonction de t.

29. Décomposition de la quantité de chaleur transmise, dans ses diverses parties. — La chaleur transmise à un corps se partage, comme nous l'avons dit (24), en deux parties dont l'une se subdivise en deux autres parties: une partie H est employée à en élever la température, une autre partie sert à augmenter l'écartement qui existe entre les molécules. Mais les distances entre les molécules augmentant par l'action de la chaleur, il se produit un travail dans lequel il y a lieu de considérer deux phénomènes distincts. D'abord les molécules du corps s'écartent en surmontant leurs actions mutuelles qui tendent à les maintenir dans leurs positions relatives; ce qui coûte un travail interne I. En second lieu, la dilatation du corps s'accomplit malgré la pression que supporte sa surface extérieure; les points d'application de ces

pressions se déplacent à l'opposé des pressions elles-mêmes. De là un second travail W qui est extérieur.

Ainsi, dans le cas où il ne se produit aucune force vive, on a,

$$JdQ = JdH + dI + dW,$$

où tous les termes sont exprimés en unités mécaniques.

Des trois quantités H, I, W, la dernière dépend de la suite des modifications que le corps subit, en passant de l'état initial à l'état final; les deux autres H, I, au contraire, ne dépendent que de ces deux états. Il en est de même de leur somme ou de l'énergie interne définie par l'équation

$$dU = JdH + dI.$$

Lorsque toutes les parties du corps sont dans le même état physique, on a, d'après les notations convenues (10),

$$dQ = (Q_p)_t\, dt + (Q_t)_p\, dp$$

pour la quantité de chaleur à donner au corps pour l'amener de l'état t, p à l'état $t + dt$, $p + dp$. Cette fonction ne peut être regardée comme la différentielle exacte d'une fonction Q de t et de p; car la chaleur à donner au corps, comme nous l'avons remarqué il y a un instant, ne dépend pas seulement de l'état initial et de l'état final, mais encore de la manière avec laquelle le corps passe

de l'un à l'autre; et en effet, au lieu de la condition d'intégrabilité

$$\frac{d(Q_p)_t}{dp} - \frac{d(Q_t)_p}{dt} = 0$$

nous avons trouvé (25) que

$$\frac{d(Q_p)_t}{dp} - \frac{d(Q_t)_p}{dt} = A\frac{dv}{dt}.$$

Aussi, ne pourra-t-on obtenir la valeur de Q, sans établir d'avance une relation entre les variables t, p, déterminant le chemin que parcourt le corps entre l'état initial et l'état final. La fonction différentielle prendra alors la forme

$$dQ = F(t)\,dt$$

et pourra toujours être intégrée.

Lorsque le corps considéré se compose de deux parties, dans deux états d'agrégation différents, on a l'expression (28)

$$dQ = r\,dx + [(h - C)\,x + C]\,dt,$$

qui, eu égard à l'équation (4), devient

$$dQ = t\,d\left(\frac{rx}{t}\right) + C\,dt.$$

Cette expression n'est pas non plus intégrable, mais on voit immédiatement qu'elle le devient en la multipliant par le facteur $\frac{1}{t}$; ce qui doit être, puisque, en vertu du principe de Carnot, on a toujours

$$\int \frac{dQ}{t} = 0.$$

30. Détermination de l'énergie interne. — Si

l'on ne peut exprimer Q en fonction de deux variables arbitraires, on peut cependant le faire pour la quantité U.

Pour les corps homogènes, on a trouvé (25)

$$dU = \left[J(Q_p)_t - p\frac{dv}{dt}\right]dt + \left[J(Q_t)_p - p\frac{dv}{dp}\right]dp,$$

ou bien, en ayant égard à l'équation (2),

$$dU = \left[J(Q_p)_t - p\frac{dv}{dt}\right]dt - \left[t\frac{dv}{dt} + p\frac{dv}{dp}\right]dp.$$

Lorsque la chaleur spécifique à pression constante $(Q_p)_t$ et le volume v seront donnés en fonction de t, p, on déterminera U par l'intégration de cette expression qui est bien une différentielle exacte satisfaisant à la condition d'intégrabilité, si l'on a égard à l'équation

$$J\frac{d(Q_p)_t}{dp} = -t\frac{d^2v}{dt^2}$$

trouvée plus haut (26).

En intégrant, à partir d'un état initial déterminé par les valeurs t_0, p_0, U_0, il vient[1])

$$U - U_0 = J\int_{t_0}^{t}(Q_p)_t dt - p_0(v - v_{t_0})_{p_0} - \int_{p_0}^{p} dp\left(t\frac{dv}{dt} + p\frac{dv}{dp}\right)$$

pour l'accroissement de l'énergie interne du corps.

1) La différentielle totale exacte de deux variables

$$du = f(x,y)\,dx + \varphi(x,y)\,dy$$

a pour intégrale l'expression

$$u = \int_{x_0}^{x} f(x,y)\,dx + \int_{y_0}^{y}\varphi(x_0,y)\,dy$$

$$= \int_{y_0}^{y}\varphi(x,y)\,dy + \int_{x_0}^{x} f(x,y_0)\,dx.$$

Si le corps que l'on considère coexiste en deux états d'agrégation différents, on a (28)

$$dU = \left(Jr - p\frac{dv}{dx}\right)dx + \left[J(h-C)x + JC - p\frac{dv}{dt}\right]dt,$$

qui devient, en vertu de l'équation (3),

$$dU = JC\,dt + Jd(rx) - d\,.\,p(v-\sigma) - p\,\frac{d\sigma}{dt}\,dt,$$

ou bien, en ayant égard à l'équation caractéristique des vapeurs,

$$dU = JC\,dt + Jd(rx) - d\,.\,px(s-\sigma) - p\,\frac{d\sigma}{dt}\,dt,$$

ou encore, à cause de l'équation (5),

$$dU = JC\,dt + d\,.\,(v-\sigma)\left(t\frac{dp}{dt} - p\right) - p\frac{d\sigma}{dt}\,dt.$$

Ces expressions sont immédiatement intégrables. On tire de la dernière, en intégrant à partir d'un état initial désigné par l'indice zéro,

$$U - U_0 = J\int_{t_0}^{t} C\,dt + (v-\sigma)\left(t\frac{dp}{dt} - p\right) - (v_0 - \sigma_0)\left[t_0\left(\frac{dp}{dt}\right)_0 - p_0\right],$$

en négligeant, ce qui est toujours permis, vu sa petitesse, le terme

$$\int_{t_0}^{t} p\,\frac{d\sigma}{dt}\,dt$$

qui exprime le travail développé par la dilatation du liquide.

31. Détermination de la chaleur sensible. — Il nous reste à séparer les deux termes JH et I,

dont se compose l'énergie interne. Il suffira d'en déterminer un, car l'autre s'en déduira immédiatement par soustraction: nous déterminerons la quantité H.

On peut faire varier le volume et la pression, dans un corps quelconque, tout en conservant constante la température. Il suffit de faire t constant, dans l'équation caractéristique du corps

$$v = f(t, p),$$

pour obtenir l'équation de la courbe qui représente la suite des variations du volume et de la pression du corps, sans variation de température.

Or, il nous paraît évident que tant que la température demeure constante, la chaleur sensible H contenue dans le corps doit demeurer pareillement constante. Par conséquent, la même courbe doit représenter la suite des modifications du corps, soit sans variation de température, soit sans variation de chaleur actuelle.

Nous avons fait voir (17) que dans un cycle de Carnot, c'est-à-dire, dans un cycle où toute la chaleur est reçue à une même température T et rejetée à une même température t plus basse, on a, entre la chaleur Q reçue, et la chaleur q rejetée, la relation

$$\frac{Q}{q} = \frac{T}{t}.$$

Dans un cycle de Carnot, le corps intermédiaire, pendant la période d'admission de la chaleur, conserve toujours la même chaleur sensible H, et,

pendant la période de rejet, conserve aussi la même chaleur sensible h.

En raisonnant sur les quantités H, h de la même manière qu'on l'a fait (17) sur les quantités T, t, on conclura qu'on doit avoir

$$\frac{Q}{q} = F(H, h)$$

pour tous les corps de la nature. En prenant en particulier un gaz parfait, défini par la propriété que les accroissements de chaleur interne sont proportionnels aux accroissements de température, c'est-à-dire défini par l'équation $H = ct$, et dont par suite l'équation caractéristique est

$$pv = \frac{R}{c} H,$$

on trouve, en répétant les raisonnements du Chap. XI,

$$\frac{Q}{q} = \frac{H}{h}.$$

Ainsi, en rapprochant les deux expressions de

$$\frac{Q}{q},$$

il vient

$$\frac{H}{h} = \frac{T}{t}.$$

On en conclut que la chaleur interne d'un corps varie proportionnellement à la température, et qu'elle est donnée en général par l'expression

$$H = ct,$$

c étant une constante pour chaque corps.

32. Capacité calorifique absolue. — La con-

stante c se nomme *capacité calorifique absolue.* Cette capacité diffère de la capacité calorifique ordinaire en ce que celle-ci comprend non-seulement la chaleur qui produit l'élévation de la température, mais encore la chaleur consommée dans le travail intérieur, s'il s'agit de la capacité à volume constant, ou dans le travail tant intérieur qu'extérieur, s'il s'agit de la capacité à pression constante.

Dans les gaz parfaits, le travail intérieur étant nul, la constante c est égale à la chaleur spécifique à volume constant; dans les gaz réels ces deux quantités sont inégales, mais la différence en est négligeable. Dans les autres corps ces quantités diffèrent notablement l'une de l'autre; mais la valeur de c est la limite vers laquelle tend la chaleur spécifique à volume constant à mesure que le corps se raréfie davantage.

D'après cela, pour déterminer la capacité calorifique absolue d'un corps, il faut en mesurer la chaleur spécifique à volume constant, lorsqu'il se trouve à l'état de vapeur fortement surchauffée.

Cette opération serait difficilement réalisable; aussi la capacité calorifique absolue du plus grand nombre des corps nous resterait-elle inconnue, si la chimie ne venait heureusement à notre secours dans cette recherche.

Lorsqu'on compare deux substances diverses sous le même poids, on trouve qu'il faut des quantités de chaleur très-différentes pour en élever la temperature de 1°; mais si on les compare sous des

poids proportionnels à leurs équivalents chimiques, on trouve des quantités de chaleur presque égales. Par exemple, il faut deux fois plus de chaleur pour élever de 1° la température d'un kilogramme de soufre que d'un kilogramme de zinc. Mais si, au lieu de prendre des poids égaux de soufre et de zinc, on en prend des poids proportionnels à leurs équivalents chimiques ou à leurs poids atomiques qui sont 32 et 64 (le poids atomique de l'hydrogène étant pris pour unité), on trouve que la même quantité de chaleur élève la température des deux corps d'un même nombre de degrés.

Ce fait très-remarquable, découvert en 1820 par Dulong[1]) et Petit[2]), peut s'exprimer en disant qu'il *faut une même quantité de chaleur pour échauffer également un atome de tous les corps.*

Si l'on désigne par c la chaleur spécifique et par a le poids atomique d'un corps quelconque, la quantité de chaleur nécessaire pour élever d'un degré la température d'un atome du corps sera ac. Selon la loi de Dulong et Petit, ce produit est constant pour tous les corps simples.

Toutes les expériences s'accordent à montrer la justesse de cette loi, non-seulement pour les corps simples, mais aussi pour les corps composés, sauf quelques petits écarts, en ayant pourtant soin de

1) Dulong (Pierre Louis), né en 1785 à Rouen, mort en 1838 à Paris.

2) Petit (Alexis Thérèse), né en 1791 à Vesoul (Haute-Saône), mort en 1820 à Paris.

prendre, pour certains corps, un multiple ou un sous-multiple des poids atomiques adoptés par les chimistes.

On peut s'expliquer ces écarts par la remarque que les chaleurs spécifiques, employées dans ces calculs, sont les chaleurs spécifiques à pression constante. Or, nous savons que la chaleur spécifique à pression constante n'est pas toute employée à élever la température, mais qu'une partie en est consommée dans la production d'un travail extérieur contre la pression externe constante, et qu'une autre partie est consommée dans le travail intérieur qui écarte les unes des autres les particules du corps. Ces deux travaux diffèrent, en général, d'un corps à l'autre, et, dans le même corps, suivant l'état physique. Il ne peut donc exister une relation mathématiquement exacte entre les poids atomiques qui sont invariables et les chaleurs spécifiques qui sont variables. Mais si, au lieu d'employer la chaleur spécifique ordinaire, on prend la capacité calorifique absolue, qui est constante dans chaque corps pour toute température, on doit s'attendre à trouver que la loi, qui n'était qu'approximative, devienne mathématiquement exacte.

Pour justifier cette modification à faire subir à la loi de Dulong et Petit, nous présenteront les considérations suivantes. Concevons tous les corps de la nature réduits en vapeur et à une température commune telle qu'ils puissent être regardés comme des gaz parfaits. Dans cet état la chaleur

spécifique à volume constant sera identique avec la capacité calorifique absolue. Si l'on prend maintenant des volumes égaux de tous ces corps à l'état gazeux, les quantités de chaleur nécessaires pour en élever la température de 1° seront toutes égales entre elles, d'après une loi énoncée d'abord par Delaroche et Bérard et confirmée par les expériences de M. Regnault.

D'autre part, on sait que des volumes égaux de gaz renferment le même nombre d'atomes. Si donc on désigne par a, a', a'', ... les poids atomiques des divers corps, les poids des volumes égaux de ces corps seront exprimés par na, na', na'', ..., n étant le nombre d'atomes renfermés dans un volume.

Maintenant, si c, c', c'', ... désignent les capacités calorifiques absolues des divers corps, les quantités de chaleur nécessaires pour en élever de 1° la température seront

$$nac,\ na'c',\ na''c'',\ \ldots ;$$

et comme ces quantités doivent être égales, on aura

$$ac = a'c' = a''c'' = \ldots .$$

Cette égalité devra subsister à toute température, car la capacité absolue pour la chaleur et le poids atomique sont invariables.

On en conclut que le produit de la capacité calorifique absolue d'un corps par son poids atomique est une constante.

Cette loi permet de déduire la capacité calori-

fique absolue du poids atomique. En effet, il suffira de diviser le produit constant ac par le poids atomique pour avoir la capacité calorifique absolue.

Il nous reste à trouver ce produit constant qu'on pourrait nommer *chaleur atomique*. Il suffit pour cela de connaître la capacité calorifique absolue d'un seul corps dont le poids atomique soit donné. Nous choisirons à cet effet l'hydrogène. Sa chaleur spécifique à pression constante est $3^{cal.},409$ et son poids spécifique $0^{k},08958$, sous la pression de $0^{m},76$ et à la température de la glace fondante, d'après les expériences de M. Regnault.

La chaleur spécifique à volume constant c se déduit de la chaleur spécifique à pression constante k par la formule (13)

$$c = k - A R,$$

où A désigne l'équivalent calorifique d'un kilogrammètre, et R une constante donnée par l'équation

$$p v = R t.$$

Dans notre cas, on a, en même temps,

$$p = 10333^{k},$$

$$v = \frac{1^{mc}}{0,08958},$$

$$t = 274^{0}.$$

On en déduit

$$R = \frac{10333}{0,08958 \times 274} = 420,98.$$

En prenant

$$A = \frac{1}{425},$$

il vient

$$AR = 0{,}991$$

et par suite

$$c = 2^{cal.}{,}418$$

pour la chaleur spécifique à volume constant de l'hydrogène, qui sera identique avec la capacité calorifique absolue de l'hydrogène.

Si l'on prend le poids atomique de l'hydrogène pour unité des poids atomiques, on aura, en s'arrêtant aux dixièmes,

$$ac = 2{,}4$$

pour l'hydrogène.

Si l'on recherche de même les capacités calorifiques de l'oxygène et de l'azote, en prenant toujours pour unité le poids de l'hydrogène, on trouvera, pour le produit ac, en s'arrêtant aux dixièmes, les nombres 1,2 et 2,4. Pour réduire ces nombres à l'égalité, on est amené à considérer les atomes chimiques de l'hydrogène et de l'azote comme pouvant se subdiviser en deux atomes par la chaleur. De la sorte le produit du poids atomique par la capacité calorifique absolue de chacun de ces trois gaz, et en général de tous les corps de la nature, serait 1, 2, en s'arrêtant aux dixièmes.

Au reste, beaucoup de chimistes considèrent les atomes de l'hydrogène et de l'azote comme binaires et divisibles. D'après cette manière de voir, la composition de l'eau serait indiquée par la formule chimique



$$(HH)\,O$$

où $$(HH) = 1,$$
$$O = 8.$$

Cela posé, pour trouver la capacité calorifique absolue d'un corps quelconque, on n'aura qu'à diviser le nombre constant 1,2 par le poids atomique. Soit, par exemple, à trouver la capacité calorifique absolue de l'or. Le poids atomique de l'or rapporté à l'hydrogène (HH) étant 197, sa capacité calorifique absolue sera égale à

$$\frac{1,2}{197} = 0^{cal.},0061.$$

Or, l'expérience nous apprend que la chaleur spécifique ordinaire de l'or est $0^{cal.},0324$. Par conséquent, le travail intérieur et le travail extérieur (qui est ici fort petit) consomment

$$0^{cal.},0324 - 0^{cal.},0061 = 0^{cal.},0263$$

pendant que 1^k d'or s'échauffe de 1°, c'est-à-dire plus de quatre fois la chaleur employée à augmenter la chaleur thermométrique.

En voyant combien est petite la chaleur employée à augmenter la température, dans les corps solides, en comparaison de celle que coûte le travail intérieur et extérieur, on sera étonné que la loi de Dulong et Petit puisse se vérifier sur ces corps. Cela ne pourra évidemment arriver à moins que cette seconde quantité de chaleur ne soit inversement proportionnelle au poids atomique; et l'expérience semble prouver que cela a lieu, au moins approximativement.

Pour le démontrer, prenons, comme exemple, le soufre. Son poids atomique étant 32, sa capacité calorifique absolue sera

$$\frac{1,2}{32} = 0^{cal.},0375.$$

Sa capacité calorifique ordinaire est $0^{cal.},2026$, de sorte que la chaleur consommée en travail intérieur et extérieur sera $0^{cal.},1651$. Si on multiplie cette chaleur par le poids atomique, on trouve

pour le soufre $0,1651 \times 32 = 5,28$,

tandis qu'on a,

pour l'or, $0,0263 \times 197 = 5,18$.

Si l'on répète la même opération sur tous les autres corps simples solides, on trouve un produit égal en moyenne à 5,2. Sans cette circonstance, Dulong n'eût peut-être pas trouvé sa belle loi, comme le fait très-justement observer M. Hirn.

Passons maintenant aux corps composés. Il est naturel d'admettre que les corps simples exigent la même quantité de chaleur pour s'échauffer également, soit quand ils sont libres, soit quand ils sont engagés dans une combinaison quelconque. C'est l'hypothèse qu'a proposée le premier M. Wœstyn[1]), et qui est justifiée par les expériences de M. Regnault.

Si a, a', a'', ... désignent les poids atomiques des éléments composants; n, n', n'', ... le nombre

1) Annales de Chimie et de Physique, 3e série, t. XXIII, p. 295.

d'atomes de chacun des composants dans la combinaison, le poids de la molécule du composé sera égal à

$$na + n'a' + n''a'' + \dots .$$

D'après l'hypothèse précédente, si l'on désigne par c, c', c'', ... les capacités calorifiques des éléments, la capacité du composé sera égale à

$$\frac{nac + n'a'c' + n''a''c'' + \dots}{na + n'a' + n''a'' + \dots}.$$

Or, d'après la loi de Dulong et Petit, les produits ac, $a'c'$, $a''c''$, ... sont égaux, de sorte que la capacité calorifique absolue du composé deviendra

$$\left(\frac{n + n' + n'' + \dots}{na + n'a' + n''a'' + \dots}\right) ac,$$

ou bien

$$\left(\frac{n + n' + n'' + \dots}{na + n'a' + n''a'' + \dots}\right) 1{,}2,$$

si l'on admet que le produit constant ac est égal à 1,2.

Appliquons cette équation à quelques cas particuliers. Prenons pour premier exemple l'acide carbonique dont la formule chimique est



$$CO^2,$$

où

$$C = 6,$$
$$O = 8.$$

On trouve

$$c = \left(\frac{1 + 2}{6 + 2 \times 8}\right) 1{,}2 = 0{,}1636$$

pour la capacité calorifique absolue de l'acide carbonique.

M. Regnault a trouvé que la chaleur spécifique à pression constante de l'acide carbonique est égale à 0,2169. On en déduit que sa chaleur spécifique à volume constant est égale à

$$0{,}2169 - AR = 0{,}172.$$

Prenons pour second exemple l'eau dont la formule atomique est

$$(HH)\,O,$$

où

$$(HH) = 1,$$
$$O = 8.$$

On aura

$$c = 1{,}2\left(\frac{2+1}{1+8}\right) = 0{,}4.$$

La capacité ordinaire de l'eau solide est 0,5 environ, de l'eau liquide 1,0, et de l'eau gazeuse 0,375. On voit que la valeur trouvée par nous ne s'écarte guère de cette dernière.

Nous devons faire remarquer que, dans les calculs de cette nature, il y a toujours quelque chose d'arbitraire dans la fixation du nombre d'atomes dont se compose la molécule du corps. Les chimistes hésitent souvent sur la formule à attribuer à un corps. Tandis que certains faits les portent à faire un choix, d'autres faits les amènent à des nombres différents. Mais l'incertitude n'est toujours qu'entre des nombres multiples et très-simples.

Il paraît que l'égale capacité pour la chaleur se rapporte aux dernières particules des corps, aux vrais atomes, dont les atomes de la chimie seraient

des groupes. Ce sont ces groupes qui, en s'unissant dans différents rapports, produisent les combinaisons en suivant la loi des proportions multiples; ce sont eux dont le déplacement mutuel donne lieu de remarquer, dans les réactions, la règle des équivalents chimiques. Mais laissons ce champ dans lequel nous risquerions de nous égarer et rentrons dans la voie plus sûre des déductions mathématiques.

33. Détermination du travail intérieur. — L'accroissement de la chaleur sensible étant représenté par

$$H - H_0 = c\,(t - t_0),$$

l'accroissement du travail intérieur sera exprimé par

$$I - I_0 = U - U_0 - Jc\,(t - t_0).$$

En remplaçant U par sa valeur, il viendra

$$I - I_0 = J \int_{t_0}^{t} (Q_{p_0})_t\, dt - Jc(t - t_0) - p_0\,(v - v_{t_0})_{p_0}$$
$$- \int_{p_0}^{p} dp \left(t \frac{dv}{dt} + p \frac{dv}{dp}\right)$$

pour l'accroissement du travail intérieur dans les corps homogènes; et

$$I - I_0 = J \int_{t_0}^{t} C\,dt - Jc\,(t - t_0) + (v - \sigma)\left(t \frac{dp}{dt} - p\right)$$
$$- (v_0 - \sigma_0)\left[t_0 \left(\frac{dp}{dt}\right)_0 - p_0\right]$$

pour l'accroissement du travail intérieur dans les

corps composés de deux parties qui se trouvent dans des états différents d'agrégation.

A l'aide du principe de Carnot, on peut arriver directement, d'une manière fort simple, à l'expression du travail intérieur, dans le cas particulier où la température est entretenue constante.

Dans un cycle de Carnot, la quantité de chaleur Q, absorbée par un corps quelconque pendant qu'il se dilate à température constante T, se transforme partie en travail extérieur W et partie en travail intérieur I. En vertu du principe de Mayer, on a

$$W + I = JQ.$$

Si q désigne la chaleur versée dans le réfrigérant, pendant que le corps se contracte à la température constante t, la différence $Q - q$ se transforme toute en travail extérieur, pendant que le corps parcourt le cycle entier. En effet, la chaleur consommée en travail intérieur, pendant la dilatation, est restituée pendant la contraction, puisque le corps revient à son état initial au bout du cycle. Le travail extérieur développé pendant le cycle est donc représenté par

$$J(Q - q).$$

Or, en vertu du principe de Carnot, on a

$$\frac{J(Q-q)}{JQ} = \frac{T-t}{T}.$$

Supposons maintenant que les deux sources de chaleur, entre lesquelles on fait travailler le corps,

soient à des températures infiniment voisines, de sorte qu'on ait

$$T - t = dt.$$

Alors, le principe de Carnot devient

$$\frac{J(Q - q)}{JQ} = \frac{dt}{t}.$$

Dans cette expression, JQ représente la totalité du travail, tant intérieur qu'extérieur, développé par le corps qui reçoit la quantité de chaleur Q, et $J(Q - q)$ représente l'accroissement du travail extérieur correspondant à l'accroissement dt de température. On a donc

$$JQ = I + W,$$

$$J(Q - q) = \frac{dW}{dt}\, dt,$$

et, par suite, en substituant dans l'équation précédente,

$$I + W = t\frac{dW}{dt}.$$

On en tire

$$I = t\frac{dW}{dt} - W,$$

pour l'expression du travail intérieur qui accompagne les variations de volume, accomplies à température constante.

34. Changements de volume des corps sans addition ni soustraction de chaleur. — Un corps peut changer de volume sans recevoir ni émettre de la chaleur de deux manières différentes: soit sous l'action d'une pression extérieure constamment

égale à sa force élastique, soit sous l'action d'une pression extérieure qui diffère de sa force élastique. Dans le premier cas, le corps en changeant de volume développe un travail positif ou négatif, suivant qu'il se dilate ou se contracte, et ses particules n'acquièrent aucune vitesse sensible. Dans le second, la valeur numérique du travail développé est moindre, mais les molécules du corps acquièrent une vitesse finie.

Soit, par exemple, un volume donné d'un fluide élastique; si on laisse le fluide se dilater en lui opposant une pression constamment égale à sa force élastique, le fluide développera en se détendant un travail mécanique, pendant que ses molécules n'acquerront aucune vitesse sensible. Mais si on laisse le fluide se dilater en lui opposant une pression moindre que sa force élastique, il développera en se détendant un travail moindre et ses particules acquerront des vitesses finies.

Nous avons un exemple du second cas dans le fusil à vent que tout le monde connaît. Lorsqu'en lâchant la détente, l'air, refoulé dans le réservoir d'un fusil à vent, passe tout à coup d'une pression de plusieurs atmosphères à celle de l'atmosphère extérieure, il s'échappe en chassant la balle devant lui, et ses molécules acquièrent des vitesses considérables.

Il arrive ordinairement que les vitesses acquises par les particules d'un corps, qui se dilate sous une pression moindre que sa force élastique, s'étei-

gnent ensuite par le frottement mutuel de ces particules, et la force vive qui y correspond est transformée par ce moyen en chaleur; ainsi, par exemple, si l'on met en communication deux vases, l'un vide, l'autre rempli d'air à une température et à une pression données, et si on laisse l'air se précipiter de celui-ci dans le premier, toute la chaleur dépensée à imprimer aux molécules de l'air la force vive dont elles sont douées dans le mouvement, est restituée par le frottement, pendant que la force vive s'éteint; motif pour lequel la température finale n'est après tout diminuée que de la quantité qui correspond au travail intérieur.

L'équation qui régit le phénomène de l'expansion ou de la compression d'un corps, sans addition ni soustraction de chaleur, est facile à établir; il suffit pour cela d'égaler à zéro la valeur de l'accroissement de la chaleur.

Pour le moment nous ne nous occuperons que des deux cas suivants: 1° de celui où la pression extérieure est constamment égale à la force élastique du corps; 2° de celui où le corps, en se dilatant, ne donne lieu à aucun travail extérieur et où toutes les parties reviennent au repos à la fin du phénomène. Nous renvoyons à d'autres chapitres le cas où les particules du corps ne reviennent point au repos à la fin du phénomène.

35. Variation de volume sans production de force vive. — Supposons que l'unité de poids d'un corps éprouve une variation de température dt et

une variation de pression, sans qu'aucun phénomène thermique s'accomplisse dans les corps voisins: on a alors

$$(Q_p)_t\, dt + (Q_t)_p\, dp = 0.$$

On sait d'ailleurs que

$$(Q_t)_p = -At\frac{dv}{dt}.$$

Par conséquent, l'équation différentielle qui gouverne le phénomène devient

$$(Q_p)_t\, dt - At\frac{dv}{dt}\, dp = 0.$$

On en tire

$$dt = \frac{At}{(Q_p)_t}\left(\frac{dv}{dt}\right) dp$$

pour l'expression du changement infiniment petit de température produit par un changement infiniment petit de pression.

Les deux quantités $(Q_p)_t$, $\frac{dv}{dt}$ étant des fonctions des deux variables t et p, l'expression précédente sera une équation différentielle à deux variables dont l'intégration fournira la relation existant entre t et p, pendant que le corps est comprimé ou dilaté, sans recevoir ni abandonner de la chaleur. En combinant cette relation avec l'équation

$$v = f(t, p)$$

qui caractérise le corps, on trouvera la relation entre v et t, ou entre v et p, qui a lieu dans cette circonstance.

Le cas d'un corps composé de deux parties, dans des états d'agrégation divers, a besoin d'être

traité à part. La relation existant entre la température et la pression, pendant qu'on augmente ou qu'on diminue le volume du mélange, sans addition ni soustraction de chaleur du dehors, est la même que celle qui lie toujours ces deux variables tant que la vapeur est saturée. Nous n'avons donc pas besoin de chercher cette relation. Le problème se réduit ici à chercher celle qui doit exister entre v et t, dans ces circonstances, ou entre l'une de celles-ci et la variable x exprimant le rapport du poids de la vapeur au poids total du mélange.

Nous avons trouvé

$$dQ = td\left(\frac{rx}{t}\right) + C\,dt$$

pour l'expression de l'accroissement infiniment petit de la chaleur. Donc, si la chaleur reçue ou émise est nulle, on aura

$$d\left(\frac{rx}{t}\right) + \frac{C\,dt}{t} = 0.$$

La quantité C étant seulement fonction de t, on obtiendra, en intégrant à partir d'un état initial t_0, x_0,

$$\frac{rx}{t} - \frac{r_0 x_0}{t_0} + \int_{t_0}^{t} \frac{C\,dt}{t} = 0;$$

d'où l'on tire

$$x = \frac{t}{r}\left(\frac{r_0 x_0}{t_0} - \int_{t_0}^{t} \frac{C\,dt}{t}\right)$$

pour la valeur de x en fonction de t.

Pour avoir la valeur du volume v en fonction de la température t, il suffira d'introduire la valeur précédente de x dans l'équation

$$v = \sigma + (s - \sigma)\, x = \sigma + \frac{rx}{At\frac{dp}{dt}}.$$

Il en résulte

$$v = \sigma + \frac{J}{\frac{dp}{dt}}\left(\frac{r_0 x_0}{t_0} - \int_{t_0}^{t} \frac{C\,dt}{t}\right).$$

A l'aide de cette équation, on pourra déterminer la température, après la dilatation, d'un mélange de vapeur et de liquide, quand les quantités C, r, σ, p seront données en fonction de t. En substituant ensuite la valeur de t ainsi trouvée, dans l'expression de x, on obtiendra la proportion pondérale de vapeur après l'expansion.

36. Travail développé par l'expansion d'un corps qui ne reçoit ni n'émet aucune chaleur. — Le travail

$$W = \int_{v_0}^{v} p\,dv$$

développé dans la détente d'un corps, n'est déterminé qu'autant qu'on donne la relation qui lie p à v pendant la détente. Or, dans le cas d'une expansion sans communication de chaleur, cette relation est fournie par les équations que nous venons de trouver, combinées avec l'équation caractéristique du corps; de sorte qu'on pourra déterminer le travail développé par l'expansion.

Examinons en particulier le cas de l'expansion d'un mélange de vapeur et du liquide dont elle provient.

Tant que la vapeur est saturée, p n'est fonction que de t, de manière qu'on aura

$$p\,dv = d(pv) - v\frac{dp}{dt}\,dt,$$

ou bien, eu égard à

$$v = \sigma + J\frac{rx}{t\frac{dp}{dt}},$$

$$p\,dv = Jd\left(p\frac{rx}{t\frac{dp}{dt}}\right) - J\frac{rx}{t}\,dt + p\frac{d\sigma}{dt}\,dt.$$

Telle est l'expression de l'élément du travail produit par la détente d'un mélange de vapeur et de liquide.

Si nous introduisons maintenant la condition que ce mélange ne reçoive ni ne perde aucune chaleur, condition en vertu de laquelle on a

$$\frac{rx}{t} = \frac{r_0x_0}{t_0} - \int_{t_0}^{t}\frac{C\,dt}{t},$$

on obtiendra

$$p\,dv = J\frac{r_0x_0}{t_0}d\cdot\left(\frac{p}{\frac{dp}{dt}} - t\right) - Jd\left\{\left(\frac{p}{\frac{dp}{dt}} - t\right)\int_{t_0}^{t}\frac{C\,dt}{t}\right\}$$
$$- JC\,dt + p\frac{d\sigma}{dt}\,dt;$$

d'où l'on déduit, en intégrant entre t_0 et t,

$$W = J\frac{r_0 x_0}{t_0}\left\{\frac{p}{\frac{dp}{dt}} - \frac{p_0}{\left(\frac{dp}{dt}\right)_0} - t + t_0\right\} + J\left(t - \frac{p}{\frac{dp}{dt}}\right)\int_{t_0}^{t}\frac{C\,dt}{t}$$
$$- J\int_{t_0}^{t} C\,dt + \int_{t_0}^{t} p\frac{d\sigma}{dt}\,dt.$$

On pourra ordinairement négliger le dernier terme à cause de sa petitesse.

37. Expansion libre des fluides élastiques. — Concevons qu'une quantité donnée d'un fluide élastique soit enfermée dans un récipient imperméable à la chaleur, séparé par une cloison d'un autre récipient également imperméable à la chaleur, dans l'intérieur duquel existe un vide absolu. On supprime brusquement la cloison qui sépare le fluide élastique de l'espace vide. Le fluide élastique s'y répand et son volume augmente d'autant, sans qu'il y ait addition ni soustraction de chaleur. Au moment où la communication est établie entre les deux récipients, le fluide élastique se précipite de l'un dans l'autre; mais les vitesses acquises par ses molécules ne tardent pas à s'éteindre par leur frottement réciproque et tout revient au repos après un temps très-court.

L'expansion du fluide élastique, dans les circonstances que nous venons d'indiquer, n'ayant été accompagnée d'aucun travail mécanique extérieur, ni d'aucune transmission de chaleur, ni enfin d'aucune production de force vive, on doit poser dans l'équation (*1*) qui régit une transformation quelconque,

$$\Delta W = 0, \ \Delta Q = 0, \ \Delta V = 0;$$

de sorte qu'elle deviendra

$$\Delta U = 0.$$

Ainsi, l'énergie interne à l'état final devra être exactement égale à l'énergie interne qui existait dans l'état initial.

D'après cela, on aura, pour les corps homogènes, l'équation différentielle (30)

$$\left(J(Q_p)_t - p\frac{dv}{dt}\right)dt - \left(t\frac{dv}{dt} + p\frac{dv}{dp}\right)dp = 0,$$

qui, étant intégrée, fournira la relation existant entre t et p dans un fluide élastique qui se dilate librement.

Quant aux mélanges de vapeur et de liquide, on aura l'équation (30)

$$J\int_{t_0}^{t} C\,dt + (v-\sigma)\left(t\frac{dp}{dt} - p\right) - (v_0 - \sigma_0)\left[t_0\left(\frac{dp}{dt}\right)_0 - p_0\right] = 0,$$

ou bien

$$J\int_{274}^{t} C\,dt + (v-\sigma)\left(t\frac{dp}{dt} - p\right) = J\int_{274}^{t_0} C\,dt + (v_0 - \sigma_0)\left[t_0\left(\frac{dp}{dt}\right)_0 - p_0\right],$$

qui permettra de déterminer la température du mélange après qu'il aura passé du volume initial v_0 au volume final v.

Il va sans dire que cette équation n'est valable qu'autant que la vapeur se maintient saturée. Dès que la vapeur, cessant d'être en contact avec le liquide qui l'a engendrée, passe à l'état de vapeur surchauffée, il faudra employer l'équation générale, en mettant pour v la fonction de t et p propre à la vapeur surchauffée.

Chapitre V.

Application des équations générales aux différents corps.

38. Gaz parfaits. — Un *gaz parfait* est un corps dont les chaleurs spécifiques, à pression constante et à volume constant, sont invariables avec la température et la pression, et qui obéit à la loi de Mariotte.

Tous les corps de la nature convergent vers l'état de gaz parfait, à mesure que leur température augmente. Ceux qui, aux températures ordinaires, sont à l'état de gaz et qu'on nomme *gaz permanents,* ont des propriétés très-voisines de celles qui caractérisent l'état gazeux parfait.

On déduit, comme conséquence de leur définition, que les changements de volume des gaz parfaits ne sont accompagnés d'aucun travail intérieur, ou, ce qui revient au même, qu'ils n'absorbent ni n'émettent aucune chaleur, dans les changements de volume qui ont lieu sans production de travail mécanique extérieur.

Les gaz parfaits sont caractérisés par l'équation

$$pv = Rt,$$

où la constante R varie suivant la nature du gaz.

Pour déterminer cette constante, une seule expérience suffit pour chaque espèce de gaz. On a trouvé, par exemple, que le rapport du poids du mercure à celui de l'air, à la température de la glace fondante, sous la pression de $0^m,76$, à 45° de latitude et au niveau de la mer, est 10517,3.

Si nous désignons par P le poids du mètre cube de mercure, par Π le poids du mètre cube d'air, nous aurons

$$p = 0,76\, P$$

pour la pression sur le mètre carré, et

$$v = \frac{1}{\Pi}$$

pour le volume spécifique de l'air, c'est-à-dire pour le volume occupé par un kilogramme d'air. Donc, on aura

$$pv = (0,76)\frac{P}{\Pi} = 0,76 \times 10517,3.$$

La température de la glace fondante est

$$t = 274^o.$$

Par conséquent, on aura,

$$R = \frac{pv}{t} = \frac{0,76 \times 10517,3}{274} = 29,172$$

pour l'air atmosphérique.

Pour un autre gaz la valeur de R sera réci-

proque à sa densité par rapport à l'air. Ainsi, on aura

$R = 26,385$ pour l'oxygène dont la densité est 1,10563 (celle de l'air étant 1),

$R = 421,20$ pour l'hydrogène dont la densité est 0,06926,

$R = 30,032$ pour l'azote dont la densité est 0,97137.

$R = 19,079$ pour l'acide carbonique dont la densité est 1,52901.

39. Capacités thermiques des gaz parfaits. — De l'équation

$$pv = Rt$$

propre aux gaz parfaits on tire

$$\frac{dv}{dt} = \frac{R}{p},$$

$$\frac{dv}{dp} = -\frac{Rt}{p^2}.$$

En substituant ces valeurs dans l'expression des diverses capacités thermiques (27), on trouve

$$c = k - AR$$

$$(Q_t)_p = -AR\frac{t}{p} = -Av$$

$$(Q_t)_v = Ap$$

$$(Q_p)_v = \frac{kp}{R}$$

$$(Q_v)_p = \frac{ct}{p}$$

où

$$(Q_p)_t = k$$

$$(Q_v)_t = c.$$

De la sorte, la chaleur spécifique à pression constante k étant donnée, on pourra trouver toutes les capacités thermiques des gaz parfaits.

Si l'on remarque que dans la formule

$$k - c = AR$$

qui donne la différence des deux chaleurs spécifiques, et que nous avions déjà trouvée (13), la quantité R est inversement proportionnelle à la densité des gaz et, par suite, directement proportionnelle à leur volume spécifique, on en conclut que la différence des chaleurs spécifiques, à pression constante et à volume constant, rapportée à l'unité de volume, est la même pour tous les gaz parfaits.

40. Expression de l'accroissement de la chaleur dans les gaz parfaits. — L'accroissement dQ de la chaleur à fournir à un corps pour le faire passer de l'état t, p à l'état $t + dt$, $p + dp$ est exprimé par

$$dQ = (Q_p)_t \, dt + (Q_t)_p \, dp.$$

En vertu des valeurs précédentes, il deviendra, pour les gaz parfaits,

$$dQ = k\,dt - AR\,\frac{t}{p}\,dp.$$

Dans les gaz parfaits k étant constant, il vient, en intégrant à partir d'un état caractérisé par l'indice zéro,

$$Q - Q_0 = k(t - t_0) - AR \int_{p_0}^{p} t \frac{dp}{p}.$$

41. Dilatation ou compression des gaz parfaits, sans changement de température. — Supposons qu'on fasse varier la pression d'un gaz tout en entretenant la température constante. La chaleur à fournir, dans cette circonstance, au gaz sera donnée par l'expression

$$Q - Q_0 = ARt\int_p^{p_0}\frac{dp}{p} = ARt\log\frac{p_0}{p} = ARt\log\frac{v}{v_0}.$$

La quantité AR est la même pour tous les gaz parfaits lorsqu'on les rapporte à l'unité de volume; on en conclut que lorsqu'un gaz passe, sans changer de température, d'un volume et d'une pression déterminée, à un autre volume et à une autre pression également déterminée, la quantité de chaleur, absorbée ou abandonnée, est toujours la même, quelle que soit la nature du gaz. On voit de plus que les quantités de chaleur, absorbées ou dégagées par le gaz, sont en progression arithmétique, si les accroissements ou réductions de volume sont en progression géométrique.

Ces propriétés des gaz ont été signalées pour la première fois par Sadi Carnot, dans son mémorable ouvrage sur la *puissance motrice du feu.*

42. Dilatation ou compression d'un gaz qui ne reçoit ni n'émet aucune chaleur. — Lorsqu'un gaz parfait se dilate ou se contracte, sans recevoir ni émettre aucune chaleur, on doit avoir

$$dQ = k\,dt - AR\frac{t}{p}\,dp = 0,$$

ou bien, en divisant par t,

$$k\frac{dt}{t} - AR\frac{dp}{p} = 0.$$

Si l'on intègre à partir d'un état initial t_0, p_0, il vient

$$\left(\frac{t}{t_0}\right)^k = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{AR}.$$

On a trouvé

$$AR = k - c;$$

donc, en posant le rapport des deux chaleurs spécifiques

$$\frac{k}{c} = \gamma,$$

on obtient

$$\frac{t}{t_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}},$$

ce qui donne la loi suivant laquelle la température varie avec la pression.

Pour trouver la loi qui règle le volume, rappelons-nous qu'on a

$$pv = Rt, \qquad p_0 v_0 = Rt_0;$$

d'où l'on tire

$$\frac{p}{p_0} = \frac{t}{t_0} \cdot \frac{v_0}{v}.$$

En substituant, on obtient

$$\frac{t}{t_0} = \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma-1}.$$

On trouvera enfin entre la pression et le volume la relation

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma}.$$

Ces relations entre la température, la pression et le volume d'un gaz qui se dilate, sans recevoir et sans perdre de la chaleur, sont connues depuis longtemps.

43. Travail mécanique développé par un gaz qui se dilate sans emprunter aucune chaleur de l'extérieur. — Pour obtenir le travail mécanique, exercé par un gaz dans ce cas particulier, on n'a qu'à remplacer p par

$$p_0 \left(\frac{v_0}{v}\right)^\gamma,$$

dans l'expression du travail

$$W = \int_{v_0}^{v} p\,dv;$$

ce qui fournit

$$W = p_0 v_0^\gamma \int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v^\gamma}.$$

En intégrant, il vient

$$W = \frac{p_0 v_0}{\gamma - 1} \left\{1 - \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma - 1}\right\}.$$

On peut donner à cette expression du travail les diverses formes suivantes:

$$W = \frac{p_0 v_0}{\gamma - 1} \left\{1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}\right\}$$

$$W = \frac{p_0 v_0}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{t}{t_0}\right)$$

$$W = \frac{1}{\gamma - 1} (p_0 v_0 - p v)$$

$$W = cJ(t_0 - t).$$

44. Energie interne des gaz parfaits. — Si, dans l'expression générale de l'accroissement de l'énergie interne (30), on substitue pour les coefficients différentiels partiels

$$\frac{dv}{dt}, \quad \frac{dv}{dp}$$

leurs valeurs tirées de l'équation caractéristique des gaz parfaits, il vient

$$dU = (Jk - R)\, dt,$$

ou bien

$$dU = Jc\, dt,$$

en mettant pour k sa valeur en c. L'intégration donne

$$U - U_0 = Jc(t - t_0)$$

pour l'accroissement de l'énergie interne. On voit par là que l'énergie intérieure d'un gaz n'est fonction que de sa température, et est indépendante du volume.

Lorsqu'un corps quelconque change de volume, sans recevoir ni émettre de la chaleur, et sans produire aucun travail extérieur, il est évident que son énergie interne doit rester invariable. Or, comme cette énergie, dans les gaz parfaits, ne dépend que de la température, il s'ensuit que, dans ces corps, tout changement de volume qui n'est accompagné d'aucune transmission de chaleur, ni d'aucun développement de travail extérieur ne doit entraîner aucune variation de température.

La capacité calorifique absolue étant, dans les gaz parfaits, égale à la chaleur spécifique à volume

constant, on aura pour l'accroissement du travail intérieur

$$dI = 0,$$

c'est-à-dire que le travail intérieur est nul dans les gaz parfaits.

45. Gaz réels. — Les gaz réels, tant qu'ils sont éloignés de leur point de liquéfaction, ont des propriétés très-voisines de celles qui caractérisent les gaz parfaits. Ainsi l'hydrogène, l'oxygène, l'azote, qui ont résisté jusqu'ici à toute tentative de liquéfaction, se comportent sensiblement comme des gaz parfaits; tandis que l'acide carbonique, qu'on peut liquéfier, s'écarte, bien que légèrement, des lois auxquelles ces gaz sont assujettis.

Le caractère d'un gaz parfait c'est l'absence de tout travail intérieur dans les changements de volume. Or, la célèbre expérience de M. Joule et celle de M. Hirn, que nous avons décrites plus haut, prouvent que dans la détente de l'air atmosphérique, il ne se produit pas d'absorption sensible de chaleur, et que partant, dans ce gaz, le travail intérieur peut être considéré comme nul. Mais dans un gaz qu'on peut liquéfier, tel que l'acide carbonique, il y a tout lieu de croire qu'un travail sensible intérieur accompagne les changements de volume.

L'expérience de M. Joule ne pourrait servir à mesurer le refroidissement très-faible qui accompagne la dilatation de l'acide carbonique, lorsqu'elle s'effectue sans produire du travail extérieur; car,

comme nous l'avons déjà fait remarquer, la masse de l'eau est hors de toute comparaison avec la masse du gaz. On comprend que si la masse de l'eau est, par exemple, égale seulement à vingt fois la masse de l'acide carbonique, comme la chaleur spécifique de l'eau est à peu près quintuple de celle du gaz, l'absorption d'une quantité de chaleur qui ferait varier d'un degré la température du gaz, s'il était seul, ne fera pas varier d'un centième de degré la température de l'appareil complexe, et que le phénomène essentiel pourra être entièrement caché sous les accidents irréguliers des expériences.

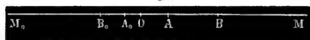
Si, tout en supprimant le liquide extérieur, en tant que liquide calorimétrique, on voulait mesurer la variation de température que produit la dilatation au moyen d'un thermomètre en contact avec le gaz, on n'obtiendrait guère des résultats plus précis; car, avant que le thermomètre eût acquis la température du gaz après la dilatation, celui-ci aurait eu le temps de s'échauffer aux dépens des parois du vase qui le contient. Pour rendre possible l'observation du refroidissement qui accompagne l'expansion, il faudrait pouvoir renouveler continuellement autour du thermomètre le gaz refroidi par la dilatation avant son réchauffement ultérieur.

46. Expériences de MM. W. Thomson et Joule. — Ces conditions sont réalisées dans une méthode expérimentale qu'a imaginée M. W. Thomson

et qu'il a appliquée de concert avec M. Joule. Cette méthode consiste à faire passer un courant de gaz à travers un diaphragme poreux, d'où il sort avec une pression inférieure à celle qu'il possédait d'abord, le frottement ayant absorbé presque toute la vitesse due à la détente. Des thermomètres fort sensibles font connaître la température du gaz, avant et après l'écoulement.

Considérons un long tube $M_0 M$ (Fig. 8), dont une extrémité M_0 communique avec un réservoir dans lequel la pression est maintenue constante, et l'autre extrémité M, avec l'atmosphère, dont la pression est également supposée constante. Au point O est placé un tampon poreux, formé d'un

Fig. 8.



cylindre de coton ou de soie et contenu entre deux plaques minces de laiton percées de trous nombreux. Le gaz coule, dans le sens $M_0 M$, par l'effet de la différence des pressions. Après un certain temps, le mouvement devient permanent et ne varie plus avec le temps.

La pression varie très-rapidement avec la distance de part et d'autre du point O, mais, à partir d'une section peu éloignée de O, elle devient sensiblement constante dans chacune des deux parties du tube. Soient A_0 et A les deux sections à partir desquelles tout devient constant; soient p_0

la valeur de la pression relative au tube $M_0 A_0$, p la pression relative au tube MA; soient $A_0 B_0$ le volume occupé par 1^k de gaz à partir de la section A_0, AB le volume à partir de la section A.

Considérons, à un instant donné, la masse gazeuse contenue entre les sections B_0 et A: au bout d'un temps qu'il est inutile de spécifier, cette masse se trouvera tout entière comprise entre les sections A_0 et B. Le travail des pressions extérieures à cette masse aura été, entre ces deux époques, égal à

$$p_0 s \times A_0 B_0 - ps \times AB,$$

s étant l'aire de la section du tube.

Si l'on désigne par v_0, v les volumes occupés par 1^k de gaz aux pressions p_0, p, le travail extérieur, dépensé pendant le passage de la masse $B_0 A$ en $A_0 B$, aura pour expression

$$p_0 v_0 - pv.$$

L'équation fondamentale (*1*) de la Thermodynamique devient dans ce cas

$$J \Delta Q = \Delta U + pv - p_0 v_0 + 2 \Delta V.$$

La différence des vitesses des molécules gazeuses, des deux côtés du diaphragme, est assez petite pour qu'on puisse négliger l'accroissement de force vive ΔV.

La transformation s'effectuant en contact de matières extrêmement peu conductrices, on peut supposer qu'elle ait lieu sans addition ni soustraction de chaleur.

Par conséquent, on pourra supposer

$$\Delta V = 0 \text{ et } \Delta Q = 0$$

dans l'équation ci-dessus, qui deviendra

$$\Delta U = p_0 v_0 - pv.$$

Telle est l'expression du changement d'énergie interne qui accompagne le phénomène. Si l'on remplace ΔU par son expression

$$\Delta U = J \Delta H + \Delta I,$$

il vient

$$\Delta I = - J \Delta H + p_0 v_0 - pv$$

pour l'expression du travail intérieur.

Si le gaz n'éprouvait aucune variation de température, en passant de la pression p_0 à la pression moindre p, on aurait

$$\Delta H = 0.$$

Si, de plus, le gaz suivait exactement la loi de Mariotte, on aurait

$$p_0 v_0 - pv = 0.$$

Dans ce cas, on aurait

$$\Delta I = 0;$$

ce qui indiquerait que le travail intérieur qui accompagne l'expansion d'un gaz, est nul.

Mais, si, au contraire, la température subit une diminution, on en conclura que le travail intérieur n'est point nul. En effet, alors ΔH sera égal à une quantité négative; de sorte que ΔI sera égal à une quantité positive à laquelle s'ajoutera la variation

$$p_0 v_0 - pv$$

due au travail extérieur.

On pourra par des déterminations calorimétriques convenables, soit au moyen de thermomètres très-sensibles, soit au moyen d'appareils thermo-électriques, mesurer la diminution de température que le gaz éprouve en passant de la pression p_0 à la pression moindre p. Soit ϑ cette diminution de température; on aura

$$\Delta H = - c\vartheta,$$

c désignant la capacité calorifique absolue du gaz. De la sorte, l'expression du travail intérieur deviendra

$$\Delta I = Jc\vartheta + p_0 v_0 - p v.$$

Les expériences de MM. W. Thomson et Joule ont fait voir qu'un refroidissement constant accompagne l'expansion de l'air, de l'acide carbonique et de l'hydrogène, et que ce refroidissement est sensiblement proportionnel à la variation de pression et dépend de la température initiale. Ainsi, en appelant δ un nombre constant pour un même gaz et une même température, on a

$$\vartheta = \delta (p_0 - p)$$

pour l'abaissement de température qu'éprouve le gaz, lorsque sa pression descend de p_0 à p.

D'après cela, on aura

$$\Delta I = Jc\delta (p_0 - p) + p_0 v_0 - pv$$

pour représenter le travail intérieur qui accompagne la dilatation du gaz.

Les expériences de MM. Thomson et Joule ont donné pour δ les valeurs suivantes:

Air atmosphérique	$\delta = 0{,}262$
Acide carbonique	$\delta = 1{,}151$
Hydrogène	$\delta = 0{,}02$,

la température étant d'environ 18° C.

Lorsque la pression initiale p_0 et le volume initial v_0 seront donnés, ainsi que la pression finale p et le volume final v, on aura tous les éléments nécessaires pour calculer le travail intérieur.

47. Equation caractéristique des gaz réels, déduite des expériences de MM. W. Thomson et Joule sur les effets thermiques des fluides en mouvement. — Les résultats obtenus par MM. Thomson et Joule fournissent un moyen de trouver l'équation caractéristique des gaz sur lesquels ils ont opéré.

Les expériences de ces deux savants ont montré que l'expansion d'un gaz est toujours accompagnée d'un petit abaissement de température qui est sensiblement en raison directe de l'abaissement de pression et en raison inverse du carré de la température. Si nous considérons le cas où le gaz, soumis d'abord à la pression p, éprouve un changement infiniment petit dp dans la pression, la variation de température dt correspondante sera donnée par l'expression

$$dt = \frac{B}{t^2}\, dp,$$

B étant un nombre constant pour chaque gaz.

La variation de l'énergie interne, éprouvée par le gaz en passant d'un côté à l'autre du diaphragme poreux, est exprimée par

$$\Delta U = p_0 v_0 - p v.$$

Lorsqu'il s'agit d'une variation infiniment petite, la variation de l'énergie interne deviendra

$$dU = -p\,dv - v\,dp,$$

en négligeant les infiniment petits du second ordre.

D'autre part, on a (30)

$$dU = J(Q_p)_t\,dt - t\frac{dv}{dt}dp - p\,dv.$$

En égalant ces deux valeurs de dU, il vient

$$J(Q_p)_t\,dt = \left(t\frac{dv}{dt} - v\right)dp$$

pour la relation existant entre les deux accroissements dt, dp, dans les circonstances des expériences de MM. Thomson et Joule. Or, ces expériences ont montré que

$$dt = \frac{B}{t^2}\,dp.$$

De sorte que si l'on introduit cette relation empirique dans l'équation précédente, elle devient

$$t\frac{dv}{dt} - v = \frac{BJ(Q_p)_t}{t^2}.$$

Divisant par t^2, on a

$$\frac{1}{t}\frac{dv}{dt} - \frac{v}{t^2} = \frac{BJ(Q_p)_t}{t^4}.$$

Le premier membre est égal à

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{v}{t}\right),$$

de sorte qu'on aura

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{v}{t}\right) = -\frac{BJ(Q_p)_t}{t^4}.$$

La chaleur spécifique à pression constante

$$(Q_p)_t$$

est en général une fonction des deux variables p et t; mais toutes les expériences prouvent que, dans les gaz, elle est à peu près indépendante de la pression et de la température. Si on la suppose constante et égale à k, on pourra intégrer immédiatement l'équation ci-dessus. On obtiendra de la sorte

$$\frac{v}{t} = \varphi(p) - \frac{JBk}{3t^3},$$

$\varphi(p)$ étant une fonction arbitraire de p. Pour déterminer la forme de cette fonction arbitraire, on remarquera d'abord que plus la température d'un gaz est élevée, plus il se rapproche de l'état d'un gaz parfait obéissant à la loi de Mariotte. Cela étant, la fonction $\varphi(p)$ doit être de la forme

$$\frac{R}{p},$$

puisque toute autre forme ne s'accorderait pas avec cette loi à de très-hautes températures, quand le second terme de l'intégrale disparaît. Si donc la loi de Mariotte doit être satisfaite aux hautes températures, on doit avoir pour la solution complète

$$v = \frac{Rt}{p} - \frac{JBk}{3t^2}.$$

Telle est l'équation que MM. Thomson et Joule ont déduite de leurs expériences sur l'écoulement des gaz.[1])

Ces savants avaient trouvé, dans leurs premières expériences, que l'hydrogène, à l'égal de l'air et de l'acide carbonique, se refroidissait en passant d'un côté à l'autre du tampon poreux. Dans leurs dernières expériences, ils ont trouvé, au contraire, que l'hydrogène subit une augmentation de température. Il s'ensuit que pour ce gaz, B est négatif.

M. Rankine a été conduit, par sa théorie des *tourbillons moléculaires (molecular vortices)* à une formule analogue pour représenter la loi de l'expansion et de l'élasticité des *gaz imparfaits.*[2]) Cette formule est la suivante

$$\frac{pv}{p_0 v_0} = \frac{t}{t_0} - A_0 - \frac{A_1}{t} - \frac{A_2}{t^2} - \text{etc.}$$

A_0, A_1, etc. étant des fonctions de la densité

$$\frac{1}{v}$$

à déterminer par l'expérience.

La formule pour l'acide carbonique est

$$\frac{pv}{p_0 v_0} = \frac{t}{t_0} - \frac{a}{t} \cdot \frac{v_0}{v},$$

où

1) Phil. Trans., 1862, vol. 152, pag. 589.

2) A manual of the Steam Engine, 1861, p. 229.

p_0 = la pression atmosphérique, c'est-à-dire 10333^k par mètre carré,

$v_0 = 0^{mc},50592$, vol. d'un kilog. d'acide carbonique à 0° C. et sous la pression de $0^m,76$,

$p_0 v_0 = 5227,7$,

$t_0 = 274^o$,

$a = 1,9$.

La formule de MM. Thomson et Joule, ainsi que celle de M. Rankine, s'accordent assez bien avec les résultats des expériences de M. Regnault dont nous allons dire quelques mots.

48. Expériences de M. Regnault sur les lois de Mariotte et de Gay-Lussac.[1]) — Pour reconnaître si la loi de Mariotte est rigoureusement vraie, M. Regnault a mesuré le rapport $\frac{v_0}{v}$ des volumes occupés par le gaz à la même température, comprise entre 3° et 10°, et le rapport $\frac{p}{p_0}$ des pressions correspondantes, et a cherché si ces rapports sont égaux, ou bien si, en les divisant l'un par l'autre, le résultat

$$\frac{p_0 v_0}{p v}$$

est égal à l'unité.

Voici le résumé des résultats qu'il a obtenus:

1) Mémoires de l'Acad. des Sciences de l'Institut de France, t. 21, 1847.

Pressions initiales	Valeurs de $\frac{p_0 v_0}{p v} - 1$			
p_0	Air atm.	Azote	Ac. carbonique	Hydrogène
1	0,00122	0,00075	0,0086	— 0,00043
2	0,00230	0,00130	0,0177	— 0,00110
4	0,00330	0,00245	0,0365	— 0,00270
8	0,00550	0,00432	0,0799	— 0,00580

$\frac{v_0}{v}$ étant égal à 2.

Ces nombres nous apprennent que, dans les quatre gaz étudiés, le rapport

$$\frac{p_0 v_0}{p v}$$

est très-sensiblement égal à l'unité, et par suite, que la loi de Mariotte, si elle n'est pas absolument vraie, est au moins une relation approximative très-voisine de la réalité.

On reconnaît, en outre, que l'air, l'azote et l'acide carbonique se compriment de façon que le rapport

$$\frac{p_0 v_0}{p v}$$

est toujours plus grand que l'unité, ou ce qui est la même chose, que le volume v est plus petit que la loi de Mariotte ne le suppose, et que par conséquent ces gaz se compriment un peu plus que cela ne devrait avoir lieu d'après cette loi. Les différences entre l'observation et la loi de Mariotte s'aggravent à mesure que les gaz sont plus condensés.

L'hydrogène, au contraire, s'écarte de la loi de Mariotte en sens contraire, c'est-à-dire que pour ce gaz le rapport

$$\frac{p_0 v_0}{p v}$$

se montre constamment plus petit que l'unité et diminue progressivement quand la pression augmente; cela veut dire que v est toujours supérieur au volume que la loi de Mariotte suppose et que, par suite, l'hydrogène se comprime moins que cela ne devrait avoir lieu d'après cette loi.

La force élastique du gaz hydrogène serait analogue à celle d'un ressort métallique, qui offre une résistance d'autant plus grande à la compression, qu'il se trouve déjà soumis à une pression plus considérable.

M. Regnault a représenté ses résultats par la formule empirique

$$\frac{pv}{p_0 v_0} = 1 + A\left(\frac{v_0}{v} - 1\right) + B\left(\frac{v_0}{v} - 1\right)^2$$

où A et B ont les valeurs suivantes:

	Air atmosphérique	Azote	Acide carbonique	Hydrogène
A	$-0,001105$	$-0,000690$	$-0,008532$	$+0,000547$
B	$+0,000019$	$+0,000070$	$-0,000007$	$+0,000008$

Il y aurait le plus grand intérêt à étudier la compressibilité des gaz à des températures très éloignées des températures ordinaires; car la température exerce certainement une grande influence sur ce phénomène. M. Regnault a montré, par exemple, que l'acide carbonique ne s'écarte plus

d'une manière sensible de la loi de Mariotte pour les très-faibles pressions, lorsqu'on le maintient à la température de 100° C.

La loi de Mariotte semble donc être une *limite,* dont la loi réelle de compressibilité des gaz tendrait à se rapprocher, à mesure que la pression serait moindre et la température plus élevée.

Nous devons à M. Regnault une autre série d'expériences de la plus grande importance, exécutées dans le but de vérifier la loi de Gay-Lussac.

D'après cette loi, tous les gaz soumis à une pression constante, doivent se dilater également et uniformément, à mesure que la température s'élève.

Les expériences de M. Regnault ont montré que les coefficients de dilatation des différents gaz ne sont pas égaux. Par exemple l'hydrogène se dilate en passant de 0° à 100°, sous la pression constante d'une atmosphère, de 0,3661 de son volume, tandis que l'acide carbonique se dilate de 0,3710 et l'acide sulfureux de 0,3903.

L'expérience a montré, en outre, que tous les gaz, à l'exception du gaz hydrogène, ont des coefficients de dilatation d'autant plus considérables, que la pression est plus grande; et que cet accroissement est d'autant plus sensible, que le gaz est plus facile à liquéfier. Ainsi le coefficient de dilatation à pression constante de l'hydrogène, qui est de 0,3661 sous $0^m,760$, devient 0,3662 sous $2^m,545$, tandis que le coefficient de l'acide sulfureux

qui est de 0,3902 sous 0^m,760 devient 0,3980 sous 0^m,980.

Les coefficients de dilatation des différents gaz approchent d'autant plus de l'égalité, que leurs pressions sont plus faibles: de sorte que la loi de Gay-Lussac peut être considérée comme une *loi limite* qui s'applique aux gaz,· dans un état de dilatation extrême; mais qui s'éloigne d'autant plus de la réalité que les gaz sont plus comprimés, en d'autres termes, que leurs molécules sont plus rapprochées.

En résumé, les gaz qu'on n'est point parvenu à liquéfier, en les soumettant aux pressions les plus fortes et aux températures les plus basses que nous puissions produire, et qu'on appelle pour cela *gaz permanents,* s'ils ne suivent pas rigoureusement les lois de Mariotte et de Gay-Lussac, s'en écartent du moins tellement peu, entre les limites des températures et des pressions accessibles à nos expériences, que nous pouvons admettre, sans erreur sensible, qu'ils sont soumis aux lois caractéristiques des gaz parfaits.

49. Vapeurs surchauffées. — La vapeur surchauffée d'un corps est, comme nous l'avons déjà expliqué, la vapeur de ce corps à une température plus élevée que celle qu'aurait, à la même pression, la vapeur saturée. L'état de vapeur surchauffée est intermédiaire entre l'état de gaz parfait et l'état de vapeur saturée.

A la rigueur, tous les gaz, même ceux qu'on

nomme permanents, ne sont que des vapeurs surchauffées; mais pour tout ce qui regarde la pratique, ils peuvent être considérés comme des gaz parfaits. Il en est de même des vapeurs surchauffées de tous les corps, lorsqu'elles sont à des températures très-supérieures à leur point de saturation. Mais aux approches de ce point elles s'écartent des lois qui régissent les gaz parfaits.

Malheureusement, nous possédons peu de données sur la relation qui lie le volume, la pression et la température des vapeurs surchauffées, aux approches du point de saturation. Nous devons à MM. William Fairbairn et Thomas Tate des recherches fort intéressantes sur l'expansion des vapeurs d'eau surchauffées.[1] Ils ont montré que le coefficient de dilatation de la vapeur aqueuse surchauffée décroît, à partir du point de saturation, à mesure que la température augmente; qu'au commencement, et pendant les dix premiers degrés, il excède de beaucoup le coefficient de l'air, mais qu'à des températures plus élevées il coïncide avec celui-ci.

Aux expériences de MM. W. Fairbairn et T. Tate nous devons ajouter un résultat qui a été obtenu par MM. Henri Sainte-Claire Deville et T. Troost, dans leurs recherches sur les densités des vapeurs de plusieurs corps, à des températures très-élevées.[2]

---

1) Phil. Trans. 1860, p. 185; 1862, p. 591.

2) Ann. de Chim. et de Phys. 1860, 3e série, t. 58, p. 257.

Ces chimistes ont trouvé que la densité de la vapeur d'eau surchauffée à 350° C., sous la pression atmosphérique, est 0,623 (celle de l'air étant prise pour unité) c'est-à-dire presque égale à la densité théorique 0,622 à 0° C. et $0^m,76$.

D'après ce qui précède, il paraît que *provisoirement*, et jusqu'à ce qu'on ait des données plus exactes, on peut considérer les vapeurs surchauffées comme des gaz parfaits, et en déduire la densité de la composition chimique.

Ainsi, s'il s'agit de la vapeur d'eau, on en calculera la densité de la manière suivante. On sait qu'un mètre cube d'hydrogène et un demi-mètre cube d'oxygène, en se combinant, donnent naissance à un mètre cube de vapeur. Par conséquent, le poids d'un mètre cube de vapeur *idéale*, à 0° C. et sous la pression d'une atmosphère (poids qui ne doit être employé que dans les calculs, parce que la vapeur ne saurait exister à cette température et à cette pression), peut se calculer comme il suit:

Un mètre cube d'hydrogène	$0^k,08953$
Un demi-mètre cube d'oxygène	$0^k,71465$
Un mètre cube de vapeur idéale	$0^k,80418$.

D'où l'on déduit:

Volume de 1^k de vapeur idéale à 0° et sous une atmosphère

$$v_0 = 1^{mc},2435;$$

$$p_0 v_0 = 10333 \times 1,2435 = 12849.$$

L'équation caractéristique de la vapeur aqueuse surchauffée sera donc

$$pv = 12849 \frac{t}{t_0} = (46,8945)\ t.$$

Quant aux chaleurs spécifiques de la vapeur d'eau surchauffée, si l'on prend d'après M. Regnault

$$k = 0,475$$

pour la chaleur spécifique, à pression constante, on en déduira

$$c = k - \frac{R}{J} = 0,475 - \frac{46,8945}{425} = 0,365$$

pour la chaleur spécifique, à volume constant, et

$$r = \frac{k}{c} = 1,30$$

pour le rapport des deux chaleurs spécifiques.

Par conséquent, la loi suivant laquelle la température varie avec le volume et avec la pression dans la vapeur aqueuse surchauffée, qui ne reçoit ni n'émet aucune chaleur, sera exprimée par les formules suivantes:

$$\frac{t}{t_0} = \left(\frac{v_0}{v}\right)^{0,3}$$

$$\frac{t}{t_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{0,23}.$$

50. Vapeurs saturées. — Lorsqu'un corps est composé de deux parties qui se trouvent dans des états d'agrégation différents, il est impossible de faire changer la pression sans changer en même temps la température, et il est également impossible d'augmenter ou de diminuer la densité, ou,

ce qui revient au même, le volume spécifique de chacune de ses parties, en augmentant ou en diminuant la pression. Toute tentative d'augmenter la pression, sans changer la température, n'a d'autre résultat que la liquéfaction de la vapeur, si le mélange est composé d'un liquide et de sa vapeur, ou la solidification du liquide, si le mélange est composé d'un solide et de son liquide. Toute diminution de pression produit l'effet inverse, c'est-à-dire, vaporisation du liquide ou fusion du solide.

Ainsi, tant qu'une vapeur est saturée ou qu'un liquide est saturé, à chaque température il ne correspond qu'une valeur déterminée de la pression et des volumes spécifiques des deux parties dont se compose le corps; c'est-à-dire que la pression p et les volumes spécifiques s, σ des deux parties ne sont fonction que de la variable t.

La relation qui existe entre la température et la pression des vapeurs saturées de différentes substances a été le sujet de plusieurs séries d'expériences, dont les plus récentes et les meilleures sont celles de M. Regnault, qui a donné des tables numériques des forces élastiques de la vapeur d'eau et d'autres liquides pour différentes températures. M. Rankine a proposé pour représenter les observations de M. Regnault la formule

$$\log p = A - \frac{B}{t} - \frac{C}{t^2},$$

où p est la force élastique de la vapeur, t la température absolue, A, B, C trois constantes à déter-

miner pour chaque substance. Le logarithme est vulgaire.

La formule inverse pour calculer la température absolue, la pression étant donnée, est

$$t = \frac{1}{\sqrt{\frac{A - \log p}{C} + \frac{B^2}{4\,C^2}} - \frac{B}{2\,C}}.$$

Les constantes ont les valeurs suivantes, les pressions étant en kilogrammes par mètre carré, et les températures en degrés centigrades.[1])

FLUIDE	A	$\log B$	$\log C$	$\frac{B}{2C}$	$\frac{B^2}{4C^2}$
Eau	8,9477	3,1811430	5,0881857	0,0061934	0,000038358
Alcool au-dessus de 0° C.	8,6593	3,0570610	5,2126805	0,0032610	0,000010634
Éther	8,2618	3,0596504	4,7065130	0,011275	0,00012712
Sulfure de Carbone	8,0324	3,0520049	4,7078426	0,011044	0,00012197
Mercure jusqu'à 358° C.	8,6577	3,4675637			
Essence de térébenthine au-dessus de 40° C.	7,3856	2,9625209	5,3712157	0,0019511	0,0000038067
Chloroforme au-dessus de 70° C.	6,9409	2,4007279	5,3919420	0,00051022	0,00000026032

Il existe peu de données expérimentales sur le volume spécifique des vapeurs saturées. Toutefois, pour la vapeur d'eau, on possède depuis peu d'années les valeurs de la densité de la vapeur satu-

1) Philosophical Magazine, 4e ser., v. 8, p. 535.

rée depuis 58° jusqu'à 144° C., grâce aux expériences de MM. W. Fairbairn et T. Tate.[1])

Ces expériences ont montré que le volume spécifique de la vapeur d'eau saturée est constamment inférieur à celui qu'on déduirait du volume spécifique théorique de la vapeur d'eau à 0° C. et sous $0^m,76$ par l'application des lois de Mariotte et de Gay-Lussac. MM. Fairbairn et Tate ont proposé la formule empirique

$$s = 0^{mc},02562 + \frac{17098}{p + 248,67}$$

pour représenter la relation entre le volume spécifique s, exprimé en mètres cubes, et la pression de la vapeur d'eau saturée p, exprimée en kilogrammes par mètre carré.

Les données expérimentales relatives au volume spécifique σ nous font presque complétement défaut. Ce volume pourrait être estimé indépendamment de la pression qui n'a pas d'influence sensible sur lui. Il est d'ailleurs presque négligeable à côté de s, tant que les températures ne sont pas excessivement élevées.

Dans les applications numériques qui regardent l'eau, on peut supposer σ constant, et lui donner la valeur qui correspond à 100° C., c'est-à-dire

$$\sigma = 0^{mc},00104.$$

La Thermodynamique nous fournit un moyen pour déterminer le volume spécifique des vapeurs

1) Phil. Trans. 1860, p. 185.

saturées. De l'équation (5) de l'article 28, on déduit

$$s - \sigma = J \frac{r}{t \frac{dp}{dt}}$$

pour la différence entre le volume d'un kilogr. de vapeur saturée, à la température t et à la pression p, et le volume d'un kilogr. de la substance liquide dont elle provient, à la même température et à la même pression. Il suffit donc d'avoir la valeur de r et de p en fonction de t pour calculer $s - \sigma$.

On trouvera la valeur de

$$\frac{dp}{dt}$$

soit en le calculant, à l'aide de la formule empirique de M. Rankine, donnée ci-dessus, qui exprime p en fonction de t, soit en le prenant dans la table que nous en donnons à la fin de cet ouvrage.

Quant à la valeur de r, les expériences de M. Regnault nous la font connaître pour l'eau et pour plusieurs liquides.[1]) On peut, d'après ce savant, représenter la valeur de r par la formule empirique

$$r = A + B\theta + C\theta^2 + D\theta^3$$

dont il donne les coefficients pour diverses substances. θ est la température au-dessus de la glace fondante.

1) Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut de France t. 21, p. 635; t. 25, p. 761.

La table suivante donne les coefficients trouvés par M. Regnault:

	A	*B*	*C*	*D*
Vapeur d'eau	606,5	— 0,695	— 0,000.02	0,000.000.3
„ de sulfure de carbone	90	— 0,089.22	— 0,000.493.8	0
„ d'éther	94	— 0,079	— 0,000.851.4	0
„ de chloroforme . .	67	— 0,094.85	— 0,000.050.7	0
„ de chlorure de carbone	52	— 0,051.73	— 0,000.262.6	0

Si l'on n'a pas besoin d'une grande précision, on pourra prendre pour l'eau

$$r = 607 - (0{,}708)\,\theta$$

ou bien

$$r = 801 - (0{,}708)\,t,$$

t étant la température absolue.

Les expériences de M. Regnault nous fournissent aussi la quantité qu'on appelle improprement chaleur spécifique des liquides et que nous avons désignée par la lettre C.

Voici les valeurs qui résultent de ces expériences:

Eau	$C = 1 + 0{,}000.04\,\theta + 0{,}000.000.9\,\theta^2$
Sulfure de carbone	$C = 0{,}235.23 + 0{,}000.163\,\theta^2$
Ether	$C = 0{,}529.00 + 0{,}000.592\,\theta^2$
Chloroforme	$C = 0{,}232.35 + 0{,}000.101\,\theta^2$
Chlorure de carbone	$C = 0{,}197.98 + 0{,}000.181\,\theta^2$.

Lorsqu'on n'a pas besoin d'une grande précision, on prendra pour l'eau

$$C = 1{,}013,$$

valeur qui représente la chaleur spécifique à 100° C.

A l'aide de ces formules déduites de l'expérience, on pourra traduire en nombres les équations relatives aux vapeurs saturées qui ont été données dans le Chap. IV. Pour faciliter les calculs relatifs à la vapeur d'eau, qui parfois sont très-longs et exigent des tâtonnements ennuyeux, nous donnons, à la suite de cet ouvrage, des tables numériques où sont réunis les divers éléments de la vapeur d'eau à l'état de saturation.

51. Effets de l'expansion ou de la compression sur les vapeurs saturées. — Lorsqu'un mélange d'eau et de vapeur se dilate sous l'action d'une pression extérieure constamment égale à sa force élastique, sans recevoir ni émettre de la chaleur, il existe entre le volume et la température la relation

$$v = \sigma + \frac{J}{\frac{dp}{dt}}\left(\frac{r_0 x_0}{t_0} + \int_t^{t_0} \frac{C\,dt}{t}\right).$$

Dans le second membre, les deux fonctions

$$\frac{dp}{dt}, \qquad \int_0^t \frac{C\,dt}{t}$$

de la variable t, croissent à mesure que celle-ci croît, comme on peut s'en assurer par les tables qu'on possède de ces fonctions. Il en résulte que le volume varie en sens contraire de la température, et que par suite la détente est toujours

accompagnée d'un abaissement de température, et, au contraire, que la compression est toujours accompagnée d'une élévation de température.

Cela posé, si l'on veut connaître l'effet que produit l'expansion sur les proportions d'eau et de vapeur, il suffira d'examiner les variations que subit la valeur

$$x = \frac{t}{r}\left(\frac{r_0 x_0}{t_0} + \int_t^{t_0} \frac{C\,dt}{t}\right)$$

lorsqu'on y fait varier t. Une variation dt dans la température produit une variation dans la quantité de vapeur, qui sera exprimée par

$$dx = \left\{\frac{r\,x}{t}\,\frac{d}{dt}\left(\frac{t}{r}\right) - \frac{C}{r}\right\} dt.$$

Le signe de la variation sera donné par le signe du binôme

$$\frac{rx}{t}\,\frac{d}{dt}\left(\frac{t}{r}\right) - \frac{C}{r},$$

ou, ce qui revient au même, par le signe du binôme

$$-\,x\,t\,\frac{d}{dt}\left(\frac{r}{t}\right) - C.$$

Si

$$x\,t\,\frac{d}{dt}\left(\frac{r}{t}\right) + C$$

est positif, x croîtra avec le volume; s'il est négatif, x décroîtra pendant que le volume croît. Si

$$x\,t\,\frac{d}{dt}\left(\frac{r}{t}\right) + C = 0$$

x sera un maximum pour la valeur particulière de t qui satisfait à cette équation.

Il est clair que les accroissements de x, c'est-à-dire de la quantité de vapeur contenue dans le mélange, sont accompagnés d'une vaporisation partielle de l'eau du mélange, et que, par contre, les diminutions de x sont accompagnées d'une condensation partielle de la vapeur du mélange. Par conséquent, le signe positif du binôme ci-dessus indique que la détente est accompagnée d'une vaporisation partielle de l'eau, et la compression d'une liquéfaction partielle de la vapeur; le signe négatif indique l'inverse. Enfin lorsque le binôme est nul, la dilatation et la compression produisent toutes les deux une liquéfaction partielle de la vapeur.

Afin d'éclaircir ceci, prenons pour exemple l'eau. Pour ce liquide, on a approximativement

$$C = 1{,}013$$
$$r = 801 - (0{,}708)\,t.$$

On en tire

$$t\frac{d}{dt}\left(\frac{r}{t}\right) = -\frac{801}{t};$$

de sorte que le binôme dont le signe indique si x augmente ou diminue, devient

$$1{,}013 - 801\,\frac{x}{t},$$

ou bien

$$t - (790{,}7)\,x.$$

Ainsi, lorsqu'un mélange d'eau et de vapeur, à

une certaine température, est donné, on peut immédiatement décider comment il se comportera dans la dilatation ou la compression, en examinant le signe de ce binôme.

Supposons, par exemple, qu'un kilogramme du mélange contienne $0^k,5$ de vapeur et $0^k,5$ d'eau liquide à la température de 150° du thermomètre ordinaire, c'est-à-dire à la température absolue de 424°. On aura

$$424 - 790,7 \times 0,5 = 28,65.$$

La dilatation du mélange fera donc vaporiser de l'eau, et, au contraire, la compression fera liquéfier de la vapeur.

Si le mélange contenant $0^k,5$ de vapeur était à la température de 100° C., c'est-à-dire à la température absolue de 374°, on aurait

$$374 - 790,7 \times 0,5 = -21,35;$$

de sorte que la dilatation serait accompagnée de liquéfaction, et la contraction de vaporisation.

Si, enfin, on avait simultanément

$$x = 0^k,5,$$
$$t = 395^o,35,$$

on aurait

$$395,35 - 790,7 \times 0,5 = 0,$$

et alors, la dilatation, et la compression seraient accompagnées de liquéfaction.

Il importe de remarquer que, dans le premier cas où

$$x = 0^k,5,$$
$$t = 424^o,$$

ce n'est qu'au commencement de l'expansion, en partant du volume qui correspond à ces données, qu'il se vaporise de l'eau; en poursuivant l'expansion on arrive à une proportion d'eau et de vapeur telle que l'eau cesse de se vaporiser. En continuant encore au delà la détente, il se précipitera de l'eau. Ce point, où l'inversion a lieu, sera atteint lorsque les valeurs de x et de t satisferont aux deux équations

$$t - (790,7)\,x = 0,$$
$$x = \frac{t}{r}\left(\frac{r_0 x_0}{t_0} + \int_t^{t_0} \frac{C\,dt}{t}\right).$$

Par conséquent la température d'inversion sera donnée par l'équation

$$1 - \frac{790,7}{r}\left(\frac{r_0 x_0}{t_0} + \int_t^{t_0} \frac{C\,dt}{t}\right) = 0$$

où

$$x_0 = 0,5,$$
$$t_0 = 424,$$
$$r = 801 - (0,708)\,t,$$
$$r_0 = 500,8,$$
$$C = 1,013.$$

En réduisant en nombres, il vient

$$\frac{r_0 x_0}{t_0} + C \log t_0 = 6,719;$$

de sorte que l'équation à résoudre deviendra

$$\log t - 0{,}000884\, t - 5{,}633 = 0.$$

La valeur de t qui satisfait à cette équation est en nombres ronds

$$t = 397^{\circ};$$

c'est la température correspondante au maximum de x qui sera

$$x = 0{,}502.$$

On en conclut que, pendant la détente du mélange de $0^{k},5$ de vapeur et de $0^{k},5$ d'eau liquide à la température de 424°, il commence à se vaporiser de l'eau jusqu'à ce que la proportion de la vapeur atteigne la valeur $0^{k},502$, et jusqu'à ce que la température tombe à 397°. L'expansion continuée au delà de ce point sera accompagnée d'une liquéfaction de vapeur, aussi loin qu'elle sera poussée.

De tout ce qui précède, il résulte que, dans la détente d'un mélange d'eau et de vapeur, il se présente deux cas différents: ou la vapeur se précipite pendant toute la durée de la détente; ou de l'eau se vaporise au commencement de la détente, jusqu'à une certaine température correspondante à une quantité de vapeur maximum, au delà de laquelle la vapeur se précipite pendant tout le reste de l'expansion. Dans la compression d'un mélange d'eau et de vapeur: ou la vapeur se précipite pendant toute sa durée; ou il commence à se vaporiser de l'eau, et la quantité de vapeur atteint un maximum pour diminuer ensuite. Ainsi, soit qu'on

dilate, soit que l'on comprime un mélange d'eau et de vapeur, on finira toujours, après un certain temps, par faire condenser de la vapeur.

Le cas particulier où, dans un point de l'expansion ou de la compression, toute l'eau est vaporisée, de manière que la vapeur devienne sèche, mérite une mention spéciale. Dans ce cas, si l'expansion ou la compression ont pour effet une vaporisation ultérieure d'eau, comme il n'en existe plus à l'état liquide, il arrivera que la vapeur cessera d'être à l'état de saturation et passera à l'état de vapeur surchauffée. Dès que ce changement dans l'état de la vapeur aura lieu, les formules employées jusqu'ici ne seront plus applicables au phénomène, car, dans la vapeur surchauffée, la pression devient indépendante de la température.

Il sera bon d'entrer dans quelques détails à cet égard. Concevons dans un vase de capacité variable une certaine quantité de vapeur d'eau à saturation et parfaitement sèche, c'est-à-dire, sans aucun mélange d'eau liquide, et supposons qu'on augmente ou qu'on diminue le volume, sans addition ni soustraction de chaleur, et en exerçant à chaque instant sur les parois du vase une pression égale à la force élastique de la vapeur; que va-t-il arriver?

Nous devons distinguer trois cas: ou la vapeur est à une température inférieure à 790°,7, ou elle est à cette température, ou enfin elle est à une

température plus élevée. Supposons, en premier lieu, qu'elle soit à une température inférieure, par exemple, à 100° C., c'est-à-dire à la température absolue de 374°. Le binôme qui indique le signe de la variation devient, dans ce cas,

$$1 - \frac{790,7}{t},$$

puisque

$$x = 1.$$

Pendant l'expansion, t étant toujours inférieur à 790°,7, ce binôme sera constamment négatif; de sorte que x variera dans le même sens que t ou en sens inverse du volume. L'expansion est donc accompagnée d'une liquéfaction de vapeur aussi longtemps qu'elle durera. Pendant la compression, tant que t demeurera inférieur à 790°,7, x variera dans le même sens que t, ou en sens inverse du volume. La compression doit donc produire, dès le commencement, une vaporisation d'eau. Or cela ne peut avoir lieu, puisque la vapeur est sèche sans aucun mélange d'eau. La vapeur doit donc cesser d'être saturée, dès le commencement de la compression, et doit se surchauffer. A ce point, les lois qui régissent la compression ne peuvent plus être les mêmes pour la vapeur surchauffée que pour la vapeur saturée. La vapeur surchauffée se comportera d'une manière analogue à un gaz, et elle ira se surchauffant à mesure que la compression augmentera, mais non indéfiniment. L'analogie avec les autres cas nous indique que la

surchauffe doit atteindre un maximum et ensuite diminuer jusqu'à ce que la vapeur devienne de nouveau saturée pour se précipiter à la fin.

Supposons maintenant que la vapeur, saturée et sèche, soit à la température de 790°,7. Alors le binôme

$$1 - \frac{790,7}{t}$$

étant négatif pour des valeurs de t plus petites, et positif pour des valeurs de t plus grandes, il s'ensuit que la vapeur se précipitera, soit qu'on la dilate, soit qu'on la comprime, et cela indéfiniment, parce que la quantité initiale de vapeur est un maximum.

Supposons enfin que la température initiale soit supérieure à 790°,7. Le binôme

$$1 - \frac{790,7}{t}$$

étant positif, au commencement la compression sera accompagnée d'une liquéfaction de vapeur et la détente d'un surchauffement qui sera suivi d'une précipitation, et cela jusqu'à l'infini.

Les formules, dont nous nous sommes servis pour exprimer r et C en fonction de t, sont déduites des formules empiriques données par M. Regnault. Or celles-ci n'ont été construites que pour des températures comprises entre 0° et 230° du thermomètre ordinaire; de sorte que l'application que nous en avons faite à des températures beaucoup plus élevées, pourrait laisser dans l'esprit quelques doutes

sur la validité du résultat auquel nous avons été amenés, relativement à l'inversion dans la manière de se comporter de la vapeur saturée et sèche à 790°,7. Heureusement que les précieuses expériences de M. Regnault nous fournissent des vapeurs dont la température d'inversion ne sort pas des limites entre lesquelles les formules ont été construites. Ce savant physicien a trouvé pour le chlorure de carbone entre 0° C. et 160° C.

$$C = 0,198 + 0,00018\ \theta$$
$$r = 5\ 2 - 0,0517\ \theta - 0,000263\ \theta^2$$

θ étant la température ordinaire. En remplaçant θ par

$$t - 274,$$

il vient

$$C = 0,149 + 0,00018\ t,$$
$$r = 46,4 + 0,0924\ t - 0,000263\ t^2.$$

On a donc

$$t \frac{d}{dt}\left(\frac{r}{t}\right) = -\frac{46,4}{t} - 0,000263\ t,$$
$$C + t\frac{d}{dt}\left(\frac{r}{t}\right) = 0,149 - \frac{46,4}{t} - 0,000083\ t.$$

La valeur de t, qui rend nul ce polynôme, est à peu près 400° ou 126° C. Par conséquent, la température d'inversion est à 126° C., c'est-à-dire comprise entre les limites auxquelles s'appliquent les formules d'interpolation de M. Regnault.

La vapeur de chloroforme et la vapeur de benzine conduisent à des résultats analogues. La

température d'inversion, pour chacun de ces corps, ne dépasse pas les températures auxquelles les formules de M. Regnault sont applicables.

D'après tout ce qui précède, on est fondé à croire qu'il existe, pour chaque vapeur, une certaine température critique, au-dessous de laquelle la détente est accompagnée d'une condensation partielle et au-dessus de laquelle la détente est accompagnée d'une surchauffe, l'inverse ayant lieu dans la compression. M. Cazin a, par ses expériences, confirmé l'existence de cette température remarquable.[1]) Il a indiqué la température d'inversion pour le chloroforme comme étant d'environ 125° C.

52. Expansion libre des vapeurs. — Lorsqu'on permet à un mélange composé de x_0 kilogr. de vapeur et de $1 - x_0$ kilogr. du liquide dont elle émane, occupant l'espace v_0, à la température t_0 et à la pression correspondante p_0, de se dilater dans un espace plus grand v, sans addition ni soustraction de chaleur, et sans production de travail mécanique extérieur, on a (37) l'équation

$$J\int_{274}^{t} C\,dt + (v - \sigma)\left(t\frac{dp}{dt} - p\right)$$
$$= J\int_{274}^{t_0} C\,dt + (v_0 - \sigma_0)\left[t_0\left(\frac{dp}{dt}\right)_0 - p_0\right]$$

pour déterminer la température après l'expansion.

1) Comptes rendus de l'Acad. des Sciences de Paris, 2 janvier, 1866.

Si l'on a égard à l'expression (28)

$$v - \sigma = J \frac{rx}{t\frac{dp}{dt}},$$

l'équation précédente prend la forme

$$\int_{274}^{t} C\,dt + rx\left(1 - \frac{p}{t\frac{dp}{dt}}\right) = \int_{274}^{t_0} C\,dt + r_0 x_0\left(1 - \frac{p_0}{t_0\left(\frac{dp}{dt}\right)_0}\right).$$

On déduit de cette équation une conséquence très-remarquable. L'intégrale

$$\int_{274}^{t} C\,dt$$

dont M. Regnault a donné des tables pour les différentes vapeurs, est une quantité qui croît un peu plus vite que la température. Au contraire la quantité

$$r\left(1 - \frac{p}{t\frac{dp}{dt}}\right)$$

dont nous donnons une table relative à l'eau à la fin de cet ouvrage, est une quantité qui décroît avec la température, mais d'une manière beaucoup plus lente que la température elle-même.

Pendant l'expansion, la température du mélange ne peut que baisser; car, bien que le travail extérieur soit nul, le travail intérieur qui n'est point nul dans les vapeurs, fera disparaître une certaine quantité de chaleur. Il s'ensuit que pendant l'expansion le terme

$$\int_{274}^{t} C\,dt$$

diminuera, mais plus rapidement que t, et le terme

$$r\left(1 - \frac{p}{t\frac{dp}{dt}}\right)$$

augmentera, mais très-lentement. Afin que le premier membre de l'équation conserve une valeur constante, il faudra que x aille croissant. Pour s'en assurer, posons

$$r\left(1 - \frac{p}{t\frac{dp}{dt}}\right) = T,$$

T étant une fonction de la seule variable t; on aura

$$\int_{274}^{t} C\,dt + Tx = \text{const.}$$

En différentiant par rapport à t, il vient

$$C + x\frac{dT}{dt} + T\frac{dx}{dt} = 0;$$

d'où l'on tire

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{C + T\frac{dT}{dt}}{T}.$$

On peut s'assurer, à l'aide des tables qu'on possède des divers éléments des vapeurs à l'état de saturation, que $\frac{dT}{dt}$ est négatif et beaucoup plus petit que C. Il s'ensuit que le coefficient différentiel

$\frac{dx}{dt}$ est toujours négatif, c'est-à-dire que la quantité de vapeur x varie en sens contraire de t.

On en conclut que la détente, sans aucun développement de travail mécanique extérieur, est accompagnée d'un accroissement de la quantité de vapeur. Si, à l'origine, la vapeur est sèche ou sans aucun mélange de liquide, elle doit, l'expansion terminée, se trouver spontanément surchauffée.

Il va sans dire que les formules ci-dessus ne s'appliquent plus au delà de ce point. Dès que la vapeur devient surchauffée, il faudra avoir recours aux équations propres aux corps homogènes.

Afin de se rendre bien compte de ce qui se passe dans la détente d'un mélange de vapeur et d'eau liquide, opérée sans production de travail mécanique extérieur, il est bon d'appliquer nos formules à un cas numérique.

53. Exemple numérique. — Un mélange d'eau et de vapeur pesant 1 kilogr. est contenu dans un vase imperméable à la chaleur de la capacité de $0^{mc},360$, à la température de 150^{0} au-dessus de la glace fondante. Ce vase est mis en communication avec un autre vase vide, également imperméable à la chaleur et de la capacité de $0^{mc},640$, dans lequel la vapeur se répand librement. On demande:

1°. Quel sera l'état final du mélange à la suite de cet accroissement de volume, après que tout mouvement aura cessé dans la masse, c'est-à-dire

quelles seront, sous le nouveau volume de 1^{mc}, la température, la pression et la composition de l'ensemble, en vapeur et eu eau liquide.

2°. Quelle doit être l'étendue de l'espace vide, dans lequel on laisse répandre librement la vapeur, pour que tont le kilogramme d'eau soit vaporisé, sans que la vapeur soit surchauffée, et quelle sera alors la température et la pression de ce kilogramme de vapeur à saturation et sèche.

Les données initiales du problème sont

$$t_0 = 150^{\circ} + 274^{\circ} = 424^{\circ},$$
$$p_0 = 48690^{k},$$
$$v_0 = 0^{mc},36,$$
$$\sigma_0 = 0^{mc},00104;$$

les douuées fiuales de la première partie du problème,

$$v = 1^{mc},$$
$$\sigma = 0^{mc},00104.$$

Les tables de la vapeur d'eau saturée nous fournissent

$$\int_{274}^{424} C dt = 151{,}463,$$

$$\left[t_0\left(\frac{dp}{dt}\right)_0 - p_0\right] = 505701.$$

Ainsi l'on aura l'équation

$$(v - \sigma)\left(t\frac{dp}{dt} - p\right) + 425\int_{274}^{t} C dt = 245898$$

pour résoudre la première question.

Il s'agit de trouver la valeur de t qui satisfait à cette équation. On y parviendra à l'aide de quelques tâtonnements. Si l'on fait d'abord

$$t = 114^{\circ} + 274^{\circ} = 388^{\circ}.$$

le premier membre de cette équation devient 244950. Ce résultat étant inférieur au second membre de l'équation à résoudre, la valeur

$$t = 388^{\circ}$$

pèche par défaut.

En essayant

$$t = 115 + 274 = 389,$$

on arrive à la valeur 251192 qui est trop forte. En divisant l'intervalle en parties proportionnelles aux différences, on trouve pour la valeur de la température, après la détente du volume $0^{mc},36$ au volume 1^{mc},

$$t = 274 + 114{,}15 = 388^{\circ}{,}15$$
$$p = 16786^{k}.$$

La composition du mélange en eau liquide et en vapeur est donnée par la formule

$$x = A \frac{t}{r} (v - \sigma) \frac{dp}{dt}.$$

Avant l'expansion on avait

$$v_0 = 0^{mc},360,$$
$$\sigma_0 = 0{,}00104,$$
$$t_0 = 424^{\circ},$$
$$r_0 = 500^{cal.},788,$$
$$t_0 \left(\frac{dp}{dt}\right)_0 = 554391.$$

Avec ces valeurs numériques on trouve

$$x_0 = 0^k,935,$$
$$1 - x_0 = 0,065,$$

c'est-à-dire que le mélange, pesant un kilogramme, était, avant la détente, composé de $0^k,935$ de vapeur et de $0^k,065$ d'eau liquide.

Après l'expansion, la température étant tombée à $388^o,15$, on a d'après les tables

$$t\frac{dp}{dt} = 214063,$$
$$r = 526,459;$$

et comme

$$v = 1^{mc},$$
$$\sigma = 0,00104,$$

on obtiendra

$$x = 0,956,$$
$$1 - x = 0,044,$$

c'est-à-dire que la composition du mélange, après la détente, sera devenue de $0^k,956$ de vapeur et de $0^k,044$ liquide.

On voit que, par l'effet de l'expansion libre, il se vaporise $0^k,021$ d'eau.

Pour résoudre la seconde partie de la question, on doit trouver la température qui rend x égal à 1, c'est-à-dire que l'on doit résoudre l'équation

$$\int_{274}^{t} C\,dt + r\left(1 - \frac{p}{t\frac{dp}{dt}}\right) = 578,58.$$

Si l'on prend

$$t = 13 + 274 = 287^o,$$

le premier membre de l'équation à résoudre se réduit à 578,43, nombre trop petit de 0,15; tandis que pour

$$t = 14 + 274 = 288^{\circ},$$

on trouve 578,65, valeur trop grande de 0,07. En divisant l'intervalle en parties proportionnelles aux différences, on trouve

$$t = 13{,}7 + 274 = 287^{\circ}{,}7$$

qui étant substitué dans la formule

$$v = \sigma + \frac{r}{At\frac{dp}{dt}},$$

donne

$$v = 85^{mc}{,}945.$$

Ainsi, l'espace vide dans lequel on devra laisser se dilater le mélange pesant 1^{k}, pour qu'il passe à l'état de vapeur sèche, saturée et remplissant exactement l'espace total, est égal à

$$85{,}945 - 0{,}36 = 85{,}585,$$

ou à peu près égal à 238 fois le volume primitif. Par l'effet de cette dilatation la température tombe de 150° à 13°,7 au-dessus de la glace fondante.

En résumé, un mélange composé de $0^{k}{,}935$ de vapeur et de $0^{k}{,}065$ d'eau liquide, occupant le volume de $0^{mc}{,}360$ à la température de 150° C., sous la pression correspondante de 48690^{k}, étant donné, si on lui permet de se répandre librement dans un espace de 1^{mc} la température tombera à 114°,15 C., la pression à 16786^{k}, et sa com-

position sera de $0^k,956$ de vapeur et de $0^k,044$ d'eau liquide. Si l'espace dans lequel on permet à la vapeur de se dilater librement est de $85^{mc},945$, toute l'eau sera vaporisée, sans que la vapeur soit surchauffée, la température tombera à 13°,7 C. et la pression à $158^k,8$.

54. Liquides surchauffés. — Nous avons déjà dit (5) que le passage de l'état solide à l'état liquide est accompagné des mêmes phénomènes que la transformation d'un liquide en vapeur.

Si l'on prend, par exemple, de la glace à une température inférieure au point de fusion, et si on la chauffe graduellement, sa température croît jusqu'à ce qu'elle commence à se liquéfier. Dès ce moment, sa température cesse d'augmenter et demeure fixe, tant que la glace n'est pas fondue en entier. Toute la chaleur communiquée est alors convertie en travail intérieur. Aussi longtemps qu'il reste de la glace, l'eau qui en résulte est à l'état de *saturation*. Dans cet état, sa pression et sa densité dépendent uniquement de la température, et le volume du mélange d'eau et de glace est indépendant de la pression et de la température. Mais, à partir du moment où toute la glace est fondue, si l'on continue à chauffer l'eau, sa température s'élève et elle devient *surchauffée*. Dans cet état, la pression devient indépendante de la température, tandis que le volume devient une fonction de ces deux variables.

On ne connaît point la relation qui lie entre elles les variables v, p, t, dans les liquides surchauffés. Mais on peut y suppléer au moyen des coefficients de dilatation et de compressibilité qui peuvent être et ont été déterminés expérimentalement pour un certain nombre de liquides. En effet, les dérivées partielles, qui entrent dans les équations générales de la Thermodynamique, se déduisent de ces coefficients. Si α désigne le coefficient de dilatation sous pression constante, on a

$$\frac{dv}{dt} = \alpha v;$$

et si β désigne le coefficient de compressibilité à température constante, on a

$$\frac{dv}{dp} = -\beta v.$$

Les coefficients α et β varient, en général, avec la température et la pression.

Les physiciens admettent qu'on puisse représenter la dilatation des liquides par la formule parabolique

$$\Delta = a\theta + b\theta^2 + c\theta^3,$$

dans laquelle Δ désigne la dilatation totale à partir de la glace fondante à θ degrés, et a, b, c des constantes à déterminer expérimentalement.

On a, d'après cette formule,

$$v = v_0 (1 + a\theta + b\theta^2 + c\theta^3),$$

$$\frac{dv}{dt} = v_0 (a + 2b\theta + 3c\theta^2);$$

et par suite

$$\alpha = \frac{1}{v}\left(\frac{dv}{dt}\right) = a + 2b\theta + 3c\theta^2,$$

en négligeant la seconde puissance et le produit des constantes a, b, c.

On trouve dans les Traités de physique les valeurs des constantes a, b, c propres aux différents liquides. La dilatation de la plupart des liquides peut être représentée avec les mêmes coefficients pour toutes les températures des expériences; d'autres, au contraire, demandent des coefficients différents, pour les dilatations dans les basses températures, et dans celles qui se rapprochent du point d'ébullition. L'eau est dans ce dernier cas. On a, pour ce liquide, entre 0° et 25° C., les valeurs suivantes:

$$a = -\ 0{,}000061,$$
$$b = +\ 0{,}0000077,$$
$$c = -\ 0{,}000000037.$$

On a regardé longtemps les liquides comme complétement incompressibles, et c'est pour cela qu'on les appelait des *fluides incompressibles*. Aujourd'hui, on est parvenu non-seulement à en constater la compressibilité, mais même à la mesurer. Les expériences les plus récentes sur ce sujet sont celles de M. Grassi[1]) qui a étudié, en suivant la méthode de M. Regnault, la compressibilité de plusieurs liquides, à diverses températures et à

---

1) Annales de Physique et de Chimie 3e série, t. 31, p. 477.

diverses pressions. Nous extrayons de son travail les résultats suivant relatifs à l'eau:

$\beta = 0{,}0000503$ à 0° C.,
$\beta = 0{,}0000456$ à 25° C.,
$\beta = 0{,}0000441$ à 53° C.

Ces coefficients sont rapportées à l'atmosphère prise pour unité de pression.

55. Différences entre les chaleurs spécifiques à pression constante, à volume constant et à pression variable, mais toujours égale à celle qui s'établit pendant le passage d'un état à un autre. — Pour donner un exemple de l'application de ces résultats, nous calculerons la différence des trois chaleurs spécifiques qu'on a à considérer dans les liquides: la chaleur spécifique à pression constante, la chaleur spécifique à volume constant, et la chaleur spécifique lorsque la pression croît avec la température, de manière à être toujours égale à la tension de la vapeur saturée qui se forme. Ce sont les quantités que nous avons désignées par les lettres

$$(Q_p)_t, \qquad (Q_v)_t, \qquad C.$$

La différence des deux chaleurs spécifiques à pression constante et à volume constant est donnée par la formule

$$(Q_p)_t - (Q_v)_t = -At\frac{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2}{\frac{dv}{dp}},$$

qui, eu égard à la valeur des deux coefficients différentiels partiels, devient

$$(Q_p)_t - (Q_v)_t = At\frac{\alpha^2 v}{\beta}.$$

La différence entre la chaleur spécifique, à pression constante, et la chaleur spécifique, à pression variable, de la vapeur saturée correspondante à la température, peut être déterminée de la manière suivante.

La quantité de chaleur à communiquer pour faire croître la température de dt et la pression de dp, est

$$dQ = (Q_p)_t\,dt - At\frac{dv}{dt}\,dp.$$

Lorsque la pression et la température sont assujetties à la condition d'être celles qui conviennent à une vapeur saturée, elles ne sont plus indépendantes, mais fonction l'une de l'autre. On a, dans ce cas,

$$dp = \frac{dp}{dt}\,dt.$$

Alors la quantité de chaleur à communiquer devient

$$dQ = \left[(Q_p)_t - At\frac{dv}{dt}\cdot\frac{dp}{dt}\right]dt.$$

La quantité entre parenthèses exprime la chaleur absorbée par l'unité de poids du liquide pour passer de la température t à la température $t + dt$, en restant continuellement sous la pression qu'a la vapeur saturée. C'est la quantité que nous avons désignée par C. On aura donc

$$C = (Q_p)_t - At\frac{dv}{dt}\cdot\frac{dp}{dt},$$

ou bien

$$(Q_p)_t - C = A\alpha v t\frac{dp}{dt},$$

en faisant attention qu'ici v désigne le volume spécifique du liquide, volume que nous avons désigné ailleurs par la lettre σ.

Appliquons ces formules à l'eau, à la température de la glace fondante. D'après les résultats donnés ci-dessus, on a

$$\alpha = -0,000061,$$
$$\beta = 0,0000503.$$

Le volume spécifique de l'eau à 0° est suivant M. Despretz

$$v = 0^{mc},00100013.$$

En substituant ces nombres, en prenant

$$A = \frac{1}{425},$$

et en multipliant par 10333^k pour réduire la pression à être exprimée en kilogrammes par mètre carré, il vient

$$(Q_p)_t - (Q_v)_t = 0^{cal.},000493.$$

Les tables de M. Regnault donnent l'accroissement de pression correspondant à l'accroissement de température à 0°

$$\frac{dp}{dt} = 4^k,472.$$

Par conséquent, on trouve

$$(Q_p)_t - C = -0^{cal},000000176.$$

Ainsi la différence entre les deux chaleurs spécifiques $(Q_p)_t$ et C est tellement petite qu'il ne vaut pas la peine d'en tenir compte.

56. Liquides saturés. — Pour ce qui regarde les liquides saturés, nous ne possédons point, comme pour la vapeur des liquides, des tables donnant les valeurs correspondantes de p et de t.. Nous ne connaissons pas davantage la chaleur de fusiou r en fonction de t. Tout ce que nous savons c'est que la chaleur de fusion r de la glace fondaute, sous la pression atmosphérique, est 79$^{cal.}$,035 d'après la moyenne des nombres trouvés par MM. Regnault et de la Provostaye.

57. Influence de la pression sur le point de fusion des corps. — Pour montrer un exemple de l'application des formules de la Thermodynamique aux liquides saturés, nous allons étudier l'influence de la pression sur le point de fusion des corps.

Le principe de Carnot, appliqué aux corps coexistant en deux états divers, conduit à l'équation

$$r = At(s - \sigma)\frac{dp}{dt}.$$

On en déduit l'expression

$$dt = \frac{t(s - \sigma)}{Jr}dp,$$

qui permet de calculer la variation qu'un accroissement de pression produit dans la température de l'ébullition ou de la fusion, quand la chaleur r et les densités du corps dans ces deux états sont connues.

Lorsque le volume de la substance à l'état solide excède celui de la même substance à l'état liquide, c'est-à-dire, lorsque la substance se contracte en se liquéfiant, comme c'est le cas pour l'eau, l'antimoine, la fonte, on a

$$s < \sigma,$$

et alors dt varie en sens contraire de dp: de sorte que la température de fusion est abaissée par un accroissement de pression.

Ce résultat, en ce qui concerne l'eau, fut signalé, pour la première fois, par M. James Thomson, comme une conséquence de la théorie de Carnot[1]), et fut ensuite vérifié par M. William Thomson au moyen de l'expérience.

Pour l'eau on a les données suivantes:

Volume de 1 kilogr. d'eau à 274° $s = 0^{mc},00100013$,
Volume de 1 kilogr. de glace à 274° $\sigma = 0,001087$,
Chaleur de fusion à 274° $r = 79^{cal.},035$.

Avec ces données, en prenant pour l'équivalent mécanique de la chaleur

$$J = 425^{km.},$$

on trouve

$$dt = -(0,00000070862)\, dp;$$

c'est-à-dire que le point de fusion est abaissé de

$$0^{o},00000070862$$

pour chaque kilogramme d'accroissement de la pression sur un mètre carré. La pression d'une at-

1) Edinburgh Transactions, vol. XVI.

mosphère étant égale à 10333 kilogr. par mètre carré, on aura, pour l'abaissement du point de fusion, par atmosphère,

$$\frac{dt}{dp} = -\,0^\circ{,}007322.$$

Ainsi, de la glace qui serait soumise à une pression de 100 atmosphères se liquéfierait à une température d'environ 0°,7 au-dessous de celle à laquelle elle se liquéfie sous la pression d'une atmosphère.

Au contraire, dans les substances qui se contractent en se solidifiant, le point de fusion est élevé par un accroissement de pression. C'est ce qui a été confirmé par les expériences de M. Bunsen sur la paraffine et le blanc de baleine, et par celles de M. Hopkins sur la cire, la stéarine et le soufre.

58. Des solides. — On ne connaît pas la relation qui lie les trois variables v, p, t, dans les corps solides. Mais, de même que pour les liquides, on peut y suppléer par la connaissance des derivées partielles du volume.

La derivée partielle

$$\frac{dv}{dt}$$

se déduit immédiatement du coefficient de dilatation cubique par la chaleur sous pression constante. Appelant α ce coefficient, on a

$$\frac{dv}{dt} = \alpha v.$$

Ordinairement on donne la dilatation linéaire au

lieu de la dilatation cubique. On déduit facilement l'une de l'autre, au moins pour les corps dont toutes les dimensions s'accroissent par la chaleur simultanément dans le même rapport. Si l'on désigne par k la dilatation de l'unité de longueur pour 1° de température, l'augmentation du volume correspondante à dt sera exprimée par

$$dv = v(1 + k\,dt)^3 - v$$

ou par

$$dv = 3kv\,dt,$$

en négligeant les infiniments petits d'un ordre supérieur au premier. On aura donc

$$\frac{1}{v}\frac{dv}{dt} = 3k = \alpha.$$

L'autre dérivée partielle

$$\frac{dv}{dp} = -\beta v$$

n'a point été déterminée jusqu'ici par des expériences directes pour les solides. Mais on peut la déduire des nombreuses expériences qu'on possède sur l'allongement de tiges prismatiques tirées dans le sens de la longueur.

On sait que, pour des charges moindres que celles qui altéreraient l'élasticité, l'allongement d'une tige prismatique, par unité de longueur, varie proportionnellement à la charge, et qu'on a, en désignant par l la longueur sous une charge p, par unité superficielle de la section de la tige, et par δl l'allongement produit par un accroissement δp de la charge,

$$\frac{\delta l}{\delta p} = \frac{l}{E},$$

E étant une constante qu'on appelle *coefficient d'élasticité,* et dont l'inverse

$$\frac{1}{E}$$

est le coefficient de dilatabilité ou de compressibilité, c'est-à-dire, l'allongement ou le raccourcissement de la tige par unité de longueur, correspondant à chaque kilogramme d'accroissement de charge, par unité superficielle de la section de la tige.

Or, M. Wertheim a trouvé, en s'appuyant sur les calculs de Cauchy, que la variation de longueur produite par un effort qui se fait sentir également sur tous les points, dans la direction normale, n'est que le tiers de celle qui se produit quand l'effort ne s'exerce qu'aux extrémités.

Il en résulte que, si λ est la diminution de longueur d'une barre de 1^m de longueur quand elle est soumise, à ses extrémités seulement, à une pression donnée, cette diminution ne sera plus que

$$\frac{\lambda}{3},$$

si cette pression se fait sentir sur tous les points de la surface.

La variation de volume, dans ce dernier cas, sera sensiblement égale à λ; car, si l'on désigne par V le volume du corps avant la compression, par V' son volume après, on aura

$$\frac{V'}{V} = \left(1 - \frac{\lambda}{3}\right)^3;$$

d'où l'on déduit

$$\frac{V - V'}{V} = \lambda,$$

en négligeant λ^2 et λ^3 vis-à-vis de λ. La diminution de volume est donc égale à λ.

Il en résulte que la variation de volume d'un corps, pressé également par tous les points de sa surface, est égale à la variation de l'unité de longueur d'une barre pressée seulement dans un sens.

D'après cela, on aura

$$\beta = \frac{1}{E},$$

E désignant le coefficient d'élasticité qu'on détermine en observant l'allongement ou le raccourcissement d'une tige prismatique tirée ou comprimée dans le sens de la longueur, et dont la valeur est connue pour un grand nombre de corps solides.

On a ainsi tous les éléments nécessaires pour résoudre les diverses questions de Thermodynamique relatives aux corps solides. Toutefois la détermination du coefficient de compressibilité repose sur des hypothèses trop incertaines pour qu'on puisse en accepter la valeur avec une entière confiance.

59. Effets thermiques produits par une traction ou une compression exercée dans un seul sens. — Nous allons nous occuper d'un genre de phénomènes dans les corps solides, qui exigent d'être traités à part: ce sont les effets thermiques

produits par une traction ou une compression exercée dans un sens déterminé.

Ordinairement on assimile le cas de la traction d'une verge, dans le sens de la longueur, au cas d'une diminution de pression sur toute la surface d'un corps, et l'on calcule la variation de température par la même formule, en remplaçant seulement le coefficient de dilatation cubique par le coefficient de dilatation linéaire. Il est facile de se convaincre de l'inexactitude de cette assimilation. En effet, lorsqu'on tire une verge, on exerce sur elle un travail mécanique qui se transforme, dans la verge, en chaleur et en travail intérieur; au lieu que quaud on permet à un corps de se dilater en diminuant la pression sur toute sa surface, c'est le corps lui-même qui développe un travail, et cela aux dépens d'une quantité de chaleur équivalente qui ne peut venir que de lui.

Il semblerait, au premier abord, que la traction doit produire une élévation de température, attendu qu'il y a disparition de travail mécanique et que l'équivalent de celui-ci doit passer dans la tige et se manifester par une élévation de température; mais, si l'on réfléchit que la tige en s'allongeant dépense une certaine quautité de travail mécanique moléculaire qui doit faire disparaître une partie de la chaleur produite, on restera incertain sur le sens des effets thermiques produits. Il n'y a qu'une analyse plus profonde du phénomène qui puisse nous éclairer là-dessus.

Considérons une tige prismatique ou cylindrique suspendue verticalement à un point fixe, et sollicitée à son extrémité inférieure par une force verticale. La tige étant protégée contre toute perte ou gain de chaleur, supposons qu'on augmente la force exercée à son extrémité inférieure; on demande la variation de température correspondante.

On peut considérer l'état de la tige comme défini par les trois quantités l, p, t; l étant la longueur de l'unité de poids de la tige, p la force exercée sur l'unité de surface de sa base, t la température.

Si l'on suppose la pression supportée par la surface latérale de la tige égale à zéro, ou si l'on néglige le faible travail qu'elle produit pendant les variations de longueur de la tige, on pourra déterminer les lois des phénomènes d'élasticité de compression ou de traction en répétant les mêmes raisonnements employés jusqu'ici; pourvu qu'on ait soin de remplacer la pression sur toute la surface par la pression sur la base de la tige, et de remplacer le volume v de l'unité de poids du corps par la longueur l de l'unité de poids de la tige.

On arrive ainsi à la même équation pour représenter l'accroissement de température dt correspondant à un accroissement de compression dp opérée dans le sens de la longueur, savoir:

$$dt = \frac{At}{(Q_p)_t} \left(\frac{dl}{dt}\right) dp,$$

où

$$\left(\frac{dl}{dt}\right)$$

représente la dilatation linéaire de l'unité de poids de la tige, dans le sens de la longueur, produite par la chaleur; et

$$(Q_p)_t \, dt$$

la chaleur qu'on doit communiquer à la tige, sous une pression longitudinale constante, pour en élever la température de dt.

Selon que le coefficient différentiel partiel

$$\left(\frac{dl}{dt}\right)$$

est de signe positif ou négatif, c'est-à-dire, selon que la tige s'allonge ou se raccourcit, les variations simultanées de dp et de dt sont de même signe ou de signe contraire, c'est-à-dire qu'une augmentation ou une diminution de pression est accompagnée d'une élévation ou d'un abaissement de température.

Par exemple, un fil de fer, attaché à un point fixe et chargé d'un poids à l'autre extrémité, s'allongeant par une élévation de température, doit se refroidir si l'on en augmente brusquement la tension. Au contraire, une bande de caoutchouc, tendue par un poids, se contractant quand la température s'élève, doit s'échauffer si l'on en augmente brusquement la traction. C'est ce que vérifie complétement l'expérience.

On a cru pendant quelque temps que le caoutchouc se contractait par l'élévation de température,

de même que l'eau, entre les températures de la glace fondante et du maximum de densité; mais l'expérience a prouvé que c'était le contraire qui avait lieu. M. Joule a constaté que la densité du caoutchouc vulcanisé diminue à mesure que la température s'élève; la diminution est même assez rapide, parce que la valeur du coefficient de dilatation 0,000526 est très-considérable et supérieure à celles que presque tous les corps connus pourraient présenter. Mais une tige de caoutchouc vulcanisé, tendue par un poids, se contracte quand la température s'élève. Le même fragment de caoutchouc vulcanisé, qui présentait à la pression atmosphérique le coefficient de dilatation 0,000526, se contractait de $\frac{1}{628}$ de sa longueur par une élévation de température de 1 degré, lorsqu'il était tendu par un poids de 20^k appliqué à une section de 2,3 centimètres carrés.[1])

On voit par là que pour calculer les effets thermiques produits par la traction, on ne doit point se contenter d'employer le coefficient de dilatation linéaire tel qu'on le détermine ordinairement; mais

---

1) M. le Prof. Govi, qui a publié des recherches intéressantes sur les propriétés du caoutchouc, attribue le réchauffement de ce corps par la traction à ce que le caoutchouc n'est qu'une sorte d'écume figée, contenant d'innombrables vésicules remplies de gaz. Les phénomènes curieux qu'il présente ne seraient alors que le résultat de la compression ou de la dilatation des gaz renfermés dans les cellules, au lieu de correspondre à un travail intérieur ayant son siége dans la matière même du caoutchouc.

qu'il faut, par une série d'expériences préliminaires, déterminer la relation qui existe entre le coefficient de dilatation linéaire et le poids qui tend la tige sur laquelle on opère. Faute de cette précaution, on peut être induit en erreur.

M. Edlund a publié des recherches très-intéressantes sur le dégagement ou l'absorption de chaleur qui accompagne la contraction ou l'allongement d'un fil métallique.[1]) En appliquant aux résultats obtenus la formule que nous avons donnée ci-dessus, il a trouvé qu'elle ne peut les représenter qu'à la condition de donner à l'équivalent mécanique de la chaleur une valeur 1,6 fois plus grande que celle qu'on emploie ordinairement; et il pense que ce changement de la valeur de l'équivalent provient de ce que dans la formule on ne tient point compte d'une manière convenable du travail intérieur.

D'après cela, cette formule, qui a été donnée pour la première fois par M. W. Thomson, ne saurait plus être considérée que comme une formule empirique dont la constante devrait être déterminée par l'expérience dans chaque corps.

Nous croyons que cette formule n'est point entachée du défaut que lui reproche M. Edlund, et que le désaccord provient de ce qu'il a employé le coefficient de dilatation linéaire déterminé dans les circonstances ordinaires, au lieu d'employer le coef-

---

1) Ann. de Chim. et de Phys., 3e série, t. LXIV, p. 245, et 4e série, t. VIII, p. 257.

ficient de dilatation propre au cas où le fil est tendu par un poids. La différence entre les deux coefficients est assez grande pour expliquer les divergences trouvées entre les nombres fournis par l'expérience et ceux que donne la théorie, lorsqu'on emploie le dernier coefficient à la place du premier.[1]

Jusqu'à présent, aucun physicien ne s'est occupé de la recherche de la dilatation linéaire par la chaleur des tiges solides comprimées ou tendues dans le sens longitudinal. C'est une lacune à combler.

---

1) Voir pour plus de détails un mémoire que j'ai publié sur ce sujet dans les *Atti dell' accademia delle Scienze di Torino, vol. 3, p. 201* et dans les *Ann. de Chim.* et *de Phys, 1868.*

Chapitre VI.

Théorie de l'écoulement des fluides.

60. Formule générale pour l'écoulement d'un fluide quelconque. — Les principes de la Thermodynamique que nous venons d'exposer s'appliquent à plusieurs questions qui ne pouvaient auparavant être traitées que d'une manière imparfaite et assez peu rationnelle; parmi ces questions nous allons nous occuper plus spécialement de celles qui se rapportent à l'écoulement des fluides, au mouvement des projectiles dans les armes à feu, et aux effets des moteurs thermiques.

Il y a longtemps que la formule relative à l'écoulement des gaz a été donnée. On la trouve déjà dans un Mémoire présenté en 1856 par MM. Joule et Thomson à la Société Royale de Londres.[1]) Mais c'est à M. le Dr. Gustave Zeuner[2]) que revient le mérite d'avoir appliqué le premier la

1) V. Phil. Mag., v. XIII, 4e série, p. 286.

2) Zeuner (Gustave Antoine), né en 1828 à Chemnitz (Saxe), Professeur à Zurich.

Thermodynamique à l'écoulement des vapeurs et des liquides à une température élevée.[1])

Soit un réservoir, contenant un fluide, liquide ou aériforme, sous une pression constante p_0 qui sera réglée, si l'on veut, par une colonne liquide d'une hauteur constante. Le fluide s'écoule par un orifice dans un milieu extérieur où la pression également invariable est égale à p. Il s'agit de trouver la vitesse d'écoulement du fluide au point de la veine où la pression est p, quand le mouvement est devenu permanent, c'est-à-dire, quand le mouvement du fluide est tel que, pour chaque point de l'espace dans lequel le fluide se meut, les volumes spécifiques, les pressions et les vitesses ne varient pas d'un instant à l'autre.

Considérons la tranche infiniment mince de fluide qui traverse l'orifice pendant un temps infiniment petit et remontons, par la pensée, à toutes les positions successives que ce poids π de fluide a occupées antérieurement, nous verrons que ces positions ne se pénètrent pas, mais qu'elles sont contiguës les unes aux autres; nous verrons, de plus, que l'ensemble de ces positions successives de la quantité infiniment petite du fluide que nous considérons, forme une masse fluide totale complétement identique avec le fluide qui existe, à un instant donné, dans la portion du réservoir à laquelle correspondent ces diverses positions successives. Le

1) *Das Locomotivenblasrohr*, Zurich, 1863.

fluide renfermé dans le réservoir se trouve, par là, divisé en une infinité de parties infiniment petites, de même poids, dont chacune vient prendre la place de celle qui est immédiatement à côté d'elle, pendant un temps infiniment court.

Or, si nous considérons une de ces portions infiniment petites du fluide, située assez loin de l'orifice pour que, dans tous ses points, elle soit soumise à la pression p_0, et la portion infiniment petite du fluide qui traverse l'orifice, on pourra leur appliquer la formule (I) générale de la Thermodynamique, et écrire

$$\pi J \Delta Q = \pi \Delta U + \pi \Delta W + \frac{1}{2} \pi \Delta V,$$

où π désigne le poids de la tranche infiniment mince qui se transporte du réservoir au dehors; ΔQ la chaleur que chaque kilogramme du fluide reçoit de l'extérieur, pendant le passage de l'état initial à l'état final; ΔU la variation correspondante de l'énergie interne; ΔW le travail extérieur développé; ΔV l'accroissement de la force vive.

Si l'on multiplie cette équation par le nombre des portions dont se compose un kilogramme de fluide, on aura, pour un kilogramme de fluide, passant de la pression p_0 à la pression p, l'équation

$$J \Delta Q = \Delta U + \Delta W + \frac{1}{2} \Delta V.$$

Le fluide en sortant, sous le volume final v, doit surmonter la pression p du milieu ambiant, ce qui donne lieu à un travail égal à pv. D'un

autre côté, la colonne-liquide qui maintient la pression constante dans le réservoir, pendant l'écoulement, est descendue de manière à envahir l'espace abandonné par le volume v_0 du fluide sous la pression p_0 qui s'est écoulé; de là, un travail exprimé par $p_0 v_0$. Le travail développé pendant le changement d'état est donc

$$\Delta W = pv - p_0 v_0,$$

lorsqu'il n'y a point d'autres forces extérieures.

Si l'on désigne par u la vitesse de sortie, la force vive du fluide sorti, dont le poids est égal à 1^k, et dont la masse, par conséquent, est exprimée par

$$\frac{1}{g},$$

sera égale à

$$\frac{u^2}{g},$$

g désignant la gravité.

Comme le fluide était primitivement à l'état de repos, on aura

$$\Delta V = \frac{u^2}{g}.$$

Cela posé, la formule générale précédente deviendra

$$\frac{u^2}{2g} = p_0 v_0 - pv + J\Delta Q - \Delta U,$$

d'où l'on déduira la vitesse u d'écoulement, dans la section où la pression du fluide sera devenue égale à la pression extérieure p.

Si le fluide, dans son trajet du réservoir à

l'orifice, s'élève ou s'abaisse d'une hauteur verticale h assez considérable pour qu'on doive tenir compte de l'action de la gravité, il faudra introduire, dans la formule générale, le travail moteur ou résistant dû à cette action pour une unité du poids du fluide, et la formule ainsi complétée devient

$$\frac{u^2}{2g} = p_0 v_0 - pv + J\Delta Q - \Delta U \pm h,$$

le signe $+$ ou le signe $-$ devant être pris, suivant que le fluide s'est abaissé ou élevé en passant du réservoir à l'orifice d'écoulement.

Telle est la formule générale qui donne la vitesse de la veine fluide dans la section où la pression est devenue égale à celle du milieu extérieur.

Dans cette formule, la variation ΔU de l'énergie intérieure ne dépend que de l'état initial et de l'état final du fluide, de sorte qu'elle est parfaitement déterminée par les valeurs de p et de t aux limites. Au contraire, la quantité ΔQ de chaleur reçue du dehors, pendant le changement d'état, n'est pas déterminée par les deux états extrêmes, et peut varier d'une infinité de manières. Il s'ensuit que la vitesse u d'écoulement ne dépend pas seulement des pressions p_0 et p et des températures correspondantes t_0 et t, mais encore de la manière suivant laquelle la chaleur est conduite du dehors pendant la transition.

Nous allons examiner séparément trois cas: celui où la chaleur amenée du dehors est nulle; celui où cette chaleur est telle que la température

du fluide, dans le trajet qu'il parcourt jusqu'à l'orifice d'écoulement, reste invariable; enfin celui où la chaleur transmise est telle que le volume du fluide demeure invariable.

61. Cas où le fluide ne reçoit ni n'émet aucune chaleur. Application aux gaz et aux vapeurs. — Lorsque la chaleur reçue de l'extérieur est nulle, c'est-à-dire lorsqu'on a

$$\Delta Q = 0,$$

l'équation pour déterminer l'écoulement devient

$$\frac{u^2}{2g} = p_0 v_0 - pv - \Delta U,$$

si

$$h = 0.$$

La variation ΔU de l'énergie interne est, pour un corps quelconque, une fonction des variables p et t aux deux limites. Toutes les fois que la nature de cette fonction nous sera connue, comme elle l'est pour les gaz permanents et les vapeurs saturées, nous pourrons, étant données les pressions initiale et finale p_0 et p, et les températures correspondantes t_0, t, déterminer la vitesse d'écoulement u.

En commençant par les gaz parfaits, on a pour ces corps (44)

$$\Delta U = Jc\,(t - t_0),$$

c étant la capacité calorifique absolue qui se confond ici avec la chaleur spécifique à volume constant; t_0 et t les températures correspondantes aux pressions p_0 et p. Par conséquent, on aura

$$\frac{u^2}{2g} = p_0 v_0 - pv + Jc\,(t_0 - t).$$

En ayant égard à ce que

$$p_0 v_0 = R t_0,$$
$$pv = Rt,$$
$$R + Jc = Jk,$$

k étant la chaleur spécifique à pression constante, il vient l'expression

$$\frac{u^2}{2g} = Jk\,(t_0 - t),$$

pour déterminer la vitesse d'écoulement.

La température t_0 peut être facilement mesurée dans le réservoir, aussi bien que la pression p_0. Quant à la température t au point où la pression devient égale à p, on ne peut la calculer que si l'on connaît la loi suivant laquelle la pression du fluide varie avec la température à mesure que l'on approche de l'orifice.

Lorsque le fluide ne rencontre aucun frottement, aucune résistance passive, dans le trajet du réservoir à l'orifice, il est assez naturel de supposer que la pression varie avec la température de la même manière que lorsque le gaz se dilate, sans addition ni soustraction de chaleur, en surmontant une pression constamment égale à sa force élastique. Dans ce cas, on a (42)

$$\frac{t}{t_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}},$$

où γ désigne le rapport des deux chaleurs spécifi-

ques à pression constante et à volume constant. De la sorte, on obtient

$$\frac{u^2}{2g} = Jkt_0\left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]$$

ou, si l'on veut,

$$\frac{u^2}{2g} = \frac{\gamma\, p_0 v_0}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right].$$

Mais si le gaz, dans son trajet du réservoir à l'orifice rencontre des frottements, des résistances passives, il y aura production de chaleur par suite de ces résistances. Si les parois du vase sont imperméables à la chaleur, comme on le suppose ici, cette chaleur produite sera prise par le gaz qui s'écoulera à une température plus élevée que si les résistances n'existaient pas.

Il importe de remarquer que la formule

$$\frac{u^2}{2g} = Jk\,(t_0 - t),$$

qui donne la vitesse d'écoulement, subsiste dans tous les cas, quelles que soient la forme de l'orifice ou ajutage, la longueur du tuyau qui le précède et les autres causes qui peuvent occasionner des résistances au mouvement; mais la température finale t dépend de ces circonstances, et n'est plus donnée par la relation

$$\frac{t}{t_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

Ces circonstances influeront à la fois sur la vitesse

u et la température t, lesquelles varieront en sens inverse.

On s'explique de cette manière comment agissent sur la dépense les obstacles rencontrés par une veine fluide, dans le trajet du réservoir à l'orifice. Chacune des résistances produit une diminution de la force vive de la veine fluide; mais elle produit en même temps une augmentation de la température, ou, plus généralement, une augmentation de l'énergie intérieure du fluide.

En définitive toutes ces résistances, telles que frottements des parois du tuyau de conduite, étranglements, renflements, coudes, etc. ne produisent, dans l'écoulement d'un fluide, aucune perte d'énergie, car ce qu'elles font perdre à la force vive, elles le font gagner à l'énergie interne du fluide.

Mais revenons à l'écoulement des gaz parfaits. Quand le rapport

$$\frac{p}{p_0}$$

diminue, la vitesse u augmente, mais sans pouvoir dépasser la limite

$$u = \sqrt{2g\,\frac{\gamma p_0 v_0}{\gamma - 1}}.$$

Si l'on désigne par Ω l'aire de la section de la veine fluide, au point où la pression est devenue égale à p, le volume du fluide sorti dans l'unité de temps sera exprimé par Ωu. Le volume du même poids de gaz à la pression et à la température interne du réservoir sera

$$\frac{t_0}{t}\cdot\frac{p}{p_0}\,\Omega u,$$

ou bien

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\Omega u.$$

Ainsi le volume du gaz débité dans l'unité de temps à la pression et à la température interne du réservoir, sera exprimé par

$$\Omega\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\sqrt{2g\,\frac{\gamma p_0 v_0}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}.$$

Ce volume ne croît pas continuellement à mesure que diminue

$$\frac{p}{p_0},$$

mais il atteint un maximum pour la valeur

$$\frac{p}{p_0}=\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}},$$

qui correspond à une vitesse d'écoulement exprimée par

$$u=\sqrt{2g\,\frac{\gamma p_0 v_0}{\gamma+1}}.$$

Passons maintenant aux vapeurs saturées. On a pour celles-ci (30)

$$\Delta U = J\int_{t_0}^{t} C\,dt + Jrx - Jr_0x_0 - p\,(v-\sigma)$$

$$+\,p_0\,(v_0-\sigma_0) - \int_{t_0}^{t} p\,\frac{d\sigma}{dt}\,dt.$$

En substituant cette valeur dans l'équation générale de l'écoulement, on obtient, dans le cas de

$$\Delta Q = 0,$$

$$\frac{u^2}{2g} = J\int_t^{t_0} C\,dt + J(r_0 x_0 - r x) + p_0\sigma_0 - p\sigma$$
$$- \int_t^{t_0} p\,\frac{d\sigma}{dt}\,dt.$$

Or nous avons (35), pour un mélange d'eau et de vapeur qui se dilate, sans recevoir ni émettre aucune chaleur, la relation

$$r x = \frac{t}{t_0}\,r_0 x_0 + t\int_t^{t_0} \frac{C\,dt}{t}.$$

En substituant cette valeur, il vient

$$\frac{u^2}{2g} = \frac{J r_0 x_0}{t_0}\,(t_0 - t) - J t\int_t^{t_0} \frac{C\,dt}{t}$$
$$+ J\int_t^{t_0} C\,dt + p_0\sigma_0 - p\sigma - \int_t^{t_0} p\,\frac{d\sigma}{dt}\,dt.$$

Les quantités C, σ étant des fonctions de t, cette formule ne contiendra d'autre inconnue que t. La pression du milieu dans lequel s'écoule la vapeur humide étant donnée, la température t de la vapeur saturée sous cette pression pourra être calculée par les formules empiriques connues ou par les tables qu'on possède.

La composition, en vapeur et en eau liquide,

du fluide qui traverse l'orifice d'écoulement, est fournie par l'équation

$$x = \frac{t}{r}\left(\frac{r_0 x_0}{t_0} + \int_t^{t_0} \frac{C\,dt}{t}\right),$$

où t et r sont connues, quand p est donnée, au moyen des formules empiriques de M. Regnault ou des tables.

Le volume spécifique du mélange d'eau et de vapeur, au moment où il traverse le plan de l'orifice d'écoulement, est donné par l'expression

$$v = \sigma + \frac{Jrx}{t\frac{dp}{dt}}.$$

Si l'on désigne par Ω l'aire de la section de la veine fluide au point où la pression est devenue égale à p, le volume du fluide, mélange d'eau liquide et de vapeur, sorti dans l'unité de temps, sera exprimé par Ωu et son poids par

$$\frac{\Omega u}{v}.$$

Les équations précédentes sont applicables à l'écoulement de la vapeur sortant d'une chaudière remplie seulement en partie d'eau, et dont le reste est occupé par la vapeur maintenue à une pression constante par l'action du foyer. Elles s'appliquent aussi à l'écoulement du liquide par un orifice pratiqué en un point de la paroi de la chaudière situé au-dessous du niveau de l'eau.

Dans ce dernièr cas, on aura

$$x_0 = 0:$$

de sorte que la demi-force vive d'un kilogramme du mélange d'eau et de vapeur à l'orifice sera

$$\frac{u^2}{2g} = J\int_t^{t_0} C\,dt - Jt\int_t^{t_0} \frac{C\,dt}{t} + p_0\sigma_0 - p\sigma$$

$$- \int_t^{t_0} p\frac{d\sigma}{dt}\,dt,$$

et la proportion pondérale x de vapeur contenue dans un kilogramme du mélange d'eau et de vapeur, sera

$$x = \frac{t}{r}\int_t^{t_0} \frac{C\,dt}{t}.$$

Le volume spécifique σ de l'eau liquide et la quantité C, nommée ordinairement chaleur spécifique de l'eau liquide, varient assez peu, pour les températures qui ont lieu dans les chaudières: on pourra donc les considérer comme des quantités constantes, en leur attribuant des valeurs moyennes entre celles qui conviennent aux températures extrêmes t_0 et t. En opérant de la sorte, on obtiendra

$$p_0\sigma_0 - p\sigma = \frac{\sigma_0 + \sigma}{2}(p_0 - p),$$

$$\int_t^{t_0} p\frac{d\sigma}{dt}\,dt = 0,$$

$$\int_{t}^{t_0} C dt = \frac{C_0 + C}{2} (t_0 - t),$$

$$\int_{t}^{t_0} \frac{C dt}{t} = \frac{C_0 + C}{2} \log \frac{t_0}{t}.$$

62. Exemple numérique. Remarque sur les effets produits par un jet de vapeur sortant d'une chaudière à haute pression. — Pour donner une application numérique des formules précédentes, supposons qu'une chaudière remplie en partie d'eau, et dont le reste est occupé par de la vapeur maintenue, par l'action du foyer, à la température constante de 150° C., soit mise, au moyen d'un orifice ouvert dans sa paroi, en communication avec l'atmosphère, dont la pression reste constamment égale à celle qui correspond à 100° C. On demande quelle sera la vitesse d'écoulement et la composition, en vapeur et en eau liquide, du jet sortant de la chaudière, au moment où il arrive à la pression extérieure, 1° Dans le cas où l'orifice est situé au-dessous du niveau de l'eau; 2° Dans le cas où l'orifice est situé au-dessus du même niveau.

Les données sont ici

$$t_0 = 150 + 274 = 424^{\circ},$$
$$t = 100 + 274 = 374^{\circ},$$
$$p_0 = 48690^{k},$$
$$p = 10333^{k}.$$

De plus, on doit faire

$$x_0 = 0,$$

dans le cas où l'écoulement a lieu par l'orifice inférieur; et

$$x_0 = 1,$$

dans le cas où l'écoulement a lieu par l'orifice supérieur.

Au moyen des tables que nous donnons à la fin de l'ouvrage, on trouve

$$r_0 = 500^{cal.},788,$$

$$\int_t^{t_0} C dt = 50,963,$$

$$\int_t^{t_0} \frac{C dt}{t} = 0,12788.$$

Avec ces valeurs, en prenant

$$J = 425^{km},$$

$$\frac{\sigma_0 + \sigma}{2} = 0^{mc},00104,$$

on obtient

1372,6 kilogrammètres

pour la demi-force vive avec laquelle s'écoulera 1^k d'eau par l'orifice au-dessous du niveau de l'eau; et

26471,1 kilogrammètres

pour la demi-force vive avec laquelle s'écoulera 1^k de vapeur par l'orifice au-dessus du niveau de l'eau.

De sorte que la vitesse d'écoulement par un orifice au-dessous du niveau de l'eau sera de

$164^m,0$

et par un orifice au-dessus du niveau de l'eau, de

$$720^{m},5$$

en supposant $g = 9^{m},80604$ (selon Bessel, à 45° de lat.).

On voit que la vitesse du jet sortant de la partie de la chaudière occupée par l'eau n'arrive pas au quart de la vitesse du jet sortant de la partie occupée par la vapeur.

Il nous faut trouver maintenant la composition du jet sortant de la chaudière.

Pour le cas de l'orifice au-dessous du niveau de l'eau, on a

$$x = \frac{t}{r} \int_{t}^{t_0} \frac{C\,dt}{t}.$$

On trouve dans la table

$$r = 536^{cal.},5;$$

il viendra donc

$$x = 0^{k},089,$$

c'est-à-dire que le jet sortant de la chaudière, au moment où il arrive à la pression extérieure, est un mélange composé de $0^{k},089$ de vapeur et de $0^{k},911$ d'eau liquide.

Dans le cas de l'orifice au-dessus du niveau de l'eau, on a

$$x = \frac{t}{r}\left(\frac{r_0}{t_0} + \int_{t}^{t_0} \frac{C\,dt}{t}\right).$$

En substituant les valeurs numériques précédemment déterminées, il vient

$$x = 0^k{,}9125.$$

Le jet sortant de la chaudière est donc composé de $0^k{,}9125$ de vapeur et de 0,0875 d'eau liquide.

C'est un fait connu depuis longtemps qu'on peut mettre sans danger la main dans le jet de vapeur sortant d'une chaudière à haute pression. Il faut pour cela que la vapeur soit sèche et n'entraîne pas avec elle de gouttelettes liquides: car un jet de vapeur sèche n'échauffe pas plus la main qu'un courant de gaz chaud, et l'on peut, sans inconvénient, plonger la main dans un courant d'air à 100° ou 150° C., tandis que des gouttelettes liquides à pareille température brûleraient énergiquement. Cela paraît en contradiction avec le résultat précédent, où nous voyons que sur 1^k de vapeur à 150°, il s'en condense $0^k{,}0875$ en sortant de la chaudière et en entrant dans l'atmosphère. Mais on doit remarquer que le jet de vapeur humide s'élargit rapidement au delà de la section contractée et que, par conséquent, en vertu du principe d'égal débit, la vitesse diminue de même rapidement à partir de cette section. L'extinction graduelle de la force vive, due à cette vitesse, amène une production de chaleur équivalente qui détermine la vaporisation des particules aqueuses, si bien qu'à une petite distance de la section contractée, on n'a plus qu'un jet élargi de vapeur parfaitement sèche et transparente, à laquelle on peut exposer la main sans être brûlé.

Il arrive ici à peu près la même chose que quand on laisse se répandre de la vapeur d'un vase dans un autre où la pression est moindre. Au commencement il y a liquéfaction d'une partie de la vapeur, par suite de la soustraction de la chaleur qui se transforme dans la force vive des molécules de la vapeur; mais à mesure que cette force vive s'éteint, tant par le frottement réciproque des molécules que par leur choc contre les parois du vase, la chaleur qui avait disparu reparaît et la vapeur finit par devenir surchauffée quand tout est réduit au repos, comme nous l'avons fait voir plus haut (52).

On expliquait autrefois ce phénomène en admettant que la dilatation de la vapeur donne lieu à l'absorption d'une grande quantité de calorique, lequel devenant subitement latent, produit aussitôt un abaissement notable de température dans la vapeur.

Si l'on fait attention que la vapeur ne brûle la main que lorsqu'elle est mêlée de gouttelettes d'eau liquide, et ne produit au contraire sur la main, quand elle est surchauffée, que la sensation de douce chaleur que l'on éprouverait avec un gaz sec et chaud, on se convaincra que ce n'est point dans l'abaissement, mais plutôt dans l'élévation de la température de la vapeur qu'on doit chercher l'explication du phénomène.

63. Cas où, pendant l'écoulement, on communique au fluide la quantité de chaleur néces-

saire pour en entretenir la température constante. — La chaleur à fournir à un corps pour en entretenir la température constante, pendant que la pression varie de p_0 à p, est exprimée par

$$\int_{p_0}^{p} (Q_t)_p \, dp.$$

En appliquant le principe de Carnot, nous avons trouvé (26)

$$(Q_t)_p = -At\frac{dv}{dt}.$$

On aura donc

$$\Delta Q = -At\int_{p_0}^{p}\frac{dv}{dt}\,dp = At\int_{p}^{p_0}\frac{dv}{dt}\,dp.$$

Au moyen de cette équation, on pourra calculer la chaleur à fournir pour entretenir la température constante, quand l'équation caractéristique du corps sera donnée.

Quant à la variation de l'énergie interne ΔU, puisque la température reste constante, elle se réduira à la variation du travail intérieur. Ainsi, la force vive du fluide qui s'écoule aura pour expression, dans le cas de la température constante,

$$\frac{u^2}{2g} = p_0 v_0 - pv + t\int_{p}^{p_0}\frac{dv}{dt}\,dp - \Delta I.$$

Appliquons cette formule à un gaz parfait. On a d'abord pour un pareil corps

$$p_0 v_0 = pv$$

puisque la température est constante. De plus le travail intérieur y est nul, pendant le passage d'un état à un autre. Par conséquent la formule pour l'écoulement se réduira à

$$\frac{u^2}{2g} = t \int_p^{p_0} \frac{dv}{dt} dp.$$

On a, pour les gaz parfaits,

$$v = \frac{Rt}{p},$$

d'où l'on tire

$$\frac{dv}{dt} = \frac{R}{p}.$$

En substituant et en intégrant, il vient

$$\frac{u^2}{2g} = Rt \log \frac{p_0}{p}$$

ou bien

$$\frac{u^2}{2g} = p_0 v_0 \log \frac{p_0}{p}.$$

On trouve de même

$$\Delta Q = A p_0 v_0 \log \frac{p_0}{p}.$$

Si l'on désigne par ϖ_0 le poids de l'unité de volume du gaz à la température t_0 et sous la pression p_0, c'est-à-dire si l'on pose

$$\varpi_0 = \frac{1}{v_0},$$

on a pour la formule qui donne la vitesse de l'écoulement

$$u = \sqrt{2g \frac{p_0}{\varpi_0} \log \frac{p_0}{p}}.$$

C'est la formule connue et généralement employée pour calculer l'écoulement des gaz. On voit qu'elle présuppose qu'on fait passer de l'extérieur au gaz la quantité de chaleur exprimée par

$$\Delta Q = A \frac{p_0}{\varpi_0} \log \frac{p_0}{p},$$

afin d'en maintenir la température constante pendant qu'il se dilate.

64. Cas où, pendant l'écoulement, on soustrait une quantité de chaleur telle que le volume du fluide reste constant. — Si le volume du fluide, dont on veut déterminer l'écoulement, est considéré comme étant invariable, ainsi qu'on peut l'admettre dans le cas des liquides qui sont fort peu compressibles et dont la dilatation, pour de petites variations de température, est négligeable, on aura

$$v_0 = v \text{ et } dv = 0.$$

Dans ce cas, la formule générale qui donne la demi-force vive de 1^k de fluide sortant du réservoir, se réduit à

$$\frac{u^2}{2g} = v_0(p_0 - p) + J\Delta Q - \Delta U,$$

lorsque

$$h = 0.$$

Il nous faut maintenant déterminer les valeurs de ΔQ et de ΔU relatives au cas où le volume reste constant.

En continuant à désigner par $(Q_e)_t\, dt$ la chaleur à transmettre du dehors à un corps pour en élever

la température de dt, pendant que son volume reste constant, on aura

$$\Delta Q = \int_{t_0}^{t} (Q_v)_t \, dt.$$

Toutes les fois que la chaleur spécifique à volume constant nous sera connue en fonction de t et de v, nous pourrons déterminer la chaleur ΔQ, en effectuant l'intégration par rapport à t et en considérant v comme constant.

La variation de l'énergie interne est donnée par l'expression

$$\Delta U = J \Delta Q - \int_{v_0}^{v} p \, dv.$$

Dans notre cas, puisqu'on a

$$dv = 0,$$

il viendra

$$\Delta U = J \Delta Q = J \int_{t_0}^{t} (Q_v)_t \, dt.$$

Par conséquent, la vitesse de l'écoulement sera donnée par l'expression

$$\frac{u^2}{2g} = v_0 (p_0 - p).$$

C'est la formule connue de Torricelli pour l'écoulement des liquides. Elle implique nécessairement une soustraction de chaleur égale à

$$\int_{t}^{t_0} (Q_v)_t \, dt.$$

Si l'on suppose que la chaleur spécifique à

volume constant soit constante et égale à c, la soustraction de chaleur à faire pour entretenir le volume du fluide constant, se réduit à

$$c\,(t_0 - t).$$

Sans cette soustraction de chaleur, le fluide ne pourrait sortir par l'orifice d'écoulement sous le même volume spécifique, ou, en d'autres termes, avec la même densité qu'il avait dans l'intérieur du réservoir; car il est impossible de le faire passer, à volume constant, d'une pression donnée à une pression moindre sans lui enlever de la chaleur.

Chapitre VII.

Mouvement des projectiles dans les armes à feu.

65. Equations générales. — La détermination du mouvement des projectiles dans les armes à feu est un problème analogue à celui de l'écoulement des fluides, dont la solution dépend de la Thermodynamique. Nous allons essayer de le résoudre à l'aide des principes établis dans les chapitres précédents.

Nous avons vu (24) que l'équation générale de la Thermodynamique est la suivante

$$J \Delta Q = J \Delta H + \Delta I + \Delta W + \frac{1}{2} \Delta V,$$

où ΔQ désigne la chaleur reçue du dehors, pendant que le corps passe d'un état initial à un état final; ΔH, l'accroissement de la chaleur interne pendant le passage d'un état à l'autre; ΔI, l'accroissement du travail interne pendant ce passage; ΔW, le travail externe développé pendant le passage d'un état à l'autre; ΔV, la force vive acquise pendant ce passage; J, l'équivalent mécanique de la chaleur.

Cette équation est applicable au phénomène qui se passe dans le tir d'une arme à feu. Si nous prenons pour état initial celui où les gaz de la poudre prennent naissance et pour état final celui où le projectile arrive à la bouche de l'arme, la quantité ΔQ sera égale à la quantité de chaleur absorbée par les parois de l'arme, prise avec le signe négatif. Le terme ΔH sera égal à

$$\varpi c (t - t_0),$$

en désignant par ϖ le poids de la charge brûlée depuis le commencement jusqu'à l'instant où le projectile atteint la tranche de la bouche; par c la capacité calorifique absolue des gaz de la poudre; par t_0 la température des gaz de la poudre à leur naissance; par t la température des mêmes gaz lorsque le projectile arrive à la bouche.

Quel que soit le mode de combustion de la charge de poudre dans l'arme à feu, qu'elle se consume instantanément ou successivement, les deux températures t_0, t seront toujours les mêmes. La première dépend de la composition de la poudre; elle est déterminée par la réaction chimique qui s'opère pendant que la poudre passe à l'état gazeux. La seconde ne dépend que du rapport de l'espace occupé par les gaz lorsqu'ils ont la température t_0 à l'espace qu'ils occupent après la détente dans l'âme derrière le projectile, et de la pression du milieu extérieur, quantités qui restent invariables.

Le terme ΔI sera égal à zéro parce que le

travail interne des gaz est nul ou du moins peut être considéré comme tel.

Le terme ΔW sera égal au travail développé pour surmonter la pression de l'atmosphère; de sorte qu'en désignant celle-ci par p; par v_1 le volume de l'âme derrière le projectile à l'origine; par v le volume de l'âme entière, nous aurons

$$\Delta W = p\,(v - v_1).$$

Le terme ΔV sera égal à la somme des forces vives du projectile, de l'arme, de la masse des gaz de la poudre et de la masse d'air atmosphérique que le projectile met en mouvement pendant qu'il parcourt l'âme du canon. Soient m la masse du projectile, m' celle de l'arme y compris son affût, etc.; u, u' leurs vitesses respectives lorsque le projectile sort de l'arme; soient μ la masse de la charge, v la vitesse variable de ses différentes parties réduites en gaz, lorsque le projectile est parvenu à la bouche de l'arme; soit R la résistance de l'air sur le projectile parvenu à la distance s de sa position initiale, on aura

$$\Delta V = m u^2 + m' u'^2 + \int v^2 d\mu + 2\int R\, ds,$$

l'intégrale $\int v^2\, d\mu$ devra s'étendre à toute la masse gazeuse depuis le fond de l'âme, jusqu'à la tranche de la bouche; l'intégrale $\int R\, ds$ devra s'étendre depuis la position initiale du projectile contre la charge, jusqu'à son arrivée à la bouche.

On aura donc, quel que soit le mode de combustion de la poudre, l'équation

$$mu^2 + m'u'^2 + \int v^2 d\mu + 2\int R\,ds = 2J\varpi c(t_0 - t)$$
$$+ 2J\Delta Q - 2Jp(v - v_1).$$

Les vitesses u, u', v sont liées ensemble par la relation résultant de ce que la quantité de mouvement du projectile, plus celle de la masse gazeuse, doit être égale à la quantité de mouvement de l'arme y compris son affût, etc. En vertu de ce principe, on a

$$mu + \int v\,d\mu = m'u'.$$

Cette équation, jointe à la précédente, donne la solution complète du problème de la détermination des vitesses imprimées simultanément par la combustion de la charge de poudre au projectile, à l'arme et aux gaz de la charge.

Les deux intégrales

$$\int v\,d\mu, \qquad \int v^2 d\mu$$

exprimant la quantité de mouvement et la force vive de la masse gazeuse, dépendent de la manière dont les gaz sont disposés dans l'intérieur de l'âme, ainsi que des vitesses de leur particules, au moment où le projectile quitte l'arme.

66. Cas où la densité des gaz est constante dans tout l'espace qu'ils occupent au moment où le projectile sort de l'arme, et où les vitesses dont sont animées leurs particules croissent uniformément depuis le fond de l'âme jusqu'à la bouche de l'arme. — C'est un problème assez

difficile que celui de déterminer la loi suivant laquelle les gaz de la poudre sont répartis dans l'âme, et les vitesses dont leurs particules sont animées. Pour le moment nous supposerons que la densité des gaz est constante dans tout l'espace qu'ils occupent à l'instant où le projectile quitte l'arme; que les tranches extrêmes qui pressent le projectile et la culasse sont animées respectivement de la même vitesse que ces mobiles; et que les vitesses des tranches intermédiaires vont en croissant uniformément à partir du fond de l'âme jusqu'à la bouche.

Cela posé, il est clair que la tranche située entre les deux tranches extrêmes, qui divise la distance entre celles-ci en parties proportionnelles aux vitesses u et u', est en repos; et que les vitesses des différentes tranches sont en raison des distances de ces tranches à la tranche qui reste immobile.

Si nous nommons L la longueur de l'âme, la tranche immobile sera située à la distance

$$\frac{u' L}{u + u'}$$

du fond de l'âme, et à la distance

$$\frac{u L}{u + u'}$$

de la bouche.

Si nous considérons deux tranches correspondantes, des deux côtés de la tranche immobile,

aux distances x, y de celle-ci, la vitesse de la tranche du côté de la bouche sera

$$\frac{x}{\frac{uL}{u+u'}}u,$$

ou bien

$$\left(\frac{u+u'}{L}\right)x;$$

et la vitesse de celle du côté de la culasse

$$\frac{y}{\frac{u'L}{u+u'}}u',$$

ou bien

$$\left(\frac{u+u'}{L}\right)y.$$

On aura donc

$$v=\left(\frac{u+u'}{L}\right)x;$$

$$v'=\left(\frac{u+u'}{L}\right)y.$$

La quantité de mouvement des tranches de gaz qui se meuvent dans le sens du projectile sera

$$\delta\,\Omega\left(\frac{u+u'}{L}\right)\int x\,dx,$$

en désignant par δ la densité uniforme du gaz, et par Ω la section de l'âme, l'intégrale étant prise entre $x=0$ et

$$x=\frac{uL}{u+u'}.$$

La quantité de mouvement des gaz qui se meuvent dans le sens de l'arme, sera

$$\delta\,\Omega\left(\frac{u+u'}{L}\right)\int y\,dy,$$

l'intégrale devant être prise depuis $y=0$, jusqu'à

$$y=\frac{u'L}{u+u'}.$$

En effectuant les intégrations entre ces limites, il vient, pour les deux quantités de mouvement,

$$\frac{\delta\,\Omega\,L}{2}\left(\frac{u^2}{u+u'}\right),$$

$$\frac{\delta\,\Omega\,L}{2}\left(\frac{u'^2}{u+u'}\right),$$

et pour leur différence

$$\frac{\delta\,\Omega\,L}{2}\,(u-u').$$

Or, le produit $\delta\,\Omega\,L$ représente la masse totale des gaz qu'on a désignée par μ; on aura donc

$$\int v\,d\mu=\frac{\mu}{2}\,(u-u').$$

D'une manière semblable, on trouvera pour la somme des forces vives des tranches qui se meuvent dans le sens du projectile

$$\delta\,\Omega\left(\frac{u+u'}{L}\right)^2\int x^2\,dx$$

entre $x=0$ et

$$x=\frac{u\,L}{u+u'};$$

et, pour la somme des forces vives des tranches qui se meuvent dans le même sens que l'arme,

$$\delta\,\Omega\left(\frac{u+u'}{L}\right)^2\int y^2\,dy$$

entre $x = 0$ et

$$y = \frac{u' L}{u + u'}.$$

En effectuant les intégrations, on obtient

$$\frac{\delta \Omega L}{3} \left(\frac{u^3}{u + u'} \right),$$

$$\frac{\delta \Omega L}{3} \left(\frac{u'^3}{u + u'} \right):$$

de sorte que la somme totale des forces vives des molécules gazeuses sera

$$\frac{\delta \Omega L}{3} \left(\frac{u^3 + u'^3}{u + u'} \right);$$

et puisque

$$\mu = \delta \Omega L,$$

on aura enfin

$$\int v^2 d\mu = \frac{\mu}{3} \left(\frac{u^3 + u'^3}{u + u'} \right),$$

ou bien

$$\int v^2 d\mu = \frac{\mu}{3} (u^2 + u'^2 - u u').$$

Venons à l'intégrale

$$\int R\, ds$$

qui représente la moitié de la force vive que le projectile, dans son mouvement le long de l'âme, imprime aux molécules gazeuses de l'atmosphère. La résistance R varie suivant la vitesse du projectile: ordinairement on la prend proportionnelle au carré de cette vitesse. Nous poserons R égale à la masse m du projectile, multipliée par le carré de la vitesse et divisée par $2k$, k étant un coef-

ficient constant dépendant de la figure du projectile et de sa densité comparée à celle de l'air.

Pour effectuer l'intégration il faudrait connaître la valeur de la vitesse en fonction de s. Afin de simplifier la question, nous supposerons que la vitesse du projectile croît uniformément depuis zéro jusqu'à la valeur u qu'elle a à la bouche. On aura ainsi

$$R = \frac{m u^2}{2 k l^2} s^2,$$

et, par suite,

$$\int_0^l R\, ds = \frac{m u^2 l}{6k},$$

l désignant la distance de la position initiale à la position finale du projectile.

Par conséquent, on aura pour déterminer les vitesses du projectile et de l'arme, produites par la combustion de la charge de poudre, les deux équations

$$\left(m + \frac{\mu}{3} + m \frac{l}{3k}\right) u^2 + \left(m' + \frac{\mu}{3}\right) u'^2 - \frac{\mu}{3} u u'$$
$$= 2 J \varpi c (t_0 - t) + 2 J \varDelta Q - 2 J p (v - v_1),$$
$$\left(m + \frac{\mu}{2}\right) u = \left(m' + \frac{\mu}{2}\right) u'.$$

Ces équations sont générales et ne reposent que sur deux hypothèses: 1° que les gaz aient une densité constante dans tout l'espace qu'ils occupent dans l'âme quand le projectile est à la bouche; 2° qu'au même instant les tranches de la masse gazeuse aient des vitesses croissant uniformément

à partir du fond de l'âme, depuis la vitesse négative du recul, jusqu'à la vitesse positive du projectile.

Nous mentionnons à peine l'autre supposition faite pour calculer l'intégrale

$$\int R\,ds$$

représentant la demi-force vive imprimée aux particules de l'atmosphère, parce que sa valeur est toujours extrêmement petite comparativement aux autres termes qui figurent dans le premier membre de l'équation.

67. La détermination de la quantité de mouvement et de la force vive des gaz de la poudre exige la connaissance de la loi suivant laquelle ils sont répartis dans l'âme, et des vitesses dont leurs particules sont animées. — Lorsque les deux conditions ci-dessus ne sont point remplies, les valeurs des quantités

$$\int v\,d\mu, \qquad \int v^2\,d\mu$$

différeront de celles que nous avons trouvées. On conçoit que ce cas puisse arriver, par exemple, lorsque, dans l'état initial, il existe un espace vide entre la charge et le projectile. Alors, les premiers gaz qui se développent se précipitent avec une très-grande vitesse dans l'espace vide, rencontrent le projectile immobile et sont refoulés contre lui. Il doit se produire, dans ce cas, des ondes entre le projectile et le fond de l'âme où les gaz seront

tour à tour condensés et raréfiés; de sorte que la disposition des gaz, à l'instant où le projectile arrive à la bouche, peut être différente de celle que nous avons supposée.

Si le projectile en arrivant à la bouche a une vitesse moindre que celle des gaz par lesquels il est chassé en avant, la valeur de la force vive de ceux-ci sera plus grande que celle que nous avons assignée à cette force, et, par suite, la force vive du projectile et de l'arme en sera d'autant amoindrie. Mais, dans ce cas, ce qui est gagné par les gaz en force vive, est perdu par le projectile et par l'arme.

En tout cas les deux équations

$$mu^2 + m'u'^2 + \int v^2 d\mu + 2\int R\,ds$$
$$= 2J\varpi c\,(t_0 - t) + 2J\Delta Q - 2Jp\,(v - v_1),$$
$$mu + \int v\,d\mu = m'u',$$

subsistent toujours, seulement nous ne pouvons déterminer les intégrales

$$\int v\,d\mu, \qquad \int v^2 d\mu$$

sans connaître la manière dont les molécules gazeuses sont réparties dans l'espace qu'elles occupent, et les vitesses dont elles sont animées.

68. Température des gaz à la bouche de l'arme. — La température initiale t_0, égale à celle qui est développée dans la combustion de la poudre, peut être connue par l'expérience ou directement

ou au moyen de la pression p_0 exercée par les gaz à l'origine dans un volume v_0; car on a entre t_0, p_0, v_0 la relation

$$p_0 v_0 = R t_0.$$

La température des gaz à la bouche dépend de l'accroissement de leur volume en passant du volume initial v_0 au volume final v. Si l'on admet que les gaz, pendant la durée du phénomène, ne reçoivent ni n'émettent aucune chaleur, la température et le volume varieront ensemble de telle sorte qu'on ait la relation (42)

$$\frac{t}{t_0} = \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma - 1},$$

γ désignant le rapport des deux chaleurs spécifiques à pression constante et à volume constant.

Il en résulte que

$$t_0 - t = t_0\left[1 - \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma - 1}\right].$$

Si au lieu de la température de la combustion, on connaissait la pression des gaz de la poudre dans l'espace qu'elle occupe, on aurait:

$$t_0 = \frac{p_0 v_0}{R},$$

et comme

$$R = Jc(\gamma - 1),$$

il vient

$$t_0 = \frac{p_0 v_0}{Jc(\gamma - 1)};$$

de sorte qu'on aura

$$t_0 - t = \frac{p_0 v_0}{Jc(\gamma - 1)}\left[1 - \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma - 1}\right].$$

69. Echauffements divers de l'arme, suivant le mode de chargement. — Il importe de remarquer que la relation

$$\frac{t}{t_0} = \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma - 1}$$

qui détermine la température finale en fonction des volumes occupés par les gaz à l'origine et à la fin du phénomène, suppose que la détente se fasse avec production de travail. Elle ne serait plus exacte si une partie de la force vive produite par l'expansion était transformée de nouveau en chaleur, au moyen du frottement réciproque des particules gazeuses.

Pour éclaircir ceci, supposons pour un instant que le projectile soit arrêté à une certaine distance du fond de l'âme, de manière à laisser derrière lui un espace libre où les gaz de la poudre puissent se répandre. Dans ce cas les gaz qui se dégagent de la poudre en se précipitant dans cet espace libre, acquerront une certaine force vive et se refroidiront d'une quantité équivalente; mais ensuite, après avoir choqué contre le projectile et les parois de l'âme, ils reviendront en arrière, et après un va-et-vient plus ou moins long, ils seront réduits au repos par le frottement mutuel de leurs particules. Lorsque tout sera réduit au repos, la température de la masse gazeuse reviendra à son état initial. Il arrivera ici ce qui arrive dans la célèbre expérience de M. Joule que nous avons décrite ailleurs.

Dans le cas réel, le projectile n'est pas arrêté d'une manière complète, il peut avancer; mais l'on conçoit qu'une partie de la force vive acquise par les gaz puisse être convertie de nouveau en chaleur par le frottement réciproque des particules qui rencontrent les parois de l'âme, et le projectile qui a une vitesse moindre que ces particules.

Ces considérations nous expliquent pourquoi, lorsqu'on laisse un espace entre le projectile et la poudre, la vitesse finale du projectile est moindre que lorsqu'il touche la poudre dans sa position initiale, bien que la détente des gaz dégagés de la poudre soit la même. Dans ce cas, une partie de la force vive acquise au commencement par les particules gazeuses est reconvertie en chaleur, de sorte que la température finale des gaz, quand le projectile sort de l'arme, est plus élevée que dans le cas où le projectile à l'origine touchait la poudre.

On conçoit par là qu'une arme dont le projectile ne touche point la poudre doit s'échauffer plus que celle où le projectile toucherait la poudre.

Nous ne croyons pas que cet effet ait été jamais signalé. Ce qui avait été observé jadis par Rumford, c'est qu'une arme s'échauffe plus par le tir à poudre que par le tir à balle. Il expérimentait avec un canon de fusil dans lequel il introduisait toujours la même charge de poudre, et tantôt il n'y mettait pas de balle, tantôt il y en plaçait une, deux, trois et même quatre les unes sur les autres. „J'étais dans l'habitude, dit-il, de saisir

„avec la main gauche le canon, aussitôt après „chaque décharge, pour le tenir pendant que je „l'essuyais en dedans avec une baguette garnie „d'étoupes; et j'étais fort surpris de trouver que „le canon était beaucoup plus échauffé par l'explo- „sion d'une charge de poudre donnée, quand il n'y „avait poiut de balle devant la poudre, que quand „une ou plusieurs balles étaient chassées par la „charge."[1])

L'explication de ce fait ressort des considérations mêmes que nous avons exposées ci-dessus. En effet, lorsqu'on tire à poudre, les particules gazeuses qui se dégagent de la poudre ne rencontrant point d'obstacle, vont choquer les parois avec de très-grandes vitesses, rebondissent, s'entrechoquent et finissent, au moyen de leur frottement mutuel, par reconvertir une partie de la force vive en chaleur.

Suivant nous, la raison qu'on donne ordinairement du plus grand échauffement produit par le tir à poudre que par le tir à balle n'est pas exacte. On dit que dans le tir à balle la force vive acquise par la balle représente une quantité équivalente de chaleur qui a dû disparaître pendant le phénomène, quantité qui reste à l'état de chaleur dans le tir à poudre; mais on ne réfléchit pas que, dans celui-ci, les gaz de la poudre acquièrent une force vive bien plus grande que dans le tir à balle. A moins que

1) Mémoires sur la chaleur. Paris, an XIII, — 1804. Notice historique, p. IX.

dans le tir à poudre une partie de la force vive des gaz ne soit transformée par leur frottement réciproque en chaleur, il doit arriver que l'excès de la force vive des gaz, dans le tir à poudre, sur celle des gaz dans le tir à balle, sera précisément égal à la force vive de la balle; car le travail développé par la détente de la masse gazeuse, qui est égal à la demi-somme des forces vives acquises, ne dépend que du rapport du volume initial au volume final, lorsque aucune partie de ce travail n'est reconvertie en chaleur par le frottement.

Si l'explication que nous combattons était la véritable, il s'ensuivrait que le tir avec une balle éloignée de la charge devrait échauffer moins le canon que le tir sans balle; car la force vive qu'aurait cette balle, bien qu'inférieure à celle d'une balle mise d'abord en contact avec la poudre, serait cependant acquise aux dépens de la chaleur des gaz.

Eh bien, l'expérience s'est prononcée de la manière la plus décisive à cet égard. Le tir à poudre a échauffé le canon plus que le tir avec une balle placée en contact de la poudre, mais moins que le tir avec une balle située près de la bouche.

70. Expériences sur l'échauffement produit par le tir dans des circonstances diverses. — M. le général Ricotti, Directeur général des armes spéciales au Ministère de la guerre, à qui nous nous sommes adressé, a bien voulu donner l'ordre

à M. le lieutenant-colonel chevalier Balegno, directeur du Laboratoire Pyrotechnique, de faire exécuter les expériences suivantes.

Trois fusils rayés, en acier, autant que possible égaux, ont été tirés à la charge réglementaire de $4^{gr},5$. Le n° 1 avec la balle ogivale, pesant 33^{gr}, située, comme à l'ordinaire, contre la poudre; le n° 2 avec la balle située à $0^{m},02$ de la tranche de la bouche; le n° 3 sans balle. Chaque fusil était enveloppé dans une couverture blanche en laine à plusieurs doubles, serrée autour du canon avec une bande de la même laine.

Après avoir marqué la température des canons, on faisait un certain nombre de coups avec chacun d'eux, dans des circonstances autant que possible pareilles.

Ensuite on remplissait chaque canon de mercure dont on connaissait la température; on en fermait la bouche avec un tampon en gutta-percha, traversé par un thermomètre. On marquait la température au moment où la hauteur du thermomètre atteignait son *maximum*.

On a obtenu ainsi les résultats suivants:

	N. 1	N. 2	N. 3
Température du canon avant le tir	14°,2	14°,2	14°,2
Température du canon rempli de mercure après 1 coup .	16,7	17,1	16,8

	N. 1	N. 2	N. 3
Température du canon avant le tir	14°,2	14°,2	14°,2
Température du canon rempli de mercure après 5 coups .	23,1	31,8	26,9
Température du canon avant le tir	18,1	18,2	18,4
Température du canon rempli de mercure après 10 coups	33,4	43,2	38,4
Température du canon avant le tir	13,5	14,1	15,0
Température du canon rempli de mercure après 50 coups	54,0	89,0	79,5

La température du mercure avant de le verser dans les canons a toujours été trouvée égale à la température de ceux-ci avant le tir.

Le poids du canon en acier était. . . . pour le N. 1 — 2k,050 ; pour le N. 2 — 2,064 ; pour le N. 3 = 2,042

Le poids du mercure nécessaire pour remplir le canon était égal à 3^k,350.

La chaleur spécifique de l'acier est 0,118.
La chaleur spécifique du mercure 0,033.

De ces données on déduit:

	N. 1	N. 2	N. 3
	calories	calories	calories
Quantité de chaleur transmise au canon			
par 1 coup . . .	0,881	1,027	0,914
„ 5 coups . . .	3,137	6,232	4,464
„ 10 „ . . .	5,392	8,853	7,030
„ 50 „ . . .	14,274	26,522	22,672
Il en résulte que la quantité moyenne de chaleur transmise au canon par chaque coup est dans le			
tir à 1 coup . . .	0,881	1,027	0,914
„ 5 coups . . .	0,627	1,246	0,893
„ 10 „ . . .	0,539	0,885	0,703
„ 50 „ . . .	0,285	0,530	0,453
L'expérience du tir à 1 coup ayant été répétée donna	1,093	1,169	1,090

Ce résultat sensiblement plus grand que l'autre peut être attribué à ce que, pendant cette expé-

rience, la température extérieure ayant été plus élevée, il a dû se perdre moins de chaleur, par le contact de l'air et par rayonnement.

On voit, d'après cela, que, comme nous l'avions annoncé, le tir avec la balle placée à la bouche du canon échauffe plus l'arme que le tir sans balle; et que celui-ci l'échauffe plus que le tir avec la balle placée contre la poudre.

Nous ajouterons que la force vive de la balle, en sortant du canon, était égale à 315 kilogrammètres pour la balle placée contre la poudre; et à 102 kilogrammètres pour la balle placée à $0^m,02$ de la tranche de la bouche.

71. La chaleur absorbée par l'arme ne peut pas être négligée. — On voit, en outre, que la chaleur communiquée à l'arme après chaque coup n'est point, comme on le croit ordinairement, une très-petite partie de la chaleur totale dégagée par la combustion de la poudre. En effet les échauffements mesurés répondant à une charge de poudre de $0^k,0045$, il en résulte que, toutes choses égales d'ailleurs, 1^k de poudre donnerait, d'après la

	N. 1 — *calories*	N. 2 — *calories*	N. 3 — *calories*
1e expérience	195,8	228,2	203,1
2e "	242,9	259,8	242,2

résultat égal environ au tiers de la chaleur totale développée par la combustion de 1^k de poudre,

chaleur qui est de $619^{cal.},5$, suivant les expériences de MM. Bunsen et Schischkoff.[1])

On remarquera que les résultats que nous avons obtenus sont certainement au-dessous de la réalité, puisqu'une partie de la chaleur a dû s'échapper par rayonnement et par le contact de l'air atmosphérique.

Nous pouvons en conclure que la chaleur, absorbée par les parois de l'arme, surpasse, dans le fusil, le tiers de la chaleur totale dégagée par la combustion de la charge de poudre. Dans le canon, cette quantité doit être moindre, parce que les surfaces des enveloppes croissent moins rapidement que les volumes; mais c'est encore une quantité qu'il n'est point permis de négliger.

72. Exemple numérique. — Pour donner une idée des erreurs auxquelles on s'exposerait en ne tenant point compte de cette perte de chaleur, nous allons prendre un exemple numérique. Mais auparavant nous simplifierons les formules trouvées ci-dessus.

La vitesse u' du recul de l'arme est généralement assez petite par rapport à la vitesse u du projectile, pour qu'on puisse la négliger. Si l'on néglige, en outre, la force vive imprimée aux par-

1) Annales de Poggendorff, vol. CII.
Bunsen (Robert Guillaume), né en 1811 à Goettingue, Professeur de Chimie.
Schischkoff (Léon), né en 1830 près de Donkow (Russie), Officier d'artillerie.

ticules de l'air atmosphérique, ainsi que le travail produit par la pression de l'air sur le projectile, quantités qui sont toujours très-faibles par rapport au travail total de la poudre, on aura simplement

$$\left(m + \frac{\mu}{3}\right) u^2 = 2 J \varpi c (t_0 - t) + 2 J \Delta Q.$$

Quand on suppose le canon imperméable à la chaleur, on a

$$\left(m + \frac{\mu}{3}\right) u^2 = 2 J \varpi c t_0 \left(1 - \frac{t}{t_0}\right),$$

ou bien

$$\left(m + \frac{\mu}{3}\right) u^2 = \frac{2 \varpi p_0 v_0}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma - 1}\right].$$

Telle est la formule qu'on doit substituer à la formule ordinaire

$$\left(m + \frac{\mu}{3}\right) u^2 = 2 \varpi p_0 v_0 \log \frac{v}{v_0}$$

qu'on obtient en supposant constante la température des gaz pendant l'expansion.

On remarquera que la seconde formule peut se déduire de la première en faisant dans celle-ci

$$\gamma = 1.$$

La formule ordinaire présuppose qu'on fournisse du dehors aux gaz de la poudre une quantité de chaleur exprimée par

$$A \varpi p_0 v_0 \log \frac{v}{v_0},$$

comme nous l'avons fait voir à l'art. 63; suppo-

sition contraire à ce qui arrive en réalité, puisqu'une portion notable de la chaleur dégagée par la combustion est soustraite par les enveloppes.

Pour en venir à l'exemple numérique, on peut admettre que, dans les canons, le travail développé par la poudre sur le boulet est en moyenne d'environ 40000^{km} par kilogramme de poudre.

On a d'après cela

$$\frac{m u^2}{2 \varpi} = 40000^{km}.$$

Notre formule devient dès lors

$$40000 \left(1 + \frac{\mu}{3 m}\right) = J c t_0 \left[1 - \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma - 1}\right],$$

d'où l'on tire

$$c t_0 = \frac{40000 \left(1 + \frac{\mu}{3 m}\right)}{J \left[1 - \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma - 1}\right]}.$$

Prenons le canon de 8 rayé, de campagne, en bronze, modèle 1863, de l'artillerie italienne, canon dont le boulet a une demi-force vive qui s'éloigne peu de 40000^{km} par kilogr. de poudre.

On a dans cette pièce

$$\frac{\mu}{m} = \frac{0^k,9}{4^k,5} = \frac{1}{5}.$$

Le volume de l'âme est

$$\pi (0^m,048)^2 (1,438) = 0^{mc},010409.$$

En prenant pour la densité absolue de la poudre 1, 8, le volume de la poudre composant la charge sera égal à $0^{mc},0005$; de sorte qu'on aura

$$\frac{v_0}{v} = 0{,}04804,$$

et, en prenant $\gamma = 1{,}41$,

$$\left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma-1} = 0{,}28803.$$

Ainsi on obtiendra, en prenant $J = 425^{km}$,

$$ct_0 = 141^{cal.}{,}0.$$

C'est la quantité de chaleur contenue dans 1^k de poudre immédiatement après la combustion. Si l'on suppose que la poudre avant la combustion était à la température de la glace fondante, la quantité de chaleur que contenait 1^k de poudre était de

$$274\,(0{,}18547) = 50^{cal.}{,}8,$$

en prenant, d'après M. Bunsen, 0,18547 pour la chaleur spécifique à volume constant des produits de la combustion de la poudre.

La combustion d'un kilogr. de poudre aura donc dégagé une quantité de chaleur égale à la différence de ces chiffres, ou à 90,2 calories.

Or, MM. Bunsen et Schischkoff ont trouvé par l'expérience que la chaleur dégagée par 1^k de poudre est égale à $619^{cal.}{,}5$; en sorte que $529^{cal.}{,}3$ auraient été perdues. Il s'ensuit que plus des $\frac{5}{6}$ de la chaleur dégagée par la combustion de la charge sont absorbés par la production d'effets autres que celui d'imprimer de la force vive au projectile.

73. Poudre non brûlée. — Fuite des gaz par le vent et par la lumière. — En évaluant à

40000 kilogrammètres le travail développé par chaque kilogramme de poudre, contre le projectile, dans les canons, nous avons supposé tacitement que toute la charge était employée contre le projectile; mais, en réalité, une partie notable de la charge n'a aucune action sur le projectile. En premier lieu, une partie de la charge reste inactive, parce qu'elle n'est pas encore brûlée à l'instant où le projectile quitte la pièce; en second lieu, une partie de la charge, déjà réduite en gaz, s'échappe par le vent du boulet et par la lumière.

Il s'ensuit que, en réduisant à l'unité le travail développé par la charge entière, nous avons divisé par un nombre trop grand et que par conséquent nous avons estimé trop bas le travail mécanique dont la poudre est capable.

Pour s'en convaincre mieux, il suffit d'examiner le travail développé par des charges de poudre successivement croissantes. Prenons, par exemple, le canon de 12, français, de place. On trouve à la pag. 922 de l'*Aide-mémoire à l'usage des officiers d'artillerie,* Edition de 1856, les résultats suivants:

Charge	Vitesse initiale
—	—
kil.	
0,5	295^{m}
0,875	400
1,0	423
2,0	526
3,0	566

Le poids du boulet étant égal à $6^k,07$, on trouve pour le travail développé par 1^k de poudre, en prenant $g = 9^m,8088$,

Charge	Travail par kilogr. de poudre
—	—
kil.	km
0,5	53854
0,875	56579
1,0	55364
2,0	42804
3,0	33041

On voit par là qu'au-dessus de la charge de 0^k, 875 $\left(\frac{1}{7}\right.$ à peu près$\left.\right)$, le travail développé par 1^k de poudre diminue à mesure que la charge augmente; ce qui prouve qu'une partie de celle-ci n'est pas brûlée lorsque le projectile sort de la pièce. A la vérité, le rapport des espaces occupés par les gaz de la poudre à l'origine et à la fin du phénomène croît avec la charge; mais cette cause de diminution ne suffit pas à elle seule pour produire une diminution dans la force vive du projectile aussi grande que celle qu'on observe, comme on peut s'en assurer par le calcul.

On s'explique le fait contraire qu'au-dessous de la charge du *maximum*, égale à $0^k,875$, le travail croisse avec la charge, en réfléchissant que le boulet reste d'autant plus longtemps dans la pièce que la charge est plus petite, et que la déperdition de

chaleur et les fuites, par le vent et par la lumière, doivent augmenter rapidement avec le temps.

Pour apprécier, dans le fusil, l'influence du poids du projectile sur le travail développé par l'unité de poids de la charge, on a exécuté l'expérience suivante au Laboratoire Pyrotechnique. Avec le canon de l'ancien fusil d'infanterie (calibre $0^m,0175$; longueur 60 calibres) et la charge de $0^k,0045$, on lança contre le pendule balistique des cylindres en plomb, de diamètre presque égal à celui de l'âme, et de longueurs croissantes. On obtint ainsi les résultats suivants:

Poids des cylindres — kil.	Travail développé par 1 kilogr. de poudre — km
0,025	45200
0,050	50100
0,100	52900
0,110	55700
0,150	52700
0,200	43100

Ainsi, tandis qu'avec l'ancienne charge de $0^k,008$ et la balle sphérique du poids de $0^k,0252$, ayant un vent de $0^m,0012$, le travail de 1^k de poudre s'élevait à peine à 29000^{km}, avec la charge de $0^k,0045$ de poudre et un cylindre pesant $0^k,110$, ayant un vent presque nul, le travail de 1^k de poudre monte jusqu'à 55700, presque au double.

74. La réaction chimique qui a lieu dans la combustion de la poudre peut varier suivant les circonstances. — Il est possible qu'une résistance plus grande à l'expansion des gaz de la poudre fasse non-seulement augmenter la quantité de poudre brûlée avant la sortie du boulet, mais qu'elle détermine encore une réaction chimique plus complète entre les composants de la poudre, de manière à développer une plus grande quantité de chaleur; ou, en d'autres termes, il est possible que les produits de la décomposition de la poudre varient suivant la pression et la température. Nous voyons, par exemple, que la combustion de la charge de poudre est bien plus parfaite dans le tir à boulet que dans le tir à poudre. Tous les accidents malheureux occasionnés par le départ spontané de coups de canon, arrivent presque toujours dans le tir à poudre, parce que dans celui-ci la réaction chimique n'étant pas complète, il reste dans l'âme de la pièce des résidus allumés qui, au coup suivant, communiquent le feu à la charge pendant qu'on l'introduit dans la pièce.

75. Emploi des vapeurs pour lancer les projectiles. — Les gaz sont les seuls corps dont on fasse usage pour lancer les projectiles; mais on conçoit qu'on puisse employer à cet objet les vapeurs. Supposons qu'on ait enfermé au fond de l'âme d'un canon une certaine quantité d'un liquide à une température donnée, et qu'on ait placé un projectile contre le réservoir contenant le liquide.

En lâchant la détente qui retient le liquide, une partie de celui-ci passera à l'état de vapeur, et imprimera progressivement une certaine vitesse au projectile. Il s'agit de trouver la vitesse qu'aura le projectile à la bouche du canon. Les principes de la Thermodynamique nous fournissent le moyen de résoudre ce problème.

La même équation générale employée pour les gaz est encore applicable ici; mais il existe entre les gaz et les vapeurs une différence dont on doit tenir compte. Dans les gaz parfaits le travail intérieur est assez petit pour qu'on puisse en faire abstraction, tandis que dans les vapeurs ce travail a une valeur qui ne peut être négligée.

En continuant à désigner par U l'énergie interne, l'équation propre à une charge composée d'une masse μ de liquide sera

$$\left(m + \frac{\mu}{3}\right) u^2 = 2\varpi\,(U_0 - U),$$

en négligeant la vitesse du recul, la résistance de l'air atmosphérique, et la chaleur absorbée par les parois de l'arme.

Il faut maintenant exprimer U_0 et U en fonction des volumes v_0 et v de la charge liquide et de l'âme du canon.

Nous avons fait voir (30) que pour les vapeurs la variation de la quantité U, dans le passage d'un état à un autre, est exprimée par

$$U_0 - U = Jr_0x_0 - Jrx - p_0(v_0 - \sigma_0) + p(v - \sigma) + J\int_t^{t_0} C\,dt.$$

A l'origine, tout étant à l'état liquide, la quantité de vapeur x_0 est égale à zéro, de sorte qu'on aura

$$U_0 - U = p\,(v - \sigma) - Jrx + J\int_t^{t_0} C\,dt.$$

Le passage d'un état à l'autre se faisant sans addition ni soustraction de chaleur, on a l'équation (35)

$$\frac{rx}{t} - \frac{r_0 x_0}{t_0} - \int_t^{t_0} C\frac{dt}{t} = 0,$$

qui devient, à cause de $x_0 = 0$,

$$\frac{rx}{t} - \int_t^{t_0} C\frac{dt}{t} = 0.$$

Par conséquent on aura, en éliminant rx,

$$U_0 - U = p\,(v - \sigma) - Jt\int_t^{t_0} C\frac{dt}{t} + J\int_t^{t_0} C\,dt.$$

Il nous reste à trouver la valeur de t en fonction des données du problème.

Le second principe fondamental de la Thermodynamique appliqué aux vapeurs, fournit l'équation (28)

$$r = At\,(s - \sigma)\left(\frac{dp}{dt}\right),$$

d'où l'on tire, en vertu de l'équation

$$v - \sigma = x\,(s - \sigma),$$

$$\frac{rx}{t} = A\,(v - \sigma)\left(\frac{dp}{dt}\right).$$

Donc, il vient

$$(v-\sigma)\left(\frac{dp}{dt}\right)-J\int_t^{t_0} C\frac{dt}{t}=0.$$

Dans cette équation v est donné, et toutes les autres quantités sont des fonctions de t; on pourra donc en déduire la valeur de t.

En résumé, les deux équations à employer pour déterminer la quantité $U_0 - U$ sont les suivantes:

$$(v-\sigma)\frac{dp}{dt}-J\int_t^{t_0} C\frac{dt}{t}=0,$$

$$U_0-U=p(v-\sigma)-Jt\int_t^{t_0} C\frac{dt}{t}+J\int_t^{t_0} C\,dt.$$

De la première on déduit la valeur de la température finale, laquelle, étant substituée dans la seconde, fera connaître la différence des énergies internes à l'origine et à la fin du phénomène.

Les valeurs de p et de

$$\frac{dp}{dt},\quad \int C\,dt,\quad \int C\frac{dt}{t}$$

en fonction de t sont données par les tables qu'on trouvera à la fin de l'ouvrage. La quantité σ peut être prise constante, car elle varie fort peu entre les températures qu'on peut employer. On pourra prendre, pour l'eau,

$$\sigma = 0{,}00104,$$

valeur correspondant à environ

$$t = 274 + 100^\circ.$$

76. Application numérique. — Supposons, pour offrir une application de ces formules, que la charge du canon de 8 de campagne soit remplacée par 1^k d'eau liquide, sans mélange de vapeur, à la température de 200° au-dessus de la glace fondante, renfermé dans un réservoir. On demande quelle sera la vitesse imprimée au boulet par la vapeur qui se formera en ouvrant la communication entre le réservoir et l'âme.

Le volume de l'âme du canon de 8 est, comme nous l'avons vu ci-dessus,

$$v = 0^{mc},010409.$$

En prenant

$$\sigma = 0^{mc},00104,$$

il vient

$$v - \sigma = 0^{mc},009369.$$

L'équation à résoudre sera

$$(0,009369)\frac{dp}{dt} - 425\int_t^{474} C\frac{dt}{t} = 0.$$

Après quelques tâtonnements, on trouve

$$t = 451,8.$$

Cette valeur, étant introduite dans la seconde équation, donne

$$U_0 - U = 1145^{km},4.$$

Conséquemment, on aura, pour déterminer la vitesse du boulet, l'équation

$$\left(m + \frac{\mu}{3}\right)u^2 = 2 \times 1145,4,$$

et comme

$$m = \frac{4,5}{g}, \qquad \mu = \frac{1}{g},$$

on obtiendra

$$u = \sqrt{\frac{2g\,(1145,4)}{4,833}} = 68^{m},2.$$

Cette vitesse est au-dessous du cinquième de la vitesse imprimée par la charge de $0^{k},9$ de poudre, vitesse qui est égale à 395^{m}.

Pour obtenir par la vapeur les vitesses données par la poudre, il faudrait ou employer des températures beaucoup plus élevées, ou des canons avec l'âme d'un plus grand volume, de manière à permettre une plus grande détente à la vapeur.

Dans le cas d'une pièce de 8, il faudrait employer l'eau à la température d'au moins 614°, au-dessus de la glace fondante, pour lancer le boulet avec la vitesse de 395^{m}, la longueur d'âme étant de $1^{m},438$. Mais, dans ce cas, le réservoir qui remplace la gargousse devrait résister à l'énorme pression de 1172,5 atmosphères.

En donnant à l'âme 1000 fois sa longueur actuelle ou 1438^{m}, il suffirait d'employer l'eau à la température de 311° au-dessus de la glace fondante, c'est-à-dire à une tension de 95,8 atmosphères.

Chapitre VIII.

Des machines thermiques considérées théoriquement.

77. Machines donnant le plus grand rendement possible. — Dans toute machine thermique, quel qu'en soit le mode d'action, quel que soit le corps intermédiaire employé, air, vapeur d'eau, etc., le travail est toujours obtenu par l'expansion d'un corps qui emprunte une certaine quantité de chaleur à une source ou à des sources de chaleur, et en verse une autre quantité moindre dans une source ou dans des sources plus froides. L'excès de la chaleur empruntée sur la chaleur versée est converti en travail que la machine recueille et transmet aux mécanismes destinés à effectuer le travail utile. La chaleur versée, bien qu'elle ne soit pas anéantie, est cependant perdue pour la machine.

Il existe une certaine analogie, à cet égard, entre un moteur thermique et un moteur hydraulique. La vitesse avec laquelle l'eau sort du moteur hydraulique correspond à un travail perdu;

de même, la chaleur versée dans le réfrigérant représente un travail perdu pour le moteur thermique. L'eau, pour produire tout son effet, devrait sortir de la machine avec une vitesse nulle. De même, dans une machine thermique, la chaleur rejetée devrait être nulle, afin que toute la chaleur fût transformée en travail mécanique. Il n'est pas plus possible de remplir une condition que l'autre; mais on doit chercher à s'en approcher autant que possible.

Nous avons vu (23) qu'une machine qui fonctionne entre des limites données de température, fournit le plus grand rendement, quand toute la chaleur est reçue à la température la plus élevée, et quand toute la chaleur rejetée l'est à la température la plus basse. Une machine qui réaliserait le cycle de Carnot serait dans ce cas.

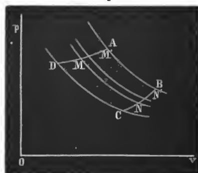
Il n'est guère possible de construire une machine à gaz, ou à vapeur, satisfaisant rigoureusement aux conditions du plus grand rendement; car, dans une telle machine, l'élévation de température devrait avoir lieu uniquement par la compression du fluide, et l'abaissement de température, uniquement par l'expansion du fluide. Ces opérations sont à peu près impraticables, à cause du volume énorme des cylindres qu'elles exigeraient.

Mais il existe une classe de machines qui ne présentent pas cet inconvénient et qui donnent dans un jeu continu un rendement aussi grand qu'une machine réalisant le cycle de Carnot. Il

suffit, pour cela, que la machine remplisse les conditions suivantes: 1° que la communication de chaleur entre le corps mis en œuvre, pour réaliser le travail et les sources de chaleur, n'ait lieu qu'à deux températures constantes; 2° que les deux opérations qui permettent de passer d'une température à l'autre, pour fermer le cycle, soient telles que l'une puisse fournir, par sa réalisation, toute la chaleur nécessaire à l'accomplissement de l'autre.

Soient AB, CD (Fig. 9) deux courbes, représentant les divers états du corps qui sert d'inter-

Fig. 9.



médiaire à la transformation de la chaleur en travail, et correspondant aux deux températures T_1, t_1 entre lesquelles fonctionne la machine. Soit DA, une courbe quelconque, représentant les changements que le corps intermédiaire éprouve en passant de la température t_1 à la température T_1,

BC, la courbe que suit le corps intermédiaire pour revenir de la température T_1 à la température t_1. Si les courbes DA et BC sont telles que la chaleur absorbée par le corps intermédiaire, pendant qu'il parcourt la première, soit intégralement restituée pendant qu'il parcourt la seconde, dans des conditions où elle puisse être employée de nouveau, il est évident que la chaleur absorbée le long de la courbe DA ne constituera pas une dépense réelle, dans le jeu continu de la machine. Une fois communiquée, elle ne sort plus de la machine et peut servir indéfiniment à son jeu.

78. Régénérateur de chaleur. — On a donné le nom de *régénérateur de chaleur* à l'ensemble des corps destinés à restituer sans cesse à la machine la chaleur rejetée.

Cet appareil très-ingénieux, inventé vers 1816 par le Rev. Dr. Stirling et perfectionné depuis par M. James Stirling, le Cap.ne Ericsson, M. Siemens et autres, consiste essentiellement en un corps poreux et conducteur de la chaleur, formé soit par une série de toiles métalliques superposées, soit par des tiges de verre pressées les une contre les autres, soit par des fils métalliques disposés de la même façon.

On obtient l'abaissement de température du fluide, mis en œuvre dans la machine thermique, en lui faisant traverser les interstices du régénérateur; et l'on obtient l'élévation de température du fluide

en lui faisant traverser le régénérateur en sens inverse.

Supposons le fluide à la température T_1 et le régénérateur à la température plus basse t_1; il est évident que toutes les couches de celui-ci prendront, par le passage du fluide, des températures supérieures à t_1, bien qu'inférieures à T_1, à l'exception de la dernière, qui conservera la température initiale t_1 si l'épaisseur du régénérateur est suffisante. Lorsqu'on y fera passer en sens inverse le fluide à la température t_1, il s'y échauffera graduellement, en absorbant la chaleur qu'il y avait déposée la première fois, et en sortira avec une température plus élevée que t_1, de façon que, pour l'élever à la température T_1, il faudra moins de chaleur que s'il était à la température t_1. Lorsqu'après avoir travaillé dans la machine, le fluide reviendra traverser le régénérateur, il en trouvera toutes les couches à des températures plus élevées que t_1, sauf la dernière, et par conséquent les portera à des températures plus élevées qu'il ne l'avait fait la première fois. Il suit de là qu'en le traversant ensuite en sens inverse, le fluide en sortira à une température plus élevée que la première fois. Ces phénomènes successifs se reproduisant sans cesse, la différence entre la température T_1 et la température de la première couche du régénérateur ira toujours en s'atténuant. La quantité de chaleur qu'il faudra emprunter au foyer pour amener à chaque opération le fluide à

la température T_1 sera donc pareillement décroissante.

Le régénérateur converge ainsi vers un état où, d'un côté, il est à la température T_1 et de l'autre côté à la température t_1. A cet état limite, la quantité de chaleur nécessaire pour porter le fluide de t_1 à T_1 est tour à tour abandonnée et reprise par lui, sans déperdition aucune. Dans la pratique, une certaine fraction de cette quantité doit toujours être remplacée, à chaque passage, aux dépens de la chaleur du foyer: l'expérience a montré que la valeur de cette fraction pouvait descendre au-dessous de $\frac{1}{20}$.

79. Détermination des cycles donnant le plus grand rendement au moyen d'un régénérateur. — Une machine fonctionnant entre deux limites de température données doit, pour fournir, au moyen d'un régénérateur, le plus grand rendement, satisfaire à la condition que la quantité de chaleur rejetée par le fluide, pendant une période quelconque de l'abaissement de température, soit égale à la quantité de chaleur reçue pendant la période correspondante de l'élévation de température.

Imaginons qu'on mène entre AB et CD une infinité de lignes infiniment voisines, telles que MN, $M'N'$ le long desquelles la température reste constante.

Si la courbe DA est donnée, on aura exprimé la condition qui définit la courbe BC, lorsqu'on

aura écrit que la quantité de chaleur, absorbée pendant que le fluide parcourt l'arc élémentaire MM', est égale à celle qui est rejetée pendant qu'il parcourt l'arc NN', car l'une est précisément abandonnée à la température à laquelle l'autre est prise. La relation entre les deux courbes DA et BC est donc exprimée par l'équation

$$dQ = dq,$$

dQ étant la chaleur absorbée et dq la chaleur rejetée.

Or on a

$$dQ = (Q_p)_t\, dt - At \frac{dv}{dt} dp,$$

$$dq = (q_{p'})_t\, dt - At \frac{dv'}{dt} dp',$$

p', v' désignant la pression et le volume le long de la courbe cherchée BC.

On aura donc l'équation

$$(Q_p)_t\, dt - At \frac{dv}{dt} dp = (q_{p'})_t\, dt - At \frac{dv'}{dt} dp'$$

qui devra être satisfaite, quelle que soit la valeur de t.

Remarquons que, dans cette équation, tous les termes sont fonction de t. En effet, la courbe DA étant donnée, on connaît l'équation qui lie v et p sur cette courbe. En éliminant v au moyen de l'équation

$$v = f(p, t)$$

qui caractérise le fluide, on obtiendra une certaine équation

$$p = \varphi(t)$$

pour définir la courbe DA. De même, la courbe CB sera définie par une certaine équation

$$p' = \psi(t)$$

qu'il s'agit de déterminer.

A l'aide de ces expressions de p et p' en fonction de t, on pourra réduire tous les termes de l'équation précédente à n'être que des fonctions de t.

L'équation

$$p' = \psi(t)$$

de la courbe inconnue se déterminera en intégrant l'équation

$$(Q_p)_t\, dt - At \frac{dv}{dt}\, dp = (q_{p'})_t\, dt - At \frac{dv'}{dt}\, dp',$$

après y avoir introduit la valeur de $\frac{dv}{dt}$ en fonction de p et t, et la valeur de p en fonction de t.

Dans le cas particulier où la courbe donnée DA est telle qu'on ait

$$dQ = 0,$$

on doit avoir pareillement

$$dq = 0,$$

c'est-à-dire que les deux courbes DA, BC sont telles que le corps intermédiaire, en les parcourant, ne reçoit ni n'émet aucune chaleur. On tombe alors sur le cycle de Carnot.

Supposons que le corps intermédiaire soit un gaz parfait, alors on a

$$(Q_p)_t = k = (q_{p'})_t$$

et

$$v = \frac{Rt}{p};$$

d'où l'on tire

$$\frac{dv}{dt} = \frac{R}{p}.$$

De sorte que l'équation qui donne la relation entre les deux courbes DA, BC devient

$$\frac{dp}{p} = \frac{dp'}{p'}.$$

On en tire, au moyen de l'intégration,

$$p' = Cp,$$

C étant une constante arbitraire. Par conséquent, si

$$p = \varphi(t)$$

représente la courbe DA, la courbe cherchée BC sera définie par l'équation

$$p' = C\varphi(t),$$

qui convient à une infinité de lignes à cause de la présence de la constante arbitraire.

Nous allons examiner rapidement deux cas très-particuliers qui ont été réalisés dans la pratique.

80. Machine d'Ericsson. — Supposons d'abord que l'équation

$$p = \varphi(t)$$

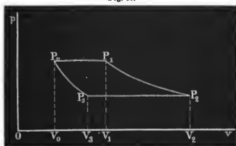
ait la forme simple

$$p = \text{const.}$$

Dans ce cas p' sera égal pareillement à une constante; de sorte que les deux courbes se réduisent à deux droites parallèles à l'axe des volumes.

Le cycle représentatif du jeu de la machine a la forme $P_0P_1P_2P_3$ (Fig. 10). Le gaz partant d'un état initial, déterminé par la position du point P_0, est d'abord échauffé sous pression constante, de manière que son volume augmente de OV_0 à OV_1, et sa température de t_1 à T_1. On le laisse ensuite se dilater à température constante et son volume augmente encore jusqu'à OV_2. Il est après cela refroidi à pression constante, de manière que son volume diminue de OV_2 à OV_3 en même temps

Fig. 10.



que sa température s'abaisse de T_1 à t_1; enfin, il est comprimé à température constante jusqu'à ce qu'il soit ramené à son état primitif.

Ce cycle est réalisé par la machine d'Ericsson.

Nous ne ferons pas la description des dispositions mécaniques adoptées par M. Ericsson pour réaliser le cycle décrit ci-dessus. Nous renverrons pour cela aux ouvrages spéciaux.[1])

1) Voyez Rankine, The steam engine and other prime movers, p. 354.

81. Machine de R. Stirling. — Nous considérons en second lieu le cas où l'équation générale

$$p = \varphi(t)$$

prend la forme

$$p = a t$$

a étant une constante. On aura alors:

$$p' = a C t.$$

Si l'on introduit ces valeurs de p et p' dans l'équation caractéristique des gaz, il vient

$$v = \frac{R}{a},$$

$$v' = \frac{R}{a C}.$$

Par conséquent, les deux lignes que le gaz doit parcourir pour passer d'une température à l'autre sont deux droites parallèles à l'axe des pressions, et la courbe représentative du cycle aura la forme $P_0 P_1 P_2 P_3$ (Fig. 11).

La série des opérations que subit le gaz sont les suivantes:

1°. On échauffe le gaz à volume constant jusqu'à ce que sa température qui était d'abord t_1 soit devenue égale à T_1.

2°. On le laisse se dilater à température constante de $O V_0$ à $O V_3$.

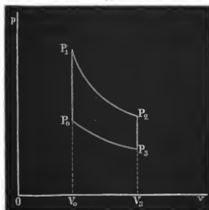
3°. On le refroidit à volume constant jusqu'à ce qu'il reprenne sa température initiale t_1.

4°. On le comprime à température constante de manière à le réduire à son volume primitif.

Ce cycle est réalisé par la machine de R. Stirling.

Pour la description de cette machine nous renverrons, comme pour la précédente, aux ouvrages spéciaux.[1])

Fig. 11.



82. Machine de Joule. — Avant de quitter le sujet des machines à gaz, nous dirons quelques mots d'un système de machines à gaz qui, quoique ne donnant pas théoriquement le plus grand travail possible, peuvent cependant en pratique approcher de cette limite plus que les machines à gaz parfaites.

Dans une machine à gaz parfaite, la chaleur dépensée est absorbée en totalité par le gaz se dilatant à la limite supérieure de la température,

1) V. Rankine, Steam engine p. 362.

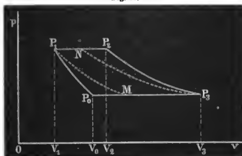
et la chaleur rejetée provient en totalité de la compression du gaz à la limite inférieure de la température. Dans le système que nous allons considérer, la chaleur dépensée est absorbée totalement par le gaz se dilatant à une limite supérieure et constante de la pression, et par conséquent, avec une certaine élévation de température; et la chaleur rejetée provient totalement de la réduction du volume du gaz à une limite inférieure et constante de la pression, et, par conséquent, avec un certain abaissement de température. La réduction de volume qui augmente la pression, et l'accroissement du volume qui la diminue, ont lieu sans soustraction ni absorption de chaleur, d'où il suit que la compression produit une élévation de température, et la dilatation, au contraire, un abaissement.

Le cycle représentatif du jeu de ce système de machines a la forme $P_0 P_1 P_2 P_3$ (Fig. 12). Le gaz, partant d'un état initial déterminé par la position du point P_0, est d'abord comprimé sans communication ni soustraction de chaleur, de manière que son volume diminue de OV_0 à OV_1, que sa pression augmente de $V_0 P_0$ à $V_1 P_1$, et que sa température monte de t_0 à t_1. Le gaz est ensuite échauffé à pression constante de t_1 à t_2, pendant que son volume augmente de OV_1 à OV_2. Dans une troisième opération, on laisse le gaz se dilater, sans lui donner ni lui enlever de la chaleur, jusqu'à la pression initiale $V_3 P_3$. Enfin, le gaz est refroidi

à pression constante jusqu'à la température initiale.

Quand la machine n'a pas de régénérateur pour retenir une partie de la chaleur rejetée dans la dernière opération, elle est de la forme de celle qui est connue sous le nom de *machine à air de Joule,* décrite dans un mémoire de M. Joule.[1]) La même forme comprend encore plusieurs sortes de machines où l'on se propose de faire agir directement les produits gazeux de la combustion sur

Fig. 12.



le piston de la machine, telles que celles de Sir George Cayley, de M. Alexandre Gordon, du Dr. Avenier de la Grée, de M. Belou, etc.

A l'aide des principes exposés jusqu'ici, il est facile de trouver que le rendement de toute cette classe de machines est exprimé par

$$E = 1 - \frac{t_0}{t_1} = 1 - \frac{t_3}{t_2}.$$

1) Phil. Trans. for 1851.

Une machine à gaz parfaite, travaillant entre les limites de températures extrêmes t_0, t_2, donnerait un rendement

$$E = 1 - \frac{t_0}{t_2}.$$

Ainsi la machine de Joule donne un rendement inférieur à la machine fonctionnant suivant un cycle de Carnot de la quantité

$$\frac{t_3 - t_0}{t_2}.$$

Mais il est possible d'accroître le rendement de toute cette classe de machines au moyen d'un régénérateur, comme l'a fait M. Shaw pour une machine qui figurait à l'Exposition de Paris.

Menons par les points P_1, P_3 les deux courbes ponctuées P_1M, P_3N sur lesquelles la température est constante. Dans l'élévation de température de P_1 à P_2, la partie comprise entre P_1 et N pourra être produite par la chaleur emmagasinée dans le régénérateur, pendant que le gaz se refroidit de P_3 à M.

Ainsi la chaleur à puiser au foyer se réduit à

$$k(t_2 - t_3),$$

et la chaleur versée sur le réfrigérant à

$$k(t_1 - t_0),$$

k étant la chaleur spécifique du gaz à pression constante.

Donc, le rendement de la machine avec un régénérateur sera

$$E = 1 - \frac{t_1 - t_0}{t_2 - t_3},$$

ou bien

$$E = 1 - \frac{t_1}{t_2}$$

à cause que

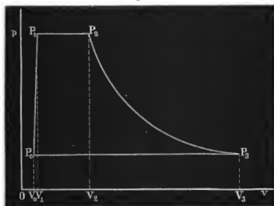
$$\frac{t_0}{t_1} = \frac{t_3}{t_2}.$$

L'économie de chaleur produite par le régénérateur est donc exprimée par

$$\frac{t_3 - t_1}{t_2}.$$

83. Machine à vapeur saturée. — Le cycle représentatif du jeu d'une machine à vapeur munie

Fig. 13.



d'un condenseur a la forme $P_0 P_1 P_2 P_3$ (Fig. 13). L'eau, puisée dans le condenseur, partant d'un état initial déterminé par la position du point P_0

est d'abord échauffée de t_0 à t_1, dans la chaudière, sous une pression égale, à chaque instant, à la tension maximum de la vapeur pour la température actuelle, et, arrivée à la température t_1, vient occuper le volume OV_1, sous la pression OP_1. Dans une deuxième opération la vapeur, toujours en communication avec la chaudière, maintenue constamment à la température t_1, passe dans le cylindre et fait avancer le piston d'une certaine quantité; la parallèle P_1P_2 à l'axe des volumes représente cette deuxième opération. La communication avec la chaudière est alors supprimée et la vapeur se détend jusqu'à ce que sa température soit devenue égale à la température t_0 du condenseur; pendant cette détente, que nous considérons comme s'opérant dans une enceinte dénuée de toute conductibilité, le volume et la pression varient suivant une loi que nous avons déterminée (35) et qui est représentée par la courbe P_2P_3. Le cylindre est ensuite mis en communication avec le condenseur maintenu à la température constante t_0, et, en même temps, le piston recule et pousse la vapeur dans le condenseur, où elle reprend l'état liquide et revient, de la sorte, au point de départ P_0, ayant parcouru le cycle fermé $P_0P_1P_2P_3P_0$.

Ainsi la série complète des opérations qu'éprouve l'eau dans une machine à vapeur munie d'un condenseur constitue un cycle fermé et réversible, mais différent de celui qui dónne le plus grand rendement possible, parce que les communications

et les soustractions de chaleur n'ont pas lieu à température constante, l'échauffement de l'eau se faisant à température variable.

L'évaluation du rendement de la machine à vapeur, fonctionnant suivant le cycle décrit, s'effectue sans difficulté.

Prenons un kilogramme d'eau à la température t_0 du condenseur et suivons-en les transformations successives. Pendant qu'on en élève la température de t_0 à t_1, sous une pression toujours égale à celle de la vapeur saturée, il absorbe une quantité de chaleur égale à

$$\int_{t_0}^{t_1} C\,dt.$$

Pendant la deuxième opération le kilogramme d'eau, pour se transformer complétement en vapeur saturée, à la pression constante correspondant à la température t_1, absorbe une quantité de chaleur égale à r_1. Par conséquent la quantité totale de chaleur que reçoit le kilogramme d'eau, et qui constitue la dépense totale de chaleur de la machine, est exprimée par

$$r_1 + \int_{t_0}^{t_1} C\,dt.$$

Il nous reste à évaluer la quantité de chaleur rejetée. Pendant la période d'expansion $P_2 P_3$, une certaine quantité de vapeur se liquéfie, parce que la température est inférieure à 790°,7; de sorte

qu'il ne reste plus, à la fin de cette période, qu'un poids x_0 de vapeur mêlé à un poids $1 - x_0$ d'eau liquide, à la température t_0; et c'est ce poids de vapeur qui cède au condenseur la chaleur qui est perdue pour le jeu de la machine. La chaleur rejetée est donc $r_0 x_0$. Il s'ensuit que le rendement de la machine est exprimé par

$$E = 1 - \frac{r_0 x_0}{r_1 + \int_{t_0}^{t_1} C\, dt}.$$

Nous avons trouvé que, dans le cas de l'expansion de la vapeur saturée avec travail complet, on a

$$\frac{r_0 x_0}{t_0} - \frac{r_1 x_1}{t_1} = \int_{t_0}^{t_1} C \frac{dt}{t}.$$

Dans le cas présent, au commencement de l'expansion, la communication avec la chaudière étant supprimée, la vapeur est sans mélange d'eau, de sorte que

$$x_1 = 1.$$

On aura donc

$$r_0 x_0 = r_1 \frac{t_0}{t_1} + t_0 \int_{t_0}^{t_1} C \frac{dt}{t},$$

et par suite

$$E = 1 - \frac{r_1 \frac{t_0}{t_1} + t_0 \int_{t_0}^{t_1} C \frac{dt}{t}}{r_1 + \int_{t_0}^{t_1} C\, dt},$$

ou bien

$$E = 1 - \frac{t_0}{t_1} - \frac{t_0 \int_{t_0}^{t_1} C \frac{dt}{t} - \frac{t_0}{t_1} \int_{t_0}^{t_1} C\,dt}{r_1 + \int_{t_0}^{t_1} C\,dt}.$$

Si la machine était parfaite, le rendement serait exprimé par

$$1 - \frac{t_0}{t_1};$$

l'imperfection du cycle occasionne donc une perte exprimée par

$$\frac{t_0 \int_{t_0}^{t_1} C \frac{dt}{t} - \frac{t_0}{t_1} \int_{t_0}^{t_1} C\,dt}{r_1 + \int_{t_0}^{t_1} C\,dt}.$$

La quantité C ne variant que lentement avec la température, on peut la regarder comme constante. Alors les intégrations indiquées s'effectuent immédiatement, et l'expression précédente devient

$$\frac{t_0 \log \frac{t_1}{t_0} - \frac{t_0}{t_1}(t_1 - t_0)}{\frac{r_1}{C} + t_1 - t_0}.$$

Il est facile de voir que cette quantité est d'autant plus petite que les températures extrêmes t_0, t_1 diffèrent moins entre elles.

Supposons que les températures extrêmes soient

150° et 50° de l'échelle ordinaire, c'est-à-dire que

$$t_1 = 424^\circ, \qquad t_0 = 324^\circ,$$

on trouve que le rendement avec le cycle de Carnot serait égal à 0,236, et que la différence entre le rendement d'une machine suivant ce cycle et le rendement de la machine à vapeur est 0,018.

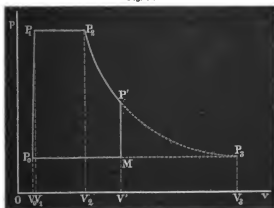
On voit par là que la perte de travail occasionnée par l'imperfection du cycle suivant lequel fonctionne une machine à vapeur est assez petite; mais à cette perte, il s'en vient ajouter d'autres bien plus graves.

En pratique, il est impossible de pousser la détente jusqu'à ce que la vapeur ait atteint dans le cylindre la température du condenseur. Si l'on prend, par exemple, 150° C. pour la température de la chaudière, et 50° C. pour celle du condenseur, on devrait pousser la détente jusqu'à 26 fois le volume primitif pour faire baisser la température de la vapeur de 150° C. à 50° C. Il faudrait donc donner à la course du piston une longueur qu'il est pratiquement impossible d'admettre. Le volume de la vapeur après la détente ne dépasse pas ordinairement quatre fois le volume initial, ce qui, en partant toujours de 150° C., fixe à 100° C. la température finale; rarement on pousse la détente jusqu'à décupler le volume: la température descend alors à environ 73° C.

Lorsque la détente cesse à une température t', supérieure à la température t_0 du condenseur, le

mélange de vapeur et de liquide, dont l'état est figuré par le point P' (Fig. 14), éprouve un abaissement brusque de température: il passe de la température t' à la température t_0 en conservant le volume OV'. Le cycle suivant lequel fonctionne la machine à vapeur est alors figuré par $P_0 P_1 P_2 P' M P_0$ et ce cycle n'est plus réversible, car il n'est pas possible de transformer par un accroissement de pression, sans changement de volume, de l'eau à t_0 degrés en vapeur à t' degrés.

Fig. 14.



Cherchons le rendement de la machine qui fonctionne suivant ce nouveau cycle. La dépense totale de chaleur est toujours

$$r_1 + \int_{t_0}^{t_1} C\,dt;$$

mais le travail produit est diminué de l'aire $P' P_3 M$, et partant la quantité de chaleur transformée en travail par la machine est diminuée de

$$A \times P' P_3 M.$$

Il suffit donc d'évaluer l'aire $P' P_3 M$ pour avoir la perte de rendement occasionnée par l'imperfection de la détente.

On a:

$$P' P_3 M = P' P_3 V_3 V' - M P_3 V_3 V'.$$

Le travail

$$P' P_3 V_3 V'$$

effectué par la détente de t' à t_0 se déduit immédiatement des formules que nous avons données, et qui fournissent

$$A \times P' P_3 V_3 V' = r_0 x_0 \left(\frac{p_0}{t_0 \left(\frac{dp}{dt}\right)_0} - 1 \right)$$

$$- r' x' \left(\frac{p'}{t' \left(\frac{dp}{dt}\right)_{t'}} - 1 \right) + \int_{t_0}^{t'} C dt.$$

On a

$$M P_3 V_3 V' = p_0 (v_3 - v').$$

En substituant à la place des volumes leurs expressions en fonction de la température, et négligeant la différence entre les volumes spécifiques de l'eau liquide à t' et à t_0, on trouve

$$A \times M P_3 V_3 V' = p_0 \left(\frac{r_0 x_0}{t_0 \left(\frac{dp}{dt}\right)_0} - \frac{r' x'}{t' \left(\frac{dp}{dt}\right)_{t'}} \right).$$

Par conséquent, il vient

$$A \times P' P_3 M = r' x' \left(\frac{p_0 - p'}{t' \left(\frac{dp}{dt} \right)_{t'}} + 1 \right) - r_0 x_0 + \int_{t_0}^{t'} C\,dt,$$

ou bien, en mettant à la place de $r'x'$, $r_0 x_0$ leurs expressions en t', t_0,

$$A \times P' P_3 M = \left(\frac{r_1}{t_1} + \int_{t'}^{t_1} C \frac{dt}{t} \right) \left(t' - t_0 - \frac{p' - p_0}{\left(\frac{dp}{dt} \right)_{t'}} \right)$$

$$- t_0 \int_{t_0}^{t'} C \frac{dt}{t} + \int_{t_0}^{t'} C\,dt.$$

Il suffit de diviser cette quantité de chaleur par

$$r_1 + \int_{t_0}^{t_1} C\,dt$$

pour avoir la perte de rendement occasionnée par la détente imparfaite.

Reprenons, comme exemple, la machine fonctionnant avec détente incomplète de 150 degrés C. à 100 degrés C., l'eau du condenseur étant toujours à 50° C. On trouve, au moyen de la formule précédente, que la chaleur perdue, par suite de la détente incomplète, est de 36$^{cal.}$,9. Comme la dépense totale de chaleur monte à 602$^{cal.}$,2, la diminution de rendement est de 0,061.

Si on supposait la détente poussée jusqu'à 75° C., la diminution de rendement se réduirait à 0,022.

Les pertes de rendement, dues au cycle imparfait et à la détente incomplète, ne sont pas les seules auxquelles sont sujettes les machines à va-

peur. Nous citerons les deux principales: la première résulte de ce que la pression de la vapeur est, dans une partie du cylindre, plus faible que dans la chandière, et dans l'autre partie plus grande que dans le condenseur; la seconde est due à l'existence d'un espace entre le cylindre et le piston, quand celui-ci est à la fin de sa course, espace qu'on nomme *nuisible*.

Dans un travail comme celui-ci, destiné à l'exposition des principes de la Thermodynamique, nous ne pouvons entrer dans de plus longs détails sur ces imperfections, ni sur beaucoup d'autres qu'on ne peut éviter dans la pratique. Nous renvoyons le lecteur aux ouvrages spéciaux sur les machines à vapeur, tels que celui de M. Macquorn Rankine.[1])

84. Machines à vapeurs combinées.[2]) — Dans le but d'éviter la perte de chaleur due à une détente incomplète, on a imaginé de se servir de la chaleur abandonnée par la vapeur d'eau au condenseur pour vaporiser un liquide plus volatil, tel que l'éther, le chloroforme, le sulfure de carbone. Dans ces machines, la vapeur d'eau, au sortir du cylindre, arrive dans un condenseur disposé de telle sorte que la chaleur qu'elle abandonne serve à

1) *A manual of the Steam Engine, and other prime Movers.* 2d. edition. 1861.

2) Les machines à vapeurs combinées sont l'invention de M. Prospère Vincent du Trembley. Voyez son ouvrage: *Manuel du conducteur des machines à vapeurs combinées, ou machines binaires (Lyon, 1850—51).*

échauffer un liquide volatil, au point de le vaporiser; la vapeur de ce deuxième liquide fait fonctionner à son tour une nouvelle machine, dont le condenseur peut être utilement maintenu à une température bien inférieure à celle qui conviendrait au condenseur de la première machine.

Reprenons, par exemple, la machine à vapeur d'eau alimentée par de la vapeur à 150° C. et munie d'un condenseur à 75° C., et supposons que le condenseur consiste en un serpentin environné d'éther: l'éther se vaporisera et sa vapeur, à une tension de 4 atmosphères environ, passera dans le cylindre d'une deuxième machine dont le condenseur sera, par exemple, à 10° C. La température inférieure du cycle complet se trouvera ainsi abaissée de 50° C., température la plus basse qui convienne au condenseur de la première machine, à 10° C., température du deuxième condenseur.

A la vérité le même travail qu'on obtient par l'addition d'une machine à éther fonctionnant entre 75° C. et 10° C., pourrait être aussi obtenu directement en continuant la détente de la vapeur d'eau de 75° C. à 10° C.; mais cela exigerait un cylindre de dimensions énormes. En effet, la vapeur d'eau, en passant de la température de 75° C. à 10° C., augmente plus de 26 fois son volume, tandis que la vapeur d'éther, entre les mêmes limites de température, n'augmente que 6 fois son volume.

On a aussi songé à augmenter, dans l'autre

sens, l'intervalle entre les températures extrêmes, en ajoutant un troisième liquide moins volatil que l'eau, et par suite présentant, à températures égales, des tensions moindres que celle-ci. En principe, il n'est pas douteux que cette combinaison de machines, pour ainsi dire, par cascades ne soit avantageuse; mais on ne peut se faire d'avance une idée exacte des difficultés pratiques qu'on rencontrerait dans l'application.

85. Machines à vapeur surchauffée. — Dans les machines à vapeur saturée, on ne peut dépasser une certaine limite de température sans compromettre la solidité des appareils. La température de 180° C. correspond déjà à 10 atmosphères et peut être regardée comme la limite qu'on ne peut dépasser pratiquement. Cependant, plus la température de la chaudière est élevée et plus le rendement de la machine est grand.

Pour satisfaire à ces deux conditions d'une température élevée et d'une tension modérée qui semblent s'exclure, on a imaginé dans ces derniers temps d'employer la vapeur d'eau, non pas à l'état de saturation, mais à l'état surchauffé. Si, prenant la vapeur à sa sortie de la chaudière, on continue à l'échauffer, pendant qu'elle est séparée de son liquide, on pourra la porter à de très-hautes températures, sans que la force élastique en devienne incommode.

De la sorte, on n'est plus arrêté par la considération de la résistance des parois des chaudières

et des cylindres, dans l'emploi des températures élevées.

Il n'entre point dans le plan de cet ouvrage de donner la théorie des machines thermiques employées ou proposées jusqu'ici, d'autant plus que cette théorie ne dépend pas seulement des principes de la Thermodynamique que nous avons tâché d'exposer, mais bien aussi des lois de la propagation de la chaleur; car on comprend que, dans le calcul de toute machine, on ne saurait considérer les organes qui la composent comme imperméables à la chaleur, et qu'il est absolument indispensable de tenir compte des échanges de chaleur qui ont lieu entre le corps qui sert d'agent à la conversion de la chaleur en travail mécanique, et les diverses pièces de l'organisme de la machine.

C'est ce qui rend si compliquée l'analyse complète d'une machine thermique. Nous renvoyons le lecteur à l'ouvrage de M. Rankine déjà cité, où le savant auteur, après un exposé des principes de la Thermodynamique, traite des machines à air, à vapeur saturée, à vapeur surchauffée et à vapeurs combinées.

Nous terminerons par une récapitulation des principes généraux qu'on doit avoir présents à l'esprit, toutes les fois qu'on veut juger sainement de la valeur comparée des machines thermiques.

86. Considérations générales sur les machines thermiques. — La valeur mécanique réelle d'une quantité Q de chaleur est

$$JQ,$$

quel que soit le corps qui la contient (J est l'équivalent mécanique d'une calorie). C'est le principe de Mayer. Mais la valeur pratiquement utilisable, dans une machine thermique, n'est que

$$JQ - JQ\frac{t_0}{t_1},$$

quel que soit le genre de phénomènes dont elle est le siége, quels que soient les corps employés comme agents de la transformation de la chaleur en travail (t_0, t_1 sont les températures extrêmes entre lesquelles la machine fonctionne). C'est le principe de Carnot.

Le rapport de la dépense utile de la chaleur

$$Q - Q\frac{t_0}{t_1}$$

à la dépense totale

$$Q,$$

qui constitue le coefficient économique ou le rendement de la machine, et qui est égal à

$$\frac{t_1 - t_0}{t_1},$$

ne peut être dépassé dans aucune machine thermique.

Si un genre de machine peut l'emporter en quelque façon sur un autre, ce ne peut être qu'en permettant d'opérer entre des limites de température plus écartées.

La température inférieure t_0 est déterminée par le milieu où nous vivons. Tout moyen de refroi-

dissement artificiel nous coûterait au moins autant qu'ils nous rapporterait.

Ne pouvant disposer d'un réfrigérant à une température plus basse que celle du lieu où se trouve le moteur, il ne nous reste, pour augmenter le rendement, d'autre ressource que d'accroître la température t_1 de la source supérieure.

La limite supérieure de cette température est celle de la combustion du charbon qui peut être évaluée à plus de 1000° au-dessus de la glace fondante. Une machine qui utiliserait une chute de chaleur de 1000° à 0°, donnerait un rendement

$$E = \frac{1000}{1274} = 0{,}78.$$

Mais on ne doit pas songer à l'emploi pratique d'une telle température à cause de ses effets destructeurs sur les organes des machines. Même à des températures beaucoup plus basses, l'expérience a démontré qu'avec de l'air, comme corps intermédiaire, les métaux ne résistent guère à son action oxydante.

Quant aux vapeurs, on doit observer que, si on les emploie à l'état de saturation, une haute température nécessite des vases d'une résistance extraordinaire, car la tension d'une vapeur saturée croît très-rapidement avec la température. La vapeur d'eau qui à 100° C. a une force d'une atmosphère, à 150 C. a déjà une force de 4,7 atmosphères, à 200° C. de 15,4 atmosphères, à 230° C. de 27,5 atmosphères.

Les vapeurs saturées des liquides plus volatils que l'eau, tels que l'alcool, l'éther, etc. présentent, à un plus haut degré, le même inconvénient d'une force élastique excessive à des températures élevées. La vapeur d'alcool à 150° C. a une tension de 9,6 atmosphères. La vapeur d'éther à 120° C. a déjà une tension de 10,2 atmosphères.

La vapeur surchauffée se comportant à peu près comme un gaz, présente l'avantage qu'on peut en élever beaucoup la température sans en augmenter la pression hors de mesure. La limite supérieure de la température est ici donnée par la température la plus élevée à laquelle on puisse faire travailler un moteur, sans brûler les graisses, les garnitures du piston, sans user trop rapidement les organes qui frottent les uns sur les autres. On peut estimer, suivant M. Hirn, cette température à 300° C.

La vapeur saturée à cette température de 300° C. aurait l'énorme tension d'environ 83 atmosphères, qui est tout à fait inacceptable; au lieu que la vapeur surchauffée qui serait engendrée sous la pression de $4^{at.},5$ correspondante à 148°,29 C. et surchauffée de 148°,29 C. à 300° C., n'aurait qu'une force élastique d'à peu près $6^{at.},1$.

Une machine thermique qui fonctionnerait entre la température de 300° C. et celle de la glace fondante, donnerait un rendement exprimé par

$$E = \frac{300}{574} = 0,52.$$

C'est très-probablement le plus grand rendement que nous puissions jamais tirer d'un moteur thermique quelconque.

Il est des personnes qui, peu au fait de la théorie mécanique de la chaleur, croient encore à présent aux avantages de l'emploi, dans les machines thermiques, d'un liquide vaporisable à basse température, se fondant sur la propriété qu'a sa vapeur de posséder une tension plus forte que la vapeur d'eau à égale température. Ces personnes ne réfléchissent pas que ce n'est point le corps intermédiaire qui fournit le travail, mais bien la chaleur développée par le combustible; que ce travail est toujours le même, quel que soit le corps de la nature qui sert d'intermédiaire; et qu'il est directement proportionnel à la différence des températures de la source de chaleur et du réfrigérant, et inversement proportionnel à la température absolue de la source de chaleur.

L'emploi, comme véhicule, d'un liquide vaporisable à basse température, aurait pour effet de créer une difficulté dans les tensions excessives auxquelles les vases devraient résister. Le seul avantage qu'il pourrait présenter ce serait l'abaissement de la limite inférieure de température à laquelle la machine peut utilement fonctionner, comme nous l'avons expliqué en parlant des machines à vapeurs combinées. Mais cet avantage n'est point à comparer à celui qu'on obtient par l'élévation de la température de la source. Sous

ce rapport, s'il ne s'agissait que de vapeur à l'état de saturation, au lieu de chercher des liquides vaporisables à basse température, on devrait plutôt chercher un liquide dont la vapeur à des températures élevées eût des tensions modérées; car il permettrait de faire parcourir à la machine un grand intervalle de température.

Mais si au lieu d'employer les vapeurs à l'état saturé, on les emploie à l'état surchauffé, les vapeurs qui se forment à basses températures ont alors l'avantage sur celles qui se forment à des températures plus élevées, parce qu'à égale température, leur tension est moindre. A ce point de vue, l'air, dont le point de vaporisation est si bas qu'on n'a pu l'obtenir jusqu'ici à l'état liquide, a la supériorité sur tous les liquides. Ce serait le véhicule par excellence si l'on n'était arrêté par l'inconvénient pratique de la destruction rapide de tout appareil métallique mis en contact avec de l'air à des températures très-élevées. A cause de cela, la vapeur d'eau surchauffée lui est grandement préférable: tout en détériorant bien moins les organes de la machine, elle peut recevoir des températures assez élevées sans donner des tensions incommodes. Il est à présumer que l'avenir appartient aux machines à vapeur d'eau surchauffée; car elles réunissent les avantages de la machine à air et ceux de la machine à vapeur saturée.

Nous n'avons considéré jusqu'ici les machines thermiques qu'entre les deux sources de chaleur

extrêmes; mais nous ferons remarquer que la perte principale de chaleur dans les machines telles qu'elles existent a lieu dans le foyer même, où plus de la moitié de la chaleur totale développée par la combustion est dispersée par la cheminée dans l'atmosphère, et où cette partie même de la chaleur qui est utilisée passe par une chute brusque et, par conséquent, improductive de travail, dans un corps beaucoup plus froid que le combustible en ignition. Les pertes qui ont lieu ultérieurement, dans le trajet de la chaudière au condenseur, sont bien faibles par rapport à la première.

Aussi, les progrès ultérieurs à réaliser, dans les machines thermiques, ne dépendent-ils pas seulement des perfectionnements à apporter dans la machine même, mais encore de dispositions qui permettent de transmettre au générateur une partie plus grande de la chaleur développée par la combustion dans le foyer, en évitant tout saut brusque de température; car c'est un précepte de la plus haute importance, dû à Sadi Carnot, que, quand la nature met à notre disposition une certaine quantité de chaleur, à une température donnée, nous devons, pour en tirer le plus grand parti possible, ne jamais la laisser passer directement dans un corps de température sensiblement plus basse, ou, en d'autres termes, que nous devons viser toujours à ne laisser se produire une transmission de chaleur qu'entre des corps dont les températures soient aussi peu différentes que possible.

Chapitre IX.

Applications diverses.

Dans le but de répandre plus de lumière sur les principes de la Thermodynamique que nous avons tâché d'exposer, et d'en faire mieux saisir la vraie signification et la portée, nous allons résoudre dans ce dernier chapitre un certain nombre de questions qu'il eût été impossible d'aborder sans leur secours.

1re. Question.

87. — Un projectile est lancé contre un corps pénétrable en repos, dans lequel il s'enfonce. On donne la vitesse du projectile avant la pénétration et les poids, les températures et les chaleurs spécifiques des deux mobiles. Déterminer la température commune après la pénétration.

Soient

P le poids du projectile, T sa température, C sa chaleur spécifique, et V sa vitesse avant la pénétration, P' le poids du corps pénétrable, T' sa température, C' sa chaleur spécifique.

La vitesse u qui a lieu à l'instant final de la

pénétration, où tous les éléments des deux corps ont une vitesse commune, est donnée par l'expression

$$u = \frac{PV}{P + P'};$$

et la force vive des deux corps réunis, par

$$\frac{P + P'}{g} u^2 = \frac{V^2}{g} \cdot \frac{P^2}{P + P'}.$$

La force vive du projectile avant la pénétration était

$$P \frac{V^2}{g}.$$

Par conséquent, la différence ou perte de force vive sera

$$\frac{V^2}{g} \cdot \frac{PP}{P + P'}.$$

A la place de cette force vive qui n'est perdue qu'en apparence, une quantité de chaleur équivalente, égale à

$$\frac{V^2}{2gJ} \cdot \frac{PP'}{P + P'},$$

est produite, J étant l'équivalent mécanique d'une calorie. Si l'on désigne par H la hauteur due à la vitesse du projectile, la chaleur produite aura pour expression

$$\frac{PH}{J} \frac{1}{1 + \frac{P}{P'}}.$$

Cette quantité sera d'autant plus grande que le poids du corps choqué sera plus grand. Quand

celui-ci sera très-grand, la quantité de chaleur produite sera sensiblement égale à

$$\frac{PH}{J}.$$

La pénétration finie, les deux corps se mettront en équilibre de température. Si nous désignons par Θ la température commune qui aura lieu, la chaleur dégagée

$$\frac{PH}{J} \cdot \frac{P'}{P+P'}$$

devra être égale à

$$CP(\Theta - T) + C'P'(\Theta - T^{1}).$$

En égalant ces deux quantités, on en déduit

$$\Theta = \frac{PH}{J} \cdot \frac{P'}{(P+P')(CP+C'P')} + \frac{CPT + C'P'T'}{CP + C'P'}.$$

Si les deux corps sont à la même température avant la pénétration, on aura pour leur température après

$$\Theta = T + \frac{PH}{J} \cdot \frac{P'}{(P+P')(CP+C'P')}.$$

Nous ne savons si l'on n'a jamais pensé dans l'artillerie à déterminer la vitesse des projectiles au moyen de la chaleur dégagée par le choc.

Supposons qu'on tire contre une plaque en fonte une balle de plomb. Celle-ci s'aplatira contre la plaque et tombera à terre. Si on la recueille immédiatement et si l'on en mesure la température, on pourra en conclure la vitesse dont était animée la balle à l'instant du choc. Ici, toute ou presque toute la chaleur produite reste dans la

balle, car le corps choqué n'a pas le temps de se mettre en équilibre de température avec la balle qui s'en sépare. La vitesse acquise par le corps choqué étant nulle, la chaleur dégagée sera égale à

$$\frac{PV^2}{2gJ}.$$

Ainsi l'augmentation de température sera donnée par l'équation

$$CP(\Theta - T) = \frac{PV^2}{2gJ},$$

d'où l'on tire

$$V = \sqrt{2gJC(\Theta - T)}.$$

Exemple numérique.

On a trouvé qu'une balle de plomb lancée contre une plaque en fonte s'est échauffée par le choc de 500°. La chaleur spécifique du plomb est

$$C = 0{,}0314.$$

En prenant

$$g = 9^m{,}80604,$$
$$J = 425^{km},$$

on trouve pour la vitesse de la balle à l'instant du choc

$$V = 361^m{,}75.$$

2. Question.

88. — Les données étant les mêmes que dans la question précédente, on suppose que le corps pénétrable est fixé à un axe horizontal autour duquel il peut tourner, et que la direction du projectile est horizontale et perpendiculaire à l'axe de rotation. Il s'agit

d'évaluer la chaleur développée par le choc, d'après l'angle dont le corps faisant l'office de pendule sera écarté de la verticale.

Appelons I le moment d'inertie du pendule avant sa réunion au projectile, ω la vitesse angulaire à l'instant final de la pénétration où les deux corps se meuvent ensemble comme ne faisant qu'un système solide, on a d'après les principes de la mécanique

$$\omega\left(I + \frac{Pb^2}{g}\right) - \frac{PVb}{g} = 0,$$

b étant la plus courte distance de l'axe à la direction du projectile.

Avant le choc la force vive du projectile était

$$\frac{P}{g}V^2;$$

à l'instant final du choc, la force vive des deux corps réunis est

$$\omega^2\left(I + \frac{Pb^2}{g}\right)$$

ou bien, en éliminant ω à l'aide de l'équation précédente,

$$\frac{P^2V^2b^2}{g(gI + Pb^2)}.$$

Par conséquent la perte de force vive sera égale à

$$\frac{PV^2}{g} \cdot \frac{gI}{gI + Pb^2}.$$

Maintenant, si nous appelons P' le poids du pendule sans le projectile, a la distance de son centre de gravité à l'axe de rotation, la distance du centre de gravité des deux corps réunis au même axe sera égale à

$$\frac{Pb + P'a}{P + P'},$$

et la hauteur à laquelle s'élève ce centre, dans une oscillation du pendule

$$\frac{Pb + P'a}{P + P'}(1 - \cos \alpha).$$

Le travail développé sera donc égal à

$$2\,(Pb + P'a)\, sin^2 \frac{1}{2}\, \alpha.$$

Ce travail étant égal à la moitié de la force vive totale

$$\frac{1}{2}\, \omega^2 \left(I + \frac{Pb^2}{g}\right),$$

on en déduit, eu égard à la valeur de ω donnée par la première équation,

$$\frac{PV^2}{g} = 4\,(gI + Pb^2)\left(\frac{1}{b} + \frac{a}{b^2} \cdot \frac{P'}{P}\right) sin^2 \frac{1}{2}\, \alpha.$$

Cette valeur, introduite dans l'expression de la perte de la force vive, lui donne pour expression

$$4\,g\,I\left(\frac{1}{b} + \frac{a}{b^2} \cdot \frac{P'}{P}\right) sin^2 \frac{1}{2}\, \alpha.$$

Par conséquent la chaleur produite pendant la pénétration sera égale à

$$\frac{2gI}{J}\left(\frac{1}{b} + \frac{a}{b^2} \cdot \frac{P'}{P}\right) sin^2 \frac{1}{2}\, \alpha.$$

Le pendule balistique de l'artillerie se compose essentiellement d'un récepteur en fonte, suspendu à un cadre en fer, et rempli d'une matière pénétrable, plomb, terre ou sable, dans laquelle le projectile

s'enfonce. Si l'on transformait ce récepteur en un calorimètre, on conçoit que l'on pourrait évaluer la vitesse du projectile d'après la chaleur produite dans le choc. En effet, si l'on désigne par Q cette chaleur il est aisé de voir qu'on aurait

$$V^2 = 2JQ\left(\frac{g}{P} + \frac{b^2}{I}\right).$$

Exemple numérique.

Un obus de campagne du poids

$$P = 4^k,5,$$

lancé contre un pendule balistique dont le moment statique est

$$P'a = 27170,$$

et le moment d'inertie

$$I = 13855,$$

a rencontré le pendule à une distance, mesurée verticalement,

$$b = 5^m$$

de l'axe de rotation, et a fait dévier le pendule de l'angle

$$\alpha = 2^\circ\ 42'\ 30''$$

de la verticale.

On demande la chaleur dégagée, dans le récepteur du pendule, par la perte de force vive que subit le projectile en s'y enfonçant.

En prenant
$$g = 9^m{,}80604,$$
$$J = 425^{km},$$
il vient
$$86^{cal.}{,}31$$
pour la chaleur produite.

3. Question.

89. — Une étoile filante d'un poids donné entre dans l'atmosphère terrestre avec une vitesse et une direction connues; déterminer la chaleur dégagée pendant son trajet depuis son entrée dans l'atmosphère jusqu'à son arrivée dans une couche d'air d'une force élastique donnée. On fait abstraction de la gravité.

La perte de force vive qu'un corps, se mouvant dans l'air, éprouve dans son trajet, doit en définitive se convertir toute en chaleur. Assurément, une partie de la force vive de ce corps se transforme d'abord en force vive communiquée aux molécules de l'air, en vibrations sonores, en électricité, etc. Mais tous ces effets secondaires finiront par s'éteindre en se transformant en chaleur.

Il s'ensuit que, pour trouver l'accroissement de chaleur que l'atmosphère reçoit par le passage d'une étoile filante, il suffit de calculer la perte de force vive de l'étoile et de multiplier cette perte par l'équivalent calorifique du travail mécanique.

Soit P le poids de l'étoile filante, δ le poids spécifique de l'air, variable selon la hauteur, u la vitesse variable de l'étoile filante. La résistance éprouvée par celle-ci dans son mouvement dans

l'air est proportionnelle à la densité de l'air et à la surface de la projection du mobile sur un plan perpendiculaire à la direction du mouvement, de sorte qu'on peut l'exprimer par

$$S\delta F(u),$$

S étant la surface de la projection du mobile, $F(u)$ une fonction exprimant la loi selon laquelle la résistance de l'air varie en vertu des variations de la vitesse.

Si l'on désigne par x l'espace parcouru par le mobile, on aura, pour l'équation de son mouvement

$$u\,du = -\frac{g}{P}\,S\delta F(u)\,dx.$$

Dans cette équation le poids spécifique δ de l'air est une fonction du chemin parcouru x. Mais heureusement nous n'avons pas besoin de connaître cette fonction. En effet, si l'on divise par $F(u)$ et si l'on intègre, il vient

$$\int \frac{u\,du}{F(u)} = -\frac{g}{P}\int S\delta\,dx,$$

où les intégrales doivent être prises depuis le commencement jusqu'à la fin du trajet considéré. Or, il est clair que l'intégrale

$$\int S\delta\,dx$$

est égale au poids de l'air atmosphérique que le mobile rencontre dans son chemin depuis le commencement jusqu'à la fin de son trajet. Rien n'est plus facile que de déterminer ce poids. Si la di-

rection de l'étoile filante est verticale, ce poids fait équilibre à une colonne barométrique de mercure de section égale à celle de la colonne aérienne considérée. Si la direction de l'étoile filante est oblique, la quantité d'air qu'elle rencontre sera égale à celle du cas précédent divisée par le cosinus de l'angle que sa direction fait avec la verticale.[1] Si l'on désigne par h la hauteur du baromètre dans la couche d'air où l'on fait finir le trajet de l'étoile filante; par m le poids spécifique du mercure; par z l'angle de la direction de l'étoile filante avec la verticale, on aura

$$\int S\delta \, dx = Shm \text{ séc } z,$$

et par suite

$$\int_{u_0}^{u} \frac{u\,du}{F(u)} = -\frac{g}{P} Shm \text{ séc } z.$$

Lorsque la fonction $F(u)$, qui exprime la résistance de l'air, sera connue, on pourra, après l'intégration, obtenir la valeur de la vitesse u correspondante au point où la pression de l'air est mesurée par h. On calculera ensuite, au moyen de l'expression

$$\frac{AP}{2g}(u_0^2 - u^2),$$

la chaleur développée par l'étoile filante pendant

1) Ce beau théorème qui nous dispense de connaître la constitution de l'atmosphère est dû à M. Schiaparelli. Voyez *Rendiconti del R°. Istituto Lombardo, Vol. 1, serie II, p. 34.*

son trajet dans l'atmosphère, jusqu'à la couche où la pression est h.

Nous n'avons aucune donnée sur la forme de la fonction $F(u)$ qui convient aux vitesses planétaires des étoiles filantes. Pour nous former une idée de la chaleur produite par ces météores, nous supposerons que la fonction qui convient aux projectiles de l'artillerie leur est applicable.

La résistance que ceux-ci éprouvent de la part de l'air est assez bien représentée par la formule

$$F(u) = \beta u^2 \left(1 + \frac{u^2}{c^2}\right),$$

où l'on a

$$\beta = 0{,}03206,$$
$$c = 696,$$

en prenant pour unités le mètre, la seconde et le kilogramme.[1]

Si l'on introduit cette fonction et si l'on intègre entre les limites, on obtient

$$u^2 = \frac{u_0^2}{\left(1 + \frac{u_0^2}{c^2}\right) e^{\frac{2g\beta S}{P} hm \text{ séc } z} - \frac{u_0^2}{c^2}}.$$

Par conséquent la chaleur produite par le passage de l'étoile filante sera exprimée par

$$\frac{AP}{2g}\left\{u_0^2 - \frac{u_0^2}{\left(1 + \frac{u_0^2}{c^2}\right) e^{\frac{2g\beta S}{P} hm \text{ séc } z} - \frac{u_0^2}{c^2}}\right\}.$$

1) *V. Del moto dei projetti nei mezzi resistenti* par l'auteur. *Mem. dell' Accademia delle scienze di Torino, serie II, t. XVI.*

Exemples numériques.

Nous prendrons pour exemple un **aérolithe** sphérique d'un rayon égal à $0^m,1$, dont le poids spécifique soit 3500^k tel qu'on le trouve dans les perries météoriques ordinaires. Le poids P sera de $14^k,7$. M. Schiaparelli a démontré que la vitesse avec laquelle les étoiles filantes entrent dans l'atmosphère, en tenant compte de l'accélération produite par la gravité terrestre, est comprise entre les limites de 16 à 72 kilomètres par seconde.[1])

Prenons d'abord

$$u_0 = 16000^m$$

et posons

$$h = 0^m,012, \qquad z = 0,$$

$$\bar{m} = 13600^k, \qquad A = \frac{1}{425},$$

on trouve

$$u = 1397^m$$

pour la vitesse restante, et 446850 calories pour la chaleur développée.

Si l'on prend pour la vitesse de l'étoile filante la valeur

$$u_0 = 72000^m,$$

il vient

$$u = 1403^m$$

pour la vitesse restante, et 9114736 calories pour la chaleur dégagée.

---

1) *Note e riflessioni sulla Teoria astronomica delle stelle cadenti. Mem. della Soc. Italiana delle scienze, serie III, t. 1.*

Ainsi, l'aérolithe animé d'une vitesse de 16 kilomètres par seconde, en arrivant à un point où la pression atmosphérique est de $0^m,012$, a déjà perdu les $\frac{10}{11}$ de sa vitesse et les $\frac{130}{131}$ de sa force vive.

Dans le cas d'une vitesse de 72 kilom., l'aérolithe, en arrivant dans la couche d'air dont la pression est de $0^m,012$, a déjà perdu les $\frac{50}{51}$ de sa vitesse et les $\frac{2632}{2633}$ de sa force vive.

On obtient des résultats encore plus remarquables, en déterminant la vitesse restante et la perte de force vive, à l'arrivée de l'étoile filante dans la couche d'air où la pression est seulement de $0^m,001$ de mercure. En effet, pour une vitesse d'entrée de 16000^m, on trouve une vitesse restante de 4871^m et une quantité de chaleur dégagée égale à 408556 calories; et pour une vitesse de 72000^m, une vitesse restante de 5105^m et une chaleur de 9072360 calories.

Ainsi une étoile filante, en traversant les couches extrêmes de l'atmosphère où l'air n'est pas plus dense que dans le vide de nos meilleures machines pneumatiques, dégage déjà une quantité de chaleur suffisante pour rendre raison de tous les phénomènes d'incandescence et de fusion.

On comprend par là pourquoi le développement principal de lumière, pour la plus grande partie de ces météores, a lieu dans les régions les plus

élevées de l'atmosphère. En arrivant plus bas, presque toute leur vitesse est éteinte, et ils arriveraient à terre avec un mouvement très-lent si la gravité ne venait à leur aide, dans la partie inférieure de leur trajet.

Remarque. — L'élévation des étoiles filantes à fait supposer à Poisson qu'il pourrait exister une atmosphère électrique s'étendant au delà de l'atmosphère aérienne. Voici comment il s'exprime à cet égard: „Il paraît que ces corps (les étoiles filantes), „lors de leur apparition sont très-éloignés de la „terre, et à une distance où la densité de l'atmos„phère est tout à fait insensible; ce qui rend dif„ficile d'attribuer, comme on le fait, leur incan„descence à un frottement[1]) contre les molécules „de l'air. Ne pourrait-on pas supposer que le fluide „électrique, à l'état neutre, forme une sorte d'atmos-

1) Il serait enfin temps que les physiciens ne fissent plus joner au frottement le rôle principal dans l'inflammation des étoiles filantes. Le frottement ne peut avoir qu'nne part très-faible dans la production du phénomène. Ce n'est point à nn *briquet à pierre* qu'on doit comparer une étoile filante, mais plutôt à un *briquet pneumatique,* ainsi quo l'a parfaitement fait voir notre ami M. le Prof. Govi, dans nn mémoire ln à l'Académie des sciences de Turin lo 5 Avril 1868. Il a comparé l'action des bolides à colle du piston dans le *briquet pneumatique,* parce que le gaz traversé par le bolide, transmettant le mouvement reçn avec une vitesse incomparablement inférieure à celle du projectile, constitue, pour ainsi dire, tout le long dn trajet un canal à parois solides, dans lequel le météorite s'avance, en comprimant l'air qn'il rencontre. M. Govi a calculé la chalenr dégagée par le bolide, en employant l'expression de la résistance de l'air proposée par M. Didion, et les nombres qu'il a obtenus do la sorte ne s'éloignent guèro de coux que nous venons de donner. V. *Atti della R. Acc. delle scienze di Torino.* Vol. III, p. 515 et suiv.

„phère, qui s'étend beaucoup au delà de la masse „d'air: qui est soumise à l'attraction de la terre, „quoique physiquement impondérable; et qui suit, „en conséquence, notre globe dans ses mouvements? „Dans cette hypothèse, les corps dont il s'agit, et, „en général, les **aérolithes**, en entrant dans cette „atmosphère impondérable, décomposeraient le fluide „neutre, par leur action inégale sur les deux élec- „tricités, et ce serait en s'électrisant qu'ils s'échauf- „feraient et deviendraient incandescents.“ [1])

On conviendra que cette hypothèse d'une atmosphère électrique est bien gratuite, au moins est-elle inutile pour expliquer les apparences diverses que présentent les étoiles filantes. La seule considération de la perte de force vive, que ces météores doivent subir dans leur trajet à travers l'atmosphère, rend parfaitement compte, comme l'a fait voir le premier M. Schiaparelli, de leur inflammation dans les régions supérieures et de leur extinction, en pénétrant dans les couches atmosphériques inférieures.

Qu'on nous permette de mentionner ici une curieuse explication proposée par M. Benjamin V. Marsh, de l'inflammation des étoiles filantes dans les hautes régions de l'atmosphère, où l'air est excessivement raréfié.

Suivant M. Marsh[2]), l'air dilaté contient une

1) *Recherches sur la probabilité des jugements,* p. VI, note.
2) *American Journal of science and arts, par Silliman* No. 106, July 1863, p. 92.

quantité énorme de chaleur **latente** absorbée pendant sa dilatation. Cette chaleur est nécessairement dégagée lors de la compression exercée sur l'air par l'étoile filante au moment où, traversant l'atmosphère avec une grande vitesse, elle fait subir une énorme condensation aux couches situées sur son trajet.

Pour donner une idée de cette chaleur, M. Marsh cite les résultats numériques suivants: Lorsque l'air est libre de se dilater, les $\frac{5}{7}$ seulement de la chaleur qui lui est fournie, sont employés à élever sa température, et les $\frac{2}{7}$ restants sont absorbés par l'air et rendus latents. Ainsi des 274° nécessaires pour doubler le volume d'une masse d'air, 78° sont rendus latents, et, en général, des $274\,(n-1)$ degrés qui sont nécessaires pour augmenter le volume dans le rapport de 1 à n, $78\,(n-1)$ degrés sont rendus latents.

Or, à une hauteur de 3,43 milles le volume d'un poids donné d'air est le double de son volume à la surface de la terre, et, à mesure qu'on monte, le nombre des volumes est doublé par chaque addition de 3,43 milles à la hauteur. Par conséquent, à la hauteur de 3,43 milles, l'air aura 78° de chaleur latente; à la hauteur de 6,86 milles, il aura 234° de chaleur latente, et ainsi de suite.

D'après cela, à la hauteur de 68,60 milles, l'air serait 1048576 fois plus rare qu'à la surface

de la terre et il contiendrait 81788850 degrés de chaleur latente.

En supposant que la compression exercée par l'étoile filante sur l'air n'en réduise la densité qu'à celle qui a lieu à la surface terrestre, on voit qu'il y aura un développement énorme de chaleur capable de volatiliser de grandes masses.

La quantité de calorique contenue dans l'air étant d'autant plus grand que l'air est plus dilaté, on s'explique alors pourquoi, dans les hautes régions, les inflammations des étoiles filantes sont plus fréquentes que dans les couches situées plus bas.

Telle est la substance de l'explication de M. Marsh. Il n'est pas besoin de grands développements pour en faire voir l'inanité. La chaleur n'est point **cachée** dans l'air dilaté. C'est abuser des mots que d'appeler **latente** la chaleur qui s'est convertie en travail **extérieur** pendant la dilatation. On pourrait appeler **latente** la chaleur qui se transforme en travail **intérieur**, dans les corps où ce travail existe; mais il vaut mieux bannir ce mot de la science.

Dans les gaz, le travail intérieur étant négligeable, la chaleur que contient un poids donné d'un gaz dépend uniquement de la température. Ainsi 1^{mc} d'air sous la pression de $0^m,760$ et à la température de la glace fondante contient autant de chaleur que 2^{mc} à la pression de $0^m,380$ et à la même température, que 760^{mc} sous la pression de $0^m,001$, et ainsi de suite.

La chaleur qu'on tire de l'air en le comprimant dépend uniquement du travail dépensé pour opérer la compression et nullement de la densité de l'air.

Lorsqu'une étoile filante perd une quantité donnée de force vive, dans son trajet à travers l'atmosphère, elle produit toujours la même quantité de chaleur, quelle que soit la densité des couches d'air qu'elle traverse. La seule différence consiste en ce que le chemin qu'elle aura à parcourir pour produire une certaine quantité de chaleur, sera d'autant plus grand que l'air sera plus rare. Si l'on pouvait anéantir la partie supérieure et plus légère de l'atmosphère, tout en conservant inaltéré l'état de la partie inférieure, une étoile filante qui pénétrerait d'emblée dans cette atmosphère plus dense y produirait, dans les premiers moments, des effets calorifiques et lumineux bien autrement intenses qu'en pénétrant dans les couches extrêmes de l'atmosphère actuelle.

Nous n'insisterons pas davantage sur ce sujet; si nous nous y sommes arrêté autant, c'est pour faire voir à quelles fausses conséquences peut conduire l'ancienne conception du **calorique latent**, et combien il importe de s'en débarrasser.

4. Question.

90. — Dans un réservoir d'une capacité quelconque est renfermé de l'air atmosphérique à la température t_0, et sous une pression p_0 supérieure à celle de l'atmosphère qui a lieu au dehors du réservoir. En ouvrant un robinet qui fait communiquer l'intérieur

du réservoir avec l'air extérieur, on laisse s'écouler pendant un temps très-court une partie de l'air intérieur. On ferme le robinet et l'on observe la pression p_1 de l'air intérieur avant qu'aucune chaleur ne soit communiquée par les parois du réservoir. Enfin, après avoir attendu le temps nécessaire pour que les corps environnants aient restitué la chaleur qui a disparu pendant l'écoulement, on observe la pression p_2 de l'air contenu dans le réservoir.

Il s'agit de déterminer l'équivalent mécanique de la chaleur, d'après ces données.[1])

Pendant l'écoulement, l'air renfermé dans le réservoir n'éprouve ni perte ni gain de chaleur et il surmonte une pression égale à chaque instant à sa force élastique. On sait que, dans ces circonstances, la pression et la température sont liées par la relation

$$\frac{t_1}{t_0} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}},$$

γ étant le rapport de la chaleur spécifique à pression constante à la chaleur spécifique à volume constant.

Le volume qui correspond aux deux pressions p_1, p_2 restant le même, on aura

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{p_1}{p_2},$$

et puisque

$$t_0 = t_2,$$

il vient

1) Gay-Lussac et Welter ont déterminé le rapport des deux chaleurs spécifiques de l'air par ce moyen. (Voyez la *Mécanique céleste* de Laplace t. V, pag. 126). Cette méthode, dont la première idée est de Clément et Desormes, a été employée dernièrement par MM. Tresca et Laboulaye pour déterminer l'équivalent mécanique de la chaleur.

$$\frac{t_1}{t_0} = \frac{p_1}{p_2}.$$

On aura donc

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}};$$

d'où l'on déduit

$$\gamma = \frac{\log p_0 - \log p_1}{\log p_0 - \log p_2}.$$

Maintenant, on a la relation

$$J = \frac{R}{c(\gamma - 1)}$$

entre l'équivalent mécanique de la chaleur J et le rapport γ des deux chaleurs spécifiques, c étant la chaleur spécifique à volume constant et R étant donné par l'expression

$$R = \frac{pv}{t}.$$

On aura donc

$$J = \frac{R}{c} \cdot \frac{\log p_0 - \log p_2}{\log p_2 - \log p_1}.$$

Exemple numérique.

Dans une expérience faite par Gay-Lussac et Welter, on a eu

$$p_0 = 773^{mm},3644,$$
$$p_1 = 757,$$
$$p_2 = 761,4409.$$

En prenant

$$R = 29,172,$$
$$c = \frac{0,238}{1,41},$$

on obtient

$$J = 459^{km},1.$$

Remarque. — Cette valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur est certainement trop grande. La cause de ce résultat exagéré doit être cherchée dans le réchauffement qu'éprouve, pendant l'écoulement, et par rayonnement et par contact, l'air renfermé dans le réservoir. Par suite de ce réchauffement, la valeur de p_1 est plus grande qu'elle ne serait, si le réservoir ne fournissait aucune chaleur pendant l'écoulement; de sorte que la valeur de J résulte trop grande.

MM. Tresca et Laboulaye ont eu égard à cette cause d'erreur et ont introduit une correction pour en tenir compte. Cependant nous ne serions pas étonné que la correction qu'ils ont apportée ne fût pas suffisante, parce qu'ils ont trouvé un équivalent de la chaleur plus élevé que la plupart des autres expérimentateurs.

---

5. Question.

91. — Une quantité donnée d'air, à une température donnée, est renfermée dans un cylindre vertical, sous un piston se mouvant sans frottement et dont le poids fait équilibre à la force élastique de l'air. On augmente graduellement le poids du piston en y ajoutant successivement des poids aussi petits qu'on voudra.

A chaque addition de poids, le volume de l'air diminue, le piston descend et l'air s'échauffe. On demande la chaleur dégagée par cette compression poussée jusqu'à ce que le poids du piston soit devenu n fois ce qu'il était au commencement:

1°. Dans le cas où l'air est toujours maintenu à la même température, en enlevant la chaleur à mesure qu'elle est produite;

2°. Dans le cas où, les parois du cylindre étant imperméables à la chaleur, toute la chaleur produite reste dans l'air et lui est enlevée en une seule fois, à la fin de l'opération, en remenant la température à sa valeur primitive, pendant que la pression reste constante.

Avec les idées anciennes sur le **calorique latent**, on n'aurait pas hésité à répondre que la chaleur dégagée doit être la même dans les deux cas, car l'état de l'air étant le même au commencement de l'expérience dans les deux cas, et étant encore le même à la fin de l'expérience de part et d'autre, la même quantité de chaleur cachée dans le corps en sera **exprimée** ou, en d'autres termes, sera mise en liberté.

Maintenant qu'on sait que la chaleur produite par la compression ne préexistait point dans le corps, mais n'est qu'une transformation du travail consommé pour faire passer le corps de l'état initial à l'état final, si l'on trouve que le travail dépensé diffère d'un cas à l'autre, on doit en conclure que la chaleur dégagée sera également différente.

Or, la suite des modifications diffère d'une expérience à l'autre, et l'on voit immédiatement que les pressions successives sont plus grandes dans le second cas que dans le premier, et que par suite le travail à dépenser pour porter la pression de *1* à *n* est plus grand dans le second que dans le premier.

Il est vrai que, dans la dernière partie de la seconde expérience, lorsqu'on diminue la tempéra-

ture sous pression constante, l'air fournit un travail qu'il faut déduire du travail dépensé dans la première partie de l'expérience; mais ce travail fourni est loin de compenser le surplus du travail dépensé, comme on va le voir.

Soient t_0, p_0, v_0 la température, la pression et le volume spécifique de l'air au commencement des deux expériences, on a, d'après les lois de Mariotte et de Gay-Lussac

$$p_0 v_0 = R t_0.$$

Soit p_1 la pression à la fin de la compression, de manière qu'on ait

$$p_1 = n p_0.$$

Le travail à dépenser pour comprimer l'air de p_0 à p_1, à la température constante t_0, est donné par l'expression (41)

$$R t_0 \log \frac{p_1}{p_0} = R t_0 \log n;$$

et la chaleur équivalente à ce travail par

$$A R t_0 \log n.$$

En ayant égard à l'équation (39)

$$A R = (Q_p)_t - (Q_v)_t = \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma}\right) (Q_p)_t$$

où

$$\gamma = \frac{(Q_p)_t}{(Q_v)_t},$$

il vient

$$\left(\frac{\gamma - 1}{\gamma}\right) t_0 (Q_p)_t \log n$$

pour la chaleur produite dans la première expérience.

Passons maintenant à la seconde expérience. Soit t_1 la température de l'air, après que la pression a été portée de p_0 à p_1, sans addition ni soustraction de chaleur. On a (42)

$$t_1 = t_0\, n^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

Lorsque l'air comprimé est refroidi de t_1 à t_0 sous la pression constante p_1, la chaleur abandonnée dans cette opération est égale à

$$(t_1 - t_0)\,(Q_p)_t = t_0 \left(n^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) (Q_p)_t.$$

Si l'on divise la chaleur soutirée dans cette seconde expérience par celle soutirée dans la première, on obtient

$$\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\right) \left(\frac{n^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\log n}\right).$$

Telle est l'expression du rapport des chaleurs produites dans les deux expériences.

Ce rapport, qui est égal à l'unité quand

$$n = 1,$$

va en croissant indéfiniment à mesure que n croît.

Exemples numériques.

Pour $n = 2$ ce rapport est 1,11. Pour $n = 10$ il est 1,42, c'est-à-dire que la chaleur dégagée par une compression rapide est presque une fois et demie celle qui est dégagée par une compression très-lente. La température absolue à laquelle s'élève l'air, par une compression rapide, est pour

$$n = 10$$

égale à 1,953 fois la température primitive, de sorte que si celle-ci est égale à la température de la glace fondante ou à 274°, à la fin de la compression l'air aura la température de 261° au-dessus de la glace fondante.

---

6. Question.

92. — Une quantité donnée d'air contenue dans un cylindre vertical, est séparée de l'air ambiant par un piston se mouvant sans frottement, dont le poids est équilibré par un autre poids égal, au moyen d'un fil s'enroulant autour d'une poulie de renvoi. Dans cet état de choses, l'air dans le cylindre a la même force élastique que l'air extérieur, et le piston n'exerce aucune action sur lui. A un instant donné, on coupe le fil, de sorte que le piston se trouve abandonné subitement à la pesanteur. Il s'agit de déterminer le point le plus bas auquel descendra le piston, ainsi que la température et la pression de l'air renfermé sous le piston, dans cette position extrême. On suppose que les parois du cylindre sont imperméables à la chaleur.

A l'instant où le piston est abandonné à la pesanteur, sa face inférieure est pressée de bas en haut par la force élastique de l'air renfermé dans le cylindre, et de haut en bas par une force égale provenant du poids de l'atmosphère, plus le poids du piston.

Soit à l'origine n le rapport de la pression de haut en bas à celle contraire de bas en haut.

A mesure que le piston descend, la pression sur la face inférieure augmente, soit parce que le volume de l'air contenu dans le cylindre diminue, soit parce que la température augmente. Ainsi la

force qui sollicite le piston et qui est égale à la différence du poids constant π à la pression variable de l'air contenu dans le cylindre, va decroissant à mesure que le piston s'enfonce. Il arrivera un instant où cette force deviendra nulle, quand la pression inférieure sera égale au poids comprimant. Après cet instant la pression inférieure surpassera la pression supérieure et la vitesse ira décroissant jusqu'à devenir nulle. Le piston étant arrivé au bas de sa course et ayant perdu toute sa vitesse, sera chassé en haut par l'élasticité de l'air et repassera en remontant par les mêmes points avec les mêmes vitesses, en sens contraire, qu'en descendant; puis il redescendra et ainsi de suite indéfiniment, en exécutant des oscillations isochrones.

Il serait facile de déterminer la loi du mouvement du piston, c'est-à-dire la vitesse dans chaque point de sa course et le temps pour y arriver. Mais on ne demande que la quantité totale dont le piston descend et l'état de l'air correspondant à sa position extrême.

A l'instant où le piston cesse de descendre, il a reçu de la pesanteur, depuis le commencement du mouvement, le travail

$$n a p_0 x,$$

p_0 étant la pression initiale de l'air, a l'aire de la section du piston et x la quantité dont le piston est descendu. Au même instant l'air a subi un travail égal à

$$\frac{p_0 v_0}{\gamma - 1} \left\{ \left(\frac{v_0}{v_1}\right)^{\gamma - 1} - 1 \right\},$$

v_0 étant le volume initial et v_1 le volume final. Les deux quantités précédentes sont des expressions diverses du même travail, ainsi l'on aura

$$n a x = \frac{v_0}{\gamma - 1} \left\{ \left(\frac{v_0}{v_1}\right)^{\gamma - 1} - 1 \right\}.$$

Or, l'on a

$$a x = v_0 - v_1.$$

En substituant et posant

$$\frac{v_0}{v_1} = y,$$

il viendra

$$y^\gamma - \{1 + (\gamma - 1) n\} y + (\gamma - 1) n = 0.$$

Ayant trouvé la valeur de y, par la résolution de cette équation, on en déduira

$$x = \frac{v_0 (y - 1)}{a y},$$
$$t_1 = t_0 y^{\gamma - 1},$$
$$p_1 = p_0 y^\gamma.$$

Exemples numériques.

Soit $n = 2$

$$(\gamma = 1{,}41).$$

On trouve

$$y = 2{,}816,$$
$$t_1 = (1{,}529)\, t_0,$$
$$p_1 = (4{,}305)\, p_0.$$

Ainsi, au moyen de la chute d'un poids équivalent à deux atmosphères, on peut obtenir une pression d'environ quatre atmosphères et un tiers. Si l'on

suppose que l'air avait au commencement de l'expérience la température de la glace fondante, on aura

$$t_0 = 274^{\circ}, \qquad t_1 = 418^{\circ},95;$$

de sorte que la température de l'air à la fin de la compression sera de 144°,95 au-dessus de la glace fondante.

Si

$$n = 10,$$

on trouve

$$y = 51,17,$$
$$t_1 = (5,02)\, t_0,$$
$$p_1 = (256,87)\, p_0.$$

Si l'on suppose

$$t_0 = 274^{\circ}$$

on aura

$$t_1 = 1375^{\circ},48$$

ou bien 1101°,48 au-dessus de la glace fondante; c'est-à-dire que l'air, par la compression opérée par un poids équivalent à dix atmosphères, acquiert une température de 1101°,48. Il n'y a donc pas à s'étonner si dans le briquet pneumatique l'amadou prend feu.

7. Question.

93. — Un piston du poids P est placé à une hauteur H au-dessus d'un cylindre auquel il peut s'adapter parfaitement; les deux axes sont sur la même verticale. On laisse tomber le piston qui pénètre dans le cylindre et y comprime l'air contenu. On demande le point le plus bas auquel parviendra le piston, ainsi que la température et la pression de l'air correspondantes. On suppose que les parois du cylindre sont imperméables à la chaleur.

Au point le plus bas de sa descente le piston a reçu, depuis le commencement du mouvement, le travail

$$PH + Px + ap_0 x,$$

x étant l'espace parcouru dans le cylindre, a l'aire de la section du piston, égale à celle du cylindre, p_0 la pression atmosphérique.

On a, d'autre part, pour le travail résistant développé par le ressort de l'air,

$$\frac{p_0 v_0}{\gamma - 1}\left\{\left(\frac{v_0}{v_1}\right)^{\gamma-1} - 1\right\},$$

v_0 étant le volume total du cylindre, et v_1 le volume au-dessous du piston lorsqu'il est parvenu au point le plus bas de sa course. On a

$$ax = v_0 - v_1.$$

En égalant les deux travaux on obtient

$$PH + (P + ap_0)x = \frac{p_0 v_0}{\gamma - 1}\left\{\left(\frac{v_0}{v_1}\right)^{\gamma-1} - 1\right\};$$

et divisant par $p_0 v_0$ et posant

$$\frac{P + ap_0}{ap_0} = n, \qquad \frac{aH}{v_0} = m, \qquad \frac{v_0}{v_1} = y,$$

il vient

$$y^\gamma - [1 + (\gamma - 1)(n - m + mn)]\,y + (\gamma - 1)\,n = 0.$$

De cette équation on déduira la valeur de y, qui étant substituée dans les expressions

$$x = \frac{v_0(y-1)}{ay},$$
$$t_1 = t_0 y^{\gamma-1},$$
$$p_1 = p_0 y^\gamma,$$

fournira la hauteur de la descente du piston, la température et la pression qui correspondent au point le plus bas de la course.

Exemples numériques.

Soit

$$n = 2, \qquad m = 1,$$

il vient

$$y = 6{,}07,$$
$$t_1 = (2{,}09)\, t_0,$$
$$p_1 = (12{,}71)\, p_0;$$

soient

$$n = 10, \qquad m = 10,$$

il vient

$$y = 9102{,}0,$$
$$t_1 = 42\, t_0,$$
$$p_1 = 382281\, p_0.$$

Si $\qquad t_0 = 274^{\circ},$

on a $\qquad t = 11508^{\circ},$

ou bien 11234° au-dessus de la glace fondante.

Remarque. — On voit, par là, quelle est la puissance des moyens précédents pour comprimer l'air à de hautes tensions. Sous la forme que nous leur avons donnée, ces moyens ne seraient pas pratiques; mais on peut les rendre tels à l'aide d'un piston liquide agissant de bas en haut. C'est ce qu'ont fait MM. Grandis[1]), Grattoni[2]) et Sommeiller[3]) dans

1) Grandis (Sébastien), né en 1817 à Borgo St. Dalmazzo (Coni), Ingénieur.

2) Grattoni (Sévérin), né en 1816 à Voghera, Ingénieur.

3) Sommeiller (Germain), né en 1815 à St.-Jeoire-Faucigny, (Haute-Savoie), Ingénieur.

leur compresseur à colonne d'eau qui a fonctionné pendant quelques temps au percement du grand tunnel dans les Alpes Cottiennes[1]). Pour éviter les chocs on a dû, dès le commencement, renoncer à se servir d'un piston animé d'une vitesse initiale et ne faire travailler l'eau qu'en partant du repos. Malgré cela, on a renoncé aussi plus tard au compresseur, précisément à cause des inconvénients qui résultaient de la haute température qui se développait dans l'air comprimé même avec le piston liquide. On en est venu maintenant à comprimer l'air au moyen d'une pompe à piston liquide, qui fonctionne très-bien, et dans laquelle ces inconvénients ont été éliminés en grande partie.

---

8. Question.

94. — Une quantité donnée d'air est d'abord comprimée sans addition ni soustraction de chaleur et passe de la pression p_0 à la pression p_1. On permet ensuite à la chaleur dégagée par la compression de se dissiper dans les corps environnants, tout en maintenant constante la pression p_1. Enfin, on laisse l'air se détendre et passer de la pression p_1 à la pression p_0 sans lui fournir de la chaleur. Il s'agit de déterminer le rapport entre le travail dépensé dans la compression et le travail restitué par la détente.

Le travail dépensé pour porter la pression de p_0 à p_1 est donné par l'expression (43)

$$\frac{p_0 v_0}{\gamma - 1}\left\{\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right\}.$$

1) Voir pour plus de détails un mémoire que nous avons publié sur cette question dans les *Annales des mines*, t. III, 1863.

Si v_2 est le volume, après que la température est revenue à sa valeur initiale, on aura, d'après la loi de Mariotte,

$$p_0 v_0 = p_1 v_2.$$

Le travail restitué par le passage de l'air de la pression p_1 à la pression p_0, sera égal à

$$\frac{p_1 v_2}{\gamma - 1} \left\{ 1 - \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right\}.$$

Le rapport entre le travail dépensé et le travail restitué sera donc, en ayant égard à l'équation précédente,

$$\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

Exemple numérique.

Soit $n = 6$, on trouve pour le rapport le nombre 1,684, ou 100 : 59,4, c'est-à-dire que le travail restitué par la détente n'est que de 59,4 pour cent du travail dépensé dans la compression.

Remarque. — On voit, par là, combien se trompent les personnes qui croient possible d'accumuler ou d'emmagasiner du travail au moyen de l'air comprimé et de le transmettre ensuite *intégralement* à distance.

Au percement des Alpes la perte monte à plus de 40 pour cent, avec la pression de 6 atmosphères. Elle serait encore plus forte, si l'on poussait plus loin la compression.

A la vérité les choses ne se passent pas en pratique d'une manière identique à celle que nous

avons supposée dans la question présente; mais le résultat est le même. En effet, au percement des Alpes, l'air est d'abord comprimé à 6 atmosphères; il est ensuite refoulé à pression constante dans les réservoirs. Il est admis ensuite, toujours à pression constante, dans les machines perforatrices où enfin il se détend à la pression atmosphérique.

Le travail dépensé dans la compression est égal à

$$\frac{p_0 v_0}{\gamma - 1}\left\{\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right\};$$

le travail dépensé pour refouler l'air dans les réservoirs est égal à

$$p_1 v_1.$$

Le travail restitué dans la période d'admission de l'air dans les machines perforatrices est égal à

$$p_1 v_2;$$

le travail restitué pendant la détente est égal à

$$\frac{p_1 v_2}{\gamma - 1}\left\{1 - \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right\}.$$

En additionnant les deux travaux consommés et en divisant par la somme des travaux restitués, il vient, comme ci-dessus, la quantité

$$\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}},$$

en ayant égard à ce qu'on a

$$p_0 v_0 = p_1 v_2,$$

$$\frac{p_1}{p_0} = \left(\frac{v_0}{v_1}\right)^{\gamma}.$$

9. Question.

95. — Un ballon aérostatique d'un volume invariable, muni d'une petite ouverture inférieure pour empêcher que la pression intérieure ne puisse surpasser la pression atmosphérique extérieure, est rempli d'air à une température supérieure à celle de l'air extérieur. Déterminer la hauteur à laquelle le ballon demeurerait en équilibre, dans l'atmosphère, s'il y parvenait sans vitesse acquise.

On suppose que la densité de l'air décroît dans l'atmosphère proportionnellement à l'accroissement de la hauteur.

A mesure que le ballon s'élève dans l'atmosphère, il pénètre dans des couches d'air plus raréfié; l'air intérieur se dilate et sa température baisse. L'ouverture laissée libre à la partie inférieure maintient la pression intérieure égale à la pression externe.

Soit V le volume total du ballon; V' son volume interne; P son poids, non compris l'air intérieur; p_0, θ_0 la pression et la température de l'air atmosphérique au point de départ; t_0 la température de l'air intérieur du ballon à l'instant du départ.

Outre ces données du problème, désignons par p, D la pression et le poids spécifique de l'air atmosphérique à une hauteur x; p, δ la pression et le poids spécifique de l'air dans le ballon.

Le ballon cessera de monter, s'il n'a pas de vitesse acquise, à l'instant où le poids de l'air déplacé devient égal à son poids total. A cet instant l'on aura

$$VD = P + V'\delta.$$

Or, d'après l'hypothèse admise dans l'énoncé de la question, on a

$$D = D_0(1 - ax),$$

D_0 étant le poids spécifique de l'air en bas de la colonne aérienne qui a x pour hauteur et a la raison dans laquelle la densité de l'air décroît dans l'atmosphère.

De plus, l'équilibre de cette colonne exige qu'on ait l'équation

$$dp = -D\,dx = -D_0(1 - ax)\,dx;$$

d'où l'on tire, en intégrant,

$$p = p_0 - D_0\left(x - \frac{ax^2}{2}\right).$$

A mesure que le ballon s'élève l'air intérieur se dilate, sans addition ni soustraction de chaleur, suivant la loi donnée par l'équation (42)

$$\frac{\delta}{\delta_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}.$$

En substituant ces valeurs de δ et de p dans l'équation exprimant l'équilibre du ballon, il vient

$$VD = P + V'\delta_0\left\{1 - \frac{D_0}{p_0}\left(x - \frac{ax^2}{2}\right)\right\}^{\frac{1}{\gamma}}.$$

Maintenant, puisque la pression interne égale l'externe, on a

$$p_0 = R\delta_0 t_0 = R D_0 \theta_0.$$

D'après cela, l'équation précédente devient

$$1 - ax = \frac{RP\theta_0}{Vp_0} + \frac{V'\theta_0}{Vt_0}\left\{1 - \frac{1}{R\theta_0}\left(x - \frac{ax^2}{2}\right)\right\}^{\frac{1}{\gamma}}.$$

Cette équation permettra de trouver la valeur de x au moyen de quelques tâtonnements.

Exemple numérique.

Soient

$$P = 1152^k, \quad V = 3418^{mc}, \quad V' = 3416^{mc},$$
$$p_0 = 10333^k, \quad \theta_0 = 274^0 + 20^0 = 294^0,$$
$$t_0 = 274^0 + 314^0 = 588^0,$$
$$R = 29{,}172, \quad \gamma = 1{,}41, \quad a = 0{,}00008.$$

On trouve

$$x = 5000^m.$$

10. Question.

96. — **Un cylindre horizontal d'une longueur indéfinie, ouvert à une de ses extrémités, contient au fond une quantité donnée d'air à la pression de n atmosphères. Un piston, retenu par un moyen quelconque, sépare l'air comprimé de l'air extérieur. A un instant donné on lâche le piston qui est lancé en avant de la même manière que la balle dans un fusil à vent. On demande quel est le point où le piston a la plus grande vitesse, ainsi que la température et la pression de l'air correspondantes. On demande aussi la distance extrême à laquelle le piston parviendra dans le cylindre, ainsi que la température et la pression de l'air correspondantes. On fait abstraction du frottement et de la force vive acquise par les molécules de l'air tant à l'intérieur qu'à l'extérieur du cylindre.**

Dans chaque point de sa course, le piston est sollicité, sur sa face antérieure, par la pression constante de l'atmosphère et, sur sa face postérieure, par la pression variable de l'air renfermé au fond du cylindre, pression qui diminue à mesure que le piston avance. Le mouvement de celui-ci,

d'abord accéléré, se ralentit ensuite, jusqu'à un certain point d'où il rebroussera chemin, en repassant par tous les points avec les mêmes vitesses, en sens contraire, que dans son mouvement direct. Le piston effectuera ainsi un nombre indéfini d'oscillations isochrones. Sa plus grande vitesse correspondra au point où les deux pressions qui le sollicitent sur ses deux faces sont égales entre elles; c'est-à-dire au point où la pression sur la face postérieure devient égale à la pression atmosphérique.

Soient v_0, v les volumes occupés par l'air comprimé à l'origine et à un point quelconque; soient p_0, p les pressions correspondantes: t_0, t les températures.

On a entre ces quantités les relations (42)

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{v_0}{v}\right)^\gamma,$$

$$\frac{t}{t_0} = \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma-1}.$$

A l'instant où p est égal à la pression atmosphérique, on a, d'après les données du problème,

$$\frac{p_0}{p} = n.$$

Ainsi le volume qui correspond au maximum de vitesse sera donné par l'expression

$$v = v_0 n^{\frac{1}{\gamma}}.$$

Si l'on désigne par l_0 la hauteur du cylindre occupé par l'air comprimé à n atmosphères, et par

l la hauteur du cylindre dont le volume est v, on aura

$$l = l_0 n^{\frac{1}{\gamma}}.$$

La température sera donnée par l'expression

$$t = t_0 n^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}.$$

Pour trouver le point extrême auquel le piston parvient, il suffit d'égaler le travail résistant développé par la pression atmosphérique extérieure au travail moteur développé par la détente de l'air intérieur. On aura de la sorte (43)

$$\frac{1}{n} a p_0 (x - l_0) = \frac{p_0 v_0}{\gamma - 1} \left\{1 - \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma - 1}\right\},$$

x étant la distance de ce point extrême au fond du cylindre, a la section du cylindre. Or, on a

$$a x = v, \quad a l_0 = v_0;$$

il vient donc, en divisant par $p_0 v_0$,

$$\left(\frac{\gamma - 1}{n}\right)\left(\frac{v}{v_0} - 1\right) = 1 - \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma - 1}.$$

En posant

$$\frac{v}{v_0} = y,$$

il viendra

$$y^\gamma - \left(1 + \frac{n}{\gamma - 1}\right) y^{\gamma - 1} + \frac{n}{\gamma - 1} = 0.$$

Cette équation transcendante a une racine égale à *1*, qui correspond à la position initiale du piston, et une seconde racine comprise entre

$$1 \text{ et } 1 + \frac{n}{\gamma - 1}.$$

En effet la valeur

$$y = 1 + \omega$$

où ω est une quantité fort petite, substituée dans l'équation, donne le résultat négatif

$$-\omega(n-1) + \text{etc.};$$

tandis que la valeur

$$y = 1 + \frac{n}{\gamma - 1}$$

donne le résultat positif

$$+\frac{n}{\gamma - 1}.$$

A l'aide de quelques tâtonnements, on trouvera la racine comprise entre ces deux limites, et l'on en déduira les inconnues du problème, au moyen des expressions

$$x = l_0 y,$$
$$t = t_0 \left(\frac{1}{y}\right)^{\gamma - 1},$$
$$p = p_0 \left(\frac{1}{y}\right)^{\gamma}.$$

Exemples numériques.

Soit

$$n = 10 \qquad (\gamma = 1{,}41),$$

il viendra

$$l = (5{,}119)\, l_0,$$
$$t = (0{,}512)\, t_0.$$

Ainsi la longueur du cylindre, qui donnerait la plus grande vitesse au piston, serait d'environ 5 fois la hauteur de la partie du cylindre, qui est occupée par l'air à l'origine. On trouvera

$$y = 17{,}92,$$

et par suite

$$x = (17{,}92)\, l_0,$$
$$t = (0{,}3063)\, t_0,$$
$$p = (0{,}0171)\, p_0.$$

Soit encore

$$n = 1200;$$

c'est la force élastique présumée des gaz engendrés par la charge de poudre dans les canons. On trouve pour ce cas

$$l = (152{,}69)\, l_0,$$

c'est-à-dire qu'un canon devrait avoir une longueur d'âme égale à environ 153 fois la hauteur de la charge pour donner le maximum de vitesse. La température des gaz en ce point serait donnée par

$$t = (0{,}127)\, t_0.$$

On aurait dans ce cas, pour la position extrême du piston,

$$y = 2815{,}08,$$
$$x = (2815{,}08)\, l_0,$$
$$t = (0{,}03852)\, t_0,$$
$$p = 0{,}00001368)\, p_0 = \frac{p_0}{73077}.$$

11. Question.

97. — Les circonstances étant les mêmes que dans la question précédente, on suppose que le piston est parfaitement élastique et qu'à une distance *l* du fond du cylindre, il rencontre un corps parfaitement élastique de même poids en repos. Il s'agit de déterminer la vitesse que prendra le corps choqué et le mouvement ultérieur du corps choquant.

Les deux corps étant supposés parfaitement élastiques, il se produira, pendant le choc, un échange parfait entre leurs vitesses; de sorte que le piston perdra toute sa vitesse et le corps choqué prendra la vitesse du piston. Or, pour trouver la vitesse du piston à la distance l_1, du fond du cylindre, il suffit d'égaler sa force vive au double du travail développé; on aura donc

$$\frac{PV^2}{2g} = \frac{p_0 v_0}{\gamma - 1}\left\{1 - \left(\frac{v_0}{v_1}\right)^{\gamma-1}\right\} - a\frac{p_0}{n}(l_1 - l_0),$$

P étant le poids du piston. On a

$$v_0 = a l_0, \qquad v_1 = a l_1,$$

$$p_1 = p_0\left(\frac{v_0}{v_1}\right)^{\gamma};$$

par conséquent on aura l'équation

$$\frac{PV^2}{2g} = \frac{a p_0 l_0}{\gamma - 1}\left\{1 - \gamma\left(\frac{l_0}{l_1}\right)^{\gamma-1} + (\gamma - 1)\left(\frac{l_0}{l_1}\right)^{\gamma}\right\}$$

pour déterminer la vitesse du corps choqué.

Il est clair que si le choc a lieu précisément au point où les pressions sur les deux faces du piston sont égales, ou, en d'autres termes, au point où la vitesse du piston est au maximum, le piston restera en repos après le choc. Si le choc a lieu avant ce point, le piston sera poussé en avant par l'air intérieur dont la pression surpasse celle de l'air extérieur. Au contraire, si le choc â lieu au delà du point du maximum de vitesse, le piston reviendra en arrière après le choc.

La distance extrême l_2 à laquelle le piston parviendra, après le choc, sera donnée par l'équation

$$\frac{ap_0}{n}(l_2 - l_1) = \frac{p_1 v_1}{\gamma - 1}\left\{1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1}\right\},$$

ou bien en ayant égard à ce qu'on a

$$v_1 = a l_1, \qquad v_2 = a l_2,$$

et en divisant par $p_1 v_1$,

$$\left(\frac{\gamma-1}{n}\right)\frac{p_0}{p_1}\left(\frac{l_2}{l_1} - 1\right) = 1 - \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^{\gamma-1}.$$

Or, on a

$$\frac{p_1}{p_0} = \left(\frac{v_0}{v_1}\right)^{\gamma} = \left(\frac{l_0}{l_1}\right)^{\gamma};$$

de sorte qu'en posant

$$\frac{l_2}{l_1} = y,$$

il viendra

$$y^{\gamma} - \left\{1 + \left(\frac{n}{\gamma-1}\right)\left(\frac{l_0}{l_1}\right)^{\gamma}\right\} y^{\gamma-1} + \left(\frac{n}{\gamma-1}\right)\left(\frac{l_0}{l_1}\right)^{\gamma} = 0.$$

Cette équation fournira la valeur de y, d'où l'on déduira

$$l_2 = l_1 y,$$

$$t_2 = t_1\left(\frac{1}{y}\right)^{\gamma-1} = t_0\left(\frac{l_0}{y l_1}\right)^{\gamma-1},$$

$$p_2 = p_1\left(\frac{1}{y}\right)^{\gamma} = p_0\left(\frac{l_0}{l_1 y}\right)^{\gamma}.$$

Lorsque l_1 a la valeur particulière

$$l_1 = l_0 n^{\frac{1}{\gamma}},$$

le choc a lieu au point où la vitesse est un maximum. Dans ce cas l'équation ci-dessus devient

$$y^{\gamma} - \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\right) y^{\gamma - 1} + \frac{1}{\gamma - 1} = 0$$

et n'admet qu'une racine réelle

$$y = 1;$$

alors le piston reste toujours en place.

Si l'on a

$$\frac{l_1}{l_0} < n^{\frac{1}{\gamma}},$$

la racine est plus grande que *1*, c'est-à-dire que le piston continue à avancer après le choc.

Si l'on a

$$\frac{l_1}{l_0} > n^{\frac{1}{\gamma}},$$

la racine est plus petite que *1*, c'est-à-dire que le piston rétrograde après le choc.

Exemple numérique.

Soit

$$n = 10, \qquad l_1 = 4 l_0.$$

La vitesse du corps choqué sera donnée par l'équation

$$\frac{P V^2}{2g} = (0,7575)\, a p_0 l_0.$$

Après le choc, le piston continuera encore à avancer; sa position extrême sera donnée par

$$l_2 = (1,62)\, l_1 = (6,48)\, l_0.$$

La température et la pression correspondantes seront

$$t_2 = (0,4648)\, t_0,$$
$$p_2 = (0,0717)\, p_0.$$

12. Question.

98. — Un récipient cylindrique est partagé en deux parties par un piston se mouvant sans frottement. Du côté gauche il y a a kilogr. d'air, du côté droit b kilegr. d'eau et de vapeur. Le tout est à la même température t.

On demande:

1°. Les volumes occupés respectivement par l'air et par le mélange d'eau et de vapeur; 2°. Les proportions relatives entre l'eau liquide et la vapeur dans le compartiment de droite.

Soit V le volume des deux compartiments réunis.

Pour que le piston reste en place, il faut que les pressions sur ses deux faces soient égales. Or, la pression de la vapeur du côté droit ne dépend que de la température donnée t, et peut être déterminée par l'équation

$$p = F(t)$$

propre à la vapeur d'eau.

La pression et la température de l'air étant connues, on aura immédiatement, pour le volume occupé par l'air,

$$av = \frac{aRt}{p} = \frac{aRt}{F(t)},$$

et pour celui occupé par le mélange d'eau et de vapeur

$$V - \frac{aRt}{F(t)}.$$

Afin de répondre à la seconde partie de la question, il suffit de se rappeler qu' entre le volume et les proportions relatives d'eau et de vapeur on a la relation

$$v = (s - \sigma)\, x + \sigma,$$

v étant le volume d'un kilogramme du mélange. Le volume du mélange trouvé ci-dessus devra être égal à bv, de sorte qu'on aura l'équation

$$V - \frac{aRt}{F(t)} = b\,(s - \sigma)\, x + b\sigma$$

d'ou l'on tire

$$bx = \frac{V - \frac{aRt}{F(t)} - b\sigma}{s - \sigma} = A\,\frac{t}{r}\left(V - \frac{aRt}{F(t)} - b\sigma\right) F'(t),$$

$$b\,(1 - x) = \frac{bs - V + \frac{aRt}{F(t)}}{s - \sigma} = A\,\frac{t}{r}\left(bs - V + \frac{aRt}{F(t)}\right) F'(t)$$

pour les quantités de vapeur et d'eau qui sont contenues dans le compartiment de droite.

Exemple numérique.

Soient

$V = 2^{mc}, \qquad a = 0^{k},05, \qquad b = 1^{k},5,$

$t = 26^{o} + 274^{o} = 300^{o}, \quad A = \frac{1}{425}, \quad R = 29,172;$

on trouve, au moyen des tables,

$$p = F(300) = 339^{k},7,$$

et par suite $1^{mc},2881$ pour le volume occupé par l'air et $0^{mc},7119$ pour le volume occupé par le mélange d'eau et de vapeur.

Les proportions relatives d'eau et de vapeur dans le compartiment de droite sont

Vapeur $bx = 0^{k},0171,$

Eau $\quad b\,(1 - x) = 1,4829.$

13. Question.

99. — Les données étant les mêmes que dans la question précédente, on porte le cylindre à une autre température supérieure t_1. On demande quelle sera la nouvelle position du piston et quelles seront les quantités de chaleur absorbées respectivement par l'air et par le mélange d'eau et de vapeur.

D'après ce qu'on a vu dans la solution du problème précédent, les nouveaux volumes qui sont occupés par l'air et par le mélange d'eau et de vapeur seront donnés respectivement par les expressions

$$\frac{aRt_1}{F(t_1)},$$
$$V - \frac{aRt_1}{F(t_1)};$$

de sorte que le volume de l'air sera diminué de la quantité

$$aR\left(\frac{t_0}{F(t_0)} - \frac{t_1}{F(t_1)}\right),$$

et le volume du mélange aqueux sera augmenté d'une quantité égale.

La chaleur à fournir pour faire passer 1 kilogr. d'air de la température t et de la pression p à la température $t + dt$ et à la pression $p + dp$ est donné par l'expression

$$dQ = kdt - Av\,dp.$$

Dans le cas actuel on a, pendant tout le temps que la température augmente graduellement de t_0 a t_1,

$$v = \frac{Rt}{F(t)},$$
$$p = F(t);$$

ainsi la chaleur absorbée par les a kilogr. d'air sera donnée par

$$Q = ak(t_1 - t_0) - aAR\int_{t_0}^{t_1} t\frac{dF(t)}{F(t)},$$

ou bien par

$$Q = ak(t_1 - t_0) - aAR\,[t_1 \log F(t_1) - t_0 \log F(t_0)]$$
$$+ aAR\int_{t_0}^{t_1} dt \log F(t).$$

La chaleur absorbée par 1 kilogr. d'un mélange d'eau et de vapeur est donnée par l'expression

$$dQ' = Cdt + td\left(\frac{rx}{t}\right).$$

Dans notre cas, on a entre x et t la relation

$$bx = \frac{V - \frac{aRt}{F(t)} - b\sigma}{s - \sigma};$$

de sorte que la chaleur absorbée par les b kilogr. du mélange d'eau et de vapeur sera donnée par l'expression

$$Q' = b\int_{t_0}^{t_1} Cdt + \frac{\left(V - \frac{aRt_1}{F(t_1)} - b\sigma_1\right)r_1}{s_1 - \sigma_1} - \frac{\left(V - \frac{aRt_0}{F(t_0)} - b\sigma_0\right)r_0}{s_0 - \sigma_0}$$
$$- \int_{t_0}^{t_1} \frac{\left(V - \frac{aRt}{F(t)} - b\sigma\right)r}{s - \sigma} \cdot \frac{dt}{t}.$$

En ayant égard à la relation

$$\frac{rdt}{t(s - \sigma)} = Adp = AF'(t)\,dt.$$

il viendra

$$Q' = b\int_{t_0}^{t_1} C\,dt + AV\Big[t\,F'(t) - F(t)\Big]_{t_0}^{t_1} - Ab\Big[\sigma\Big(t\,F'(t) - F(t)\Big)\Big]_{t_0}^{t_1}$$

$$- A\,a\,R\left\{\left[\frac{t^2 F'(t)}{F(t)}\right]_{t_0}^{t_1} - \int_{t_0}^{t_1} \frac{t\,d\,F(t)}{F(t)}\right\} - Ab\int_{t_0}^{t_1} d\sigma\, F(t)$$

dans laquelle on pourra négliger le dernier terme.

Exemple numérique.

Soit

$$t_1 = 274^\circ + 100^\circ = 374^\circ,$$

et par suite

$$p_1 = 10333^k,$$

on trouve $0^{mc},0528$ pour le nouveau volume de l'air et $1^{mc},9472$ pour le nouveau volume du mélange aqueux. En prenant 0,238 pour la chaleur spécifique à pression constante de l'air, il vient pour la quantité de chaleur absorbée par l'air $-\,3^{cal.},03$; ce qui signifie qu'on doit lui enlever de la chaleur. Ce résultat s'explique en remarquant que l'air est comprimé pendant l'opération, depuis le volume $1^{mc},2881$ jusqu'au volume $0^{mc},0528$.

La quantité de chaleur absorbée par le mélange aqueux est égale à $691^{cal.},82$. La somme des quantités de chaleur absorbées par l'air et par l'eau, savoir $688^{cal.},79$, devra être l'équivalent calorifique de l'accroissement d'énergie interne de l'air et du mélange aqueux, pendant que cet air et ce mélange passent de l'état primitif à l'état final; car la chaleur qui se convertit en travail externe dans la dilatation du mélange

d'eau et de vapeur est restituée dans la compression de l'air. On pourrait calculer directement cet accroissement au moyen des formules que nous avons données (30).

---

14. Question.

100. — Une quantité donnée d'eau, à une température donnée, est renfermée dans un récipient. On comprime le mélange d'eau et de vapeur qui se forme dans le récipient, au moyen d'une pression croissante extérieure constamment égale à sa force élastique variable. On demande la chaleur dégagée par cette compression poussée jusqu'à ce que le volume soit réduit dans le rapport de n à 1:

1°. Dans le cas où l'on maintient la température constante, en enlevant la chaleur à mesure qu'elle est produite;

2°. Dans le cas où toute la chaleur produite reste dans le mélange d'eau et de vapeur, et ne lui est enlevée, tout à la fois, qu'à la fin de l'opération, en ramenant la température à sa valeur primitive, pendant que le volume reste constant.

Dans le premier cas, la température étant maintenue constante, la pression restera aussi constante depuis le commencement jusqu'à la fin.

Soient t_0 la température initiale, v_0 le volume spécifique initial, v_1 le volume spécifique final, de manière qu'on ait

$$v_0 = n v_1.$$

En général, la quantité de chaleur à fournir à un mélange d'eau et de vapeur, pour le faire passer de l'état déterminé par les variables t, x à l'état infiniment proche $t + dt$, $x + dx$ est donnée par l'expression

$$dQ = C dt + t d\left(\frac{rx}{t}\right).$$

Lorsque la température est constante et égale à t_0, cette expression devient

$$dQ = r_0 dx,$$

r_0 étant une fonction de t_0.

On en tire

$$Q = r_0 (x_1 - x_0).$$

Or, on a

$$x = \frac{v - \sigma}{s - \sigma};$$

donc, il viendra

$$Q = \frac{r_0}{s_0 - \sigma_0} (v_1 - v_0);$$

et en ayant égard à la relation

$$\frac{r}{s - \sigma} = A t \frac{dp}{dt},$$

on aura

$$Q = a A v_0 t_0 \left(\frac{dp}{dt}\right)_0 \left(\frac{n-1}{n}\right)$$

pour la chaleur produite, dans la première expérience, par la compression à température constante de a kilogr. du mélange aqueux.

Le travail dépensé pour opérer la compression, dans le premier cas, est égal à

$$a p_0 (v_0 - v_1) = a p_0 v_0 \left(\frac{n-1}{n}\right);$$

son équivalent en chaleur est égal à

$$a A p_0 v_0 \left(\frac{n-1}{n}\right).$$

La différence

$$a A \left(\frac{n-1}{n}\right) v_0 \left\{ t_0 \left(\frac{dp}{dt}\right)_0 - p_0 \right\}$$

entre cette quantité de chaleur et la quantité de chaleur réellement produite par la compression, exprimera la chaleur due au travail intérieur dans le passage du mélange aqueux du volume av_0 au volume av_1, la température restant constante.

Dans le second cas, lorsque la compression a lieu sans addition ni soustraction de chaleur, la température t_1 du mélange aqueux, à la fin de la compression, sera déterminée par l'équation

$$v_0 = \sigma_0 + \frac{J}{\left(\frac{dp}{dt}\right)_0}\left(\frac{r_1 x_1}{t_1} - \int_{t_1}^{t_0} \frac{C\,dt}{t}\right)$$

à laquelle on peut donner la forme

$$(v_0 - \sigma_0)\left(\frac{dp}{dt}\right)_0 - (v_1 - \sigma_1)\left(\frac{dp}{dt}\right)_1 = J\int_{t_0}^{t_1} \frac{C\,dt}{t},$$

en ayant égard à la relation

$$\frac{r_0 x_0}{t_0} = A\,(v_0 - \sigma_0)\left(\frac{dp}{dt}\right)_0.$$

Après avoir réduit le volume de av_0 à av_1 sans soustraction de chaleur, il nous faut réduire la température de t_1 à t_0 en maintenant le volume constant. La quantité de chaleur à enlever pour cela sera donnée par l'expression

$$dQ = C dt + t d\left(\frac{rx}{t}\right),$$

ou bien par

$$dQ = C dt + A t d \cdot \left\{(v - \sigma)\frac{dp}{dt}\right\},$$

en y considérant v comme constant et égal à v_1. Ainsi nous aurons

$$Q' = a\int_{t_0}^{t_1} C dt + aA\int_{t_0}^{t_1} td \cdot \left\{(v_1 - \sigma)\frac{dp}{dt}\right\}$$

pour la quantité Q' de chaleur qu'on doit enlever au mélange de vapeur et d'eau, du poids de a kilogr., pour en abaisser la température de t_1 à t_0.

En intégrant on obtient

$$Q' = a\int_{t_0}^{t_1} C dt + aA(v_1 - \sigma_1)\left\{t_1\left(\frac{dp}{dt}\right)_1 - p_1\right\}$$

$$- aA(v_1 - \sigma_0)\left\{t_0\left(\frac{dp}{dt}\right)_0 - p_0\right\} - aA\int_{t_0}^{t_1} p\frac{d\sigma}{dt}dt.$$

On trouve facilement, à l'aide des formules données à l'Art. 30, que la quantité de chaleur équivalente au travail nécessaire pour réduire le volume du mélange d'eau et de vapeur depuis v_0 jusqu'à v_1 est égale à

$$a\int_{t_0}^{t_1} C dt + aA(v_1 - \sigma_1)\left\{t_1\left(\frac{dp}{dt}\right)_1 - p_1\right\}$$

$$- aA(v_0 - \sigma_0)\left\{t_0\left(\frac{dp}{dt}\right)_0 - p_0\right\} - aA\int_{t_0}^{t_1} p\frac{d\sigma}{dt}dt.$$

Cette quantité de chaleur diffère de la quantité de chaleur réellement produite par la compression de la quantité

$$aA(v_0 - v_1)\left\{t_0\left(\frac{dp}{dt}\right)_0 - p_0\right\},$$

ou bien de

$$aA\left(\frac{n-1}{n}\right)v_0\left\{t_0\left(\frac{dp}{dt}\right)_0 - p_0\right\}.$$

C'est la chaleur équivalente au travail intérieur dans le passage du mélange aqueux du volume av_0 au volume av_1, après qu'il a été ramené à la température initiale.

On remarquera que, tandis que la chaleur équivalente au travail intérieur est la même dans les deux cas, la chaleur totale produite par la compression diffère de l'un à l'autre. La raison de ce résultat est que la chaleur équivalente au travail intérieur ne dépend que de l'état initial et de l'état final, tandis que la chaleur totale, produite dans le passage d'un état à l'autre, varie selon la manière avec laquelle ce passage a lieu.

Exemple numérique.

Soient

$$a = 1^k, \quad t_0 = 274^o + 100^o = 374^o,$$
$$x_0 = 1, \quad n = 2, \quad A = \frac{1}{425}.$$

On trouve, à l'aide des tables placées à la fin de cet ouvrage,

$$s_0 - \sigma_0 = 1^{mc},6494.$$

Si l'on prend

$$\sigma_0 = 0^{mc},0010,$$

on a

$$v_0 = s_0 = 1^{mc},6504.$$

Avec ces données il vient

$$Q = 268^{cal.},4$$

pour la chaleur produite par la compression qu'il faudra soustraire à mesure qu'elle se produit pour maintenir la température constante. Le travail développé sera 8527^{km}, équivalent à $20^{cal.},1$. Ainsi le travail moléculaire de la vapeur fournit $248^{cal.},3$ en plus, c'est-à-dire douze fois la chaleur équivalente au travail dépensé.

Dans le cas où la compression est opérée sans soustraction de chaleur, on obtient

$$t_1 = 274^0 + 124^0 = 398^0$$

pour la température correspondante à une réduction de volume de 2 à 1; et

$$Q = 282^{cal.},2,$$

pour la chaleur à soustraire, après la compression, pour ramener le mélange à la température initiale.

Le rapport entre les chaleurs produites dans les deux cas est 1,05. C'est un nouvel exemple montrant que la chaleur dégagée dans le passage d'un état à un autre n'est point constante, comme on le croyait autrefois, mais dépend de la manière avec laquelle ce passage s'opère.

---

15. Question.

101. — Un vase cylindrique vertical ouvert par le haut, contient de l'eau en ébullition. A un instant donné, un piston d'un poids P, s'adaptant parfaitement au cylindre, tombe d'une hauteur H et s'y engage en fermant toute communication avec l'extérieur.

Etant donné le poids de l'eau et de la vapeur qui remplissent le cylindre, à l'instant où le piston l'atteint, on demande le point le plus bas auquel descendra le piston, ainsi que la température et la proportion de liquide et de vapeur qui correspondent à ce point, quand on ne soustrait ni n'ajoute de chaleur du dehors.

Au point le plus bas de sa course, le travail de la pesanteur sur le piston devra être égal au travail que le mélange d'eau et de vapeur développerait par sa détente, en passant de l'état final à l'état initial.

Or, si l'on désigne par z l'espace parcouru dans le cylindre; par a l'aire de la section du piston égale à celle du cylindre; par p_0 la pression atmosphérique, le travail que le piston reçoit de la gravité est exprimé par

$$PH + Pz + ap_0 z.$$

Le travail que produirait la détente d'un mélange de x_1 kilogr. de vapeur et de $1 - x_1$ kilog. d'eau, à la température t_1 et à la pression p_1, en passant à un autre état représenté par x_0, $1 - x_0$, t_0, p_0, est égal à

$$J\frac{r_0 x_0}{t_0}\left\{\frac{p_0}{\left(\frac{dp}{dt}\right)_0} - \frac{p_1}{\left(\frac{dp}{dt}\right)_1} + t_1 - t_0\right\} + J\left\{\frac{p_1}{\left(\frac{dp}{dt}\right)_1} - t_1\right\}\int_{t_0}^{t_1}\frac{Cdt}{t}$$
$$+ J\int_{t_0}^{t_1} Cdt - \int_{t_0}^{t_1} p\frac{d\sigma}{dt}\,dt.$$

En égalant ces deux travaux et en ayant égard à ce que

$$az = v_0 - v_1 = \sigma_0 - \sigma_1 + J\frac{r_0 x_0}{t_0\left(\frac{dp}{dt}\right)_0} - J\frac{r_1 x_1}{t_1\left(\frac{dp}{dt}\right)_1},$$

et posant

$$\frac{P + a p_0}{a} = b$$

il viendra l'équation

$$J\frac{r_0 x_0}{t_0}\left\{\frac{p_0 - b}{\left(\frac{dp}{dt}\right)_0} - \frac{p_1 - b}{\left(\frac{dp}{dt}\right)_1} + t_1 - t_0\right\} + J\left\{\frac{p_1 - b}{\left(\frac{dp}{dt}\right)_1} - t_1\right\}\int_{t_0}^{t_1}\frac{C\,dt}{t}$$

$$+ J\int_{t_0}^{t_1} C\,dt - \int_{t_0}^{t_1} p\,\frac{d\sigma}{dt}\,dt = PH + b\,(\sigma_0 - \sigma_1),$$

où tout est fonction de t_1 et qui par conséquent fournira, au moyen de quelques tâtonnements, la valeur de t_1. Cette valeur étant substituée dans l'équation

$$x_1 = \frac{t_1}{r_1}\left\{\frac{r_0 x_0}{t_0} - \int_{t_0}^{t_1}\frac{C\,dt}{t}\right\},$$

fera connaître la proportion d'eau et de vapeur contenues dans le mélange après la compression, et étant substituée dans l'équation

$$az = \sigma_0 - \sigma_1 + J\frac{r_0 x_0}{t_0\left(\frac{dp}{dt}\right)_0} - J\frac{r_1 x_1}{t_1\left(\frac{dp}{dt}\right)_1},$$

fournira la quantité dont s'enfonce le piston dans le cylindre.

Exemple numérique.

Soient

$$x = 0^k,5,$$
$$t_0 = 374^\circ,$$

$$P = 103^k,33,$$
$$a = 0^{mq},01,$$
$$H = 79^m,43,$$
$$p_0 = 10333^k$$

et par suite

$$b = 2p_0,$$

il vient

$$t_1 = 474^\circ, \qquad p_1 = 158922^k,$$
$$x_1 = 0^k,4839, \qquad 1 - x_1 = 0^k,5161,$$
$$z = 76^m,38,$$

c'est-à-dire que le piston doit s'enfoncer de $76^m,38$ avant de perdre toute sa vitesse. On doit noter que pour contenir $0^k,5$ de vapeur à 100° du thermomètre centigrade, il faut que le vase ait un volume de $0^{mc},8257$ et partant une hauteur de $82^m,57$.

16. Question.

102. — Un vase cylindrique contient a kilogr. d'eau à l'état liquide et à la température t. Un piston en contact avec le liquide est chargé du poids exactement suffisant et nécessaire pour s'opposer à l'émission de la vapeur. Cela posé, sans modifier la charge du piston, on communique à l'eau une addition de chaleur. Le piston pouvant reculer, la température de l'eau ne s'élèvera pas, et il se formera de la vapeur qui repoussera le piston. On demande la quantité de chaleur à ajouter pour vaporiser toute l'eau, en distinguant la chaleur consommée en travail extérieur de celle consommée en travail intérieur.

Les expériences de M. Regnault nous font connaître la quantité de chaleur r à communiquer à un kilogr. d'eau à la température t, pour le convertir entièrement en vapeur, sous la pression con-

stante p de la vapeur qui correspond à la même température t. Ainsi nous aurons ar pour la chaleur totale à ajouter pour vaporiser les a kilogr. d'eau.

Pendant qu'on communique cette chaleur, le piston monte et le volume qu'il engendre et qui était d'abord égal à $a\sigma$, devient as lorsque toute l'eau est vaporisée, σ et s étant respectivement les volumes spécifiques de l'eau liquide et de la vapeur. De la sorte, la vapeur développe un travail égal à

$$ap(s-\sigma).$$

En remplaçant la différence des volumes spécifiques de l'eau dans ses deux états, liquide et aériforme, par sa valeur tirée de l'équation (5), (§. 28), l'expression de ce travail devient

$$\frac{apr}{At\frac{dp}{dt}}.$$

L'équivalent calorifique de ce travail est

$$\frac{apr}{t\frac{dp}{dt}};$$

ce sera la quantité de chaleur consommée en travail extérieur. La quantité de chaleur consommée en travail intérieur sera égale à

$$ar\left(1-\frac{p}{t\frac{dp}{dt}}\right).$$

Exemple numérique.

Soit

$$a = 1^k, \qquad t = 100^\circ + 274^\circ = 374^\circ.$$

On trouve

$$r = 536{,}5 \text{ calories}$$

pour la chaleur totale à ajouter;

$$\frac{pr}{t\dfrac{dp}{dt}} = 40{,}1 \text{ calories}$$

pour la chaleur qui se transforme en travail extérieur; et

496,4 calories

pour la chaleur qui se transforme en travail intérieur. Ainsi, dans l'acte de la vaporisation de l'eau, 92,5 pour cent de la chaleur totale est employé à vaincre la cohésion des molécules de l'eau, et à peine 7,5 pour cent se transforme en travail extérieur utilisable.

---

17. Question.

103. — Un kilogramme d'eau liquide à la température de 100° C. est enfermé dans un vase imperméable à la chaleur, lequel est séparé par une cloison d'un autre vase, également imperméable à la chaleur, et d'une capacité telle que les deux vases réunis puissent contenir un kilogramme de vapeur saturée à la température de 100° C. Le second vase est parfaitement vide. A un instant donné, on supprime brusquement la cloison qui sépare l'eau de l'espace vide. L'eau se vaporise en partie et la vapeur formée se répand dans l'espace vide, sans qu'il y ait addition ni soustraction de chaleur.

On demande:

1°. Quelles seront, sous le nouveau volume, après que tout mou-

vement aura cessé, la température et la composition de l'ensemble en vapeur et en eau liquide;
2°. La quantité de chaleur qu'il faudra communiquer à cet ensemble pour vaporiser toute l'eau liquide et porter le tout à la température de 100° C.

Le volume d'un kilogramme de vapeur saturée à la température absolue t est donnée par l'expression

$$v - \sigma = \frac{Jr}{t\frac{dp}{dt}}.$$

A la température ordinaire de 100° C., on a, d'après les tables,

$$v - \sigma = 425 \times 0{,}003881 = 1^{mc}{,}649;$$

c'est le volume du vase vide dans lequel doit se répandre la vapeur.

La température du mélange d'eau et de vapeur, après l'expansion, se déduit de l'équation

$$(v - \sigma)\left(t\frac{dp}{dt} - p\right) + J\int_{274}^{t} Cdt =$$

$$(v_0 - \sigma_0)\left[t_0\left(\frac{dp}{dt}\right)_0 - p_0\right] + J\int_{274}^{t_0} Cdt.$$

A l'origine

$$t_0 = 100 + 274 = 374^{\circ}$$

et

$$v_0 = \sigma_0;$$

de sorte que l'équation précédente se réduit à

$$(v - \sigma)\left(t\frac{dp}{dt} - p\right) + J\int_{274}^{t} Cdt = J\int_{274}^{374} Cdt.$$

En substituant la valeur de $v - \sigma$ et de l'intégrale du second membre il vient

$$1{,}649\left(t\frac{dp}{dt}-p\right)+J\int_{274}^{t} C\,dt = 425\times 100{,}5 = 42712{,}5.$$

On résoudra sans peine cette équation, par rapport à t, à l'aide des tables de la vapeur d'eau.

Si l'on fait

$$t = 45^{\circ} + 274^{\circ} = 319^{\circ},$$

on trouve

$$t\frac{dp}{dt} - p = 15000,$$

$$\int_{274}^{319} C\,dt = 45{,}068;$$

de sorte que le premier membre de l'équation se réduit à 43888,9.

Cette valeur de t est donc trop grande. Essayons la valeur

$$t = 44^{\circ} + 274^{\circ} = 318^{\circ}.$$

On a pour cette valeur

$$t\frac{dp}{dt} - p = 14303,$$

$$\int_{274}^{318} C\,dt = 44{,}064;$$

de sorte que le premier membre de l'équation à résoudre devient 42312,8. Donc

$$t = 318^{\circ}$$

est trop petit.

La valeur cherchée de la température est com-

prise entre 44° C. et 45° C. et plus rapprochée de 44°. En divisant l'intervalle en parties proportionnelles aux différences, on obtient pour la température cherchée

$$t = 44{,}25^\circ + 274^\circ = 318^\circ{,}25.$$

La quantité de vapeur contenue dans le mélange après l'expansion est donnée par la formule

$$x = A \frac{t}{r} \frac{dp}{dt} (v - \sigma).$$

D'après les tables, on a

$$\frac{t}{r} \frac{dp}{dt} = \frac{1}{0{,}03737}$$

pour

$$t = 44{,}25 + 274.$$

Au moyen des valeurs

$$v - \sigma = 1{,}649,$$

$$A = \frac{1}{425},$$

on trouve

$$x = 0{,}1038.$$

Ainsi, après l'expansion le mélange se compose de $0^k{,}1038$ de vapeur et de $0^k{,}8962$ d'eau liquide, le tout à la température de 44°,25 C.

Pour répondre à la seconde partie de la question, il nous faut trouver la quantité de chaleur nécessaire pour réduire ce mélange en vapeur saturée et remplissant les deux vases.

La quantité de chaleur à communiquer à un mélange de vapeur et d'eau, pour le porter de l'état (x, t) à l'état $(x + dx, t + dt)$ est exprimée par

$$dQ = Cdt + td\left(\frac{rx}{t}\right)\cdot$$

Cette expression n'est point intégrable, tant qu'on ne donne pas une relation entre x et t. Dans notre cas, la relation de ces variables doit être telle que le volume reste constant; de sorte qu'elles sont liées par l'équation

$$v = \sigma + (s - \sigma)\,x;$$

ou bien par

$$v = \sigma + \frac{Jrx}{t\,\frac{dp}{dt}}\cdot$$

En ayant égard à cette équation, il vient

$$dQ = Cdt + Atd\cdot\left[(v - \sigma)\,\frac{dp}{dt}\right],$$

où v est constant.

Après quelques réductions, on obtient, en intégrant entre t_0 et t,

$$Q - Q_0 = \int_{t_0}^{t} Cdt + A\,(v - \sigma)\left(t\,\frac{dp}{dt} - p\right)$$
$$- A\,(v - \sigma_0)\left[t_0\left(\frac{dp}{dt}\right)_0 - p_0\right)$$

en négligeant le terme fort petit

$$A\int p\,\frac{d\sigma}{dt}\,dt.$$

Or nous avons trouvé, en traitant la première partie de la question, qu'on a

$$A\,(v - \sigma_0)\left[t_0\left(\frac{dp}{dt}\right)_0 - p_0\right] = \int_{t_0}^{t} Cdt,$$

en ayant égard à ce que la température initiale, dans la seconde partie, est la même que la température finale dans la première partie de la question. Par conséquent il viendra

$$Q - Q_0 = A(v - \sigma)\left(t\frac{dp}{dt} - p\right)$$

pour l'expression de la quantité de chaleur à communiquer, laquelle se réduira à

$$Q - Q_0 = r\left(1 - \frac{p}{t\frac{dp}{dt}}\right)$$

en ayant égard à la relation

$$v - \sigma = \frac{r}{At\frac{dp}{dt}}.$$

En réduisant en nombres, il vient

$$Q - Q_0 = 496^{\text{cal.}},4$$

pour la quantité de chaleur à ajouter pour convertir en vapeur saturée à 100° C. le mélange d'eau et de vapeur.

Remarque. — Cette quantité est précisément la même que celle qui a été trouvée, dans la question précédente, pour la chaleur consommée en travail intérieur, dans la vaporisation d'un kilogramme d'eau. Cela doit être, puisque dans la série d'opérations auxquelles on soumet l'eau, dans la seconde question, aucun travail extérieur ne se produisant, la chaleur ajoutée est consommée entièrement en travail intérieur.

Quelle que soit la manière par laquelle on amène

un kilogramme d'eau de l'état liquide, à 100° C., à celui de vapeur, à 100° C., la chaleur consommée en travail intérieur reste toujours la même. Mais la chaleur consommée en travail extérieur peut varier d'une infinité de manières.

Dans l'expérience qui fait le sujet de la question présente, le travail extérieur est nul, tandis qu'il est l'équivalent mécanique de $40^{cal.}$,1, dans la question précédente.

On peut imaginer une infinité d'autres manières de faire passer l'eau à 100° C. de l'état liquide à l'état de vapeur saturée à 100° C. On peut, par exemple, laisser d'abord se répandre librement l'eau dans une capacité vide quelconque, mais moindre que le volume de la vapeur saturée à 100° C., et passer ensuite à ce dernier volume, au moyen d'une détente opérée sous une pression toujours égale à la force élastique de la vapeur. La chaleur, convertie en travail extérieur, pourra, de la sorte, recevoir toutes les valeurs possibles entre 0 et 40,1 calories.

On comprend, d'après cela, combien est impropre le nom de **chaleur latente de vaporisation** qu'on a donné au nombre de calories qu'un kilogramme d'eau absorbe quand il passe de l'état liquide à celui de vapeur saturée, sans changer de température. En effet, cette quantité de chaleur se compose de deux parties bien distinctes: de la chaleur consommée dans le travail intérieur qui est invariable; et de la chaleur employée à pro-

duire le travail extérieur qu'on peut faire varier d'une infinité de manières.

Il vaudrait mieux ne donner le nom de chaleur latente qu'à la partie de chaleur qui se transforme en travail intérieur, et qu'on peut faire reparaître en ramenant le corps de son état final à son état initial. Mais le plus sûr est d'abandonner la conception de la chaleur latente qui appartient à une époque où l'on croyait que la quantité de chaleur que l'on communique à un corps, pour le faire passer d'un état initial donné à un autre état, est complétement déterminée par ces deux états, indépendamment de la manière dont on passe de l'un à l'autre.

---

18. Question.

104. — Un vase cylindrique, dont les parois sont imperméables à la chaleur, est divisé en deux compartiments par un piston fermant hermétiquement, pouvant se mouvoir sans frottement et retenu en place par un moyen approprié. Du côté gauche du piston, se trouve un kilogramme d'alcool, et du côté droit, un kilogramme d'eau. Le volume de chaque compartiment est plus grand que le volume du liquide qui y est contenu, de sorte qu'une partie de celui-ci est à l'état de vapeur. Tout l'appareil est à la même température.

A un instant donné, on lâche le piston. Il s'agit de déterminer l'amplitude des oscillations qu'il va effectuer.

A températures égales, la force élastique de la vapeur d'alcool surpasse celle de la vapeur d'eau; ainsi le piston sera d'abord poussé de la gauche vers la droite; mais à mesure qu'il avancera vers la droite, la pression de la vapeur d'alcool ira en

décroissant, et, au contraire, la pression de la vapeur d'eau ira en croissant. Il arrivera un instant où les deux pressions seront égales: à cet instant la vitesse du piston sera un maximum. Ensuite, la pression de l'eau surpassera celle de l'alcool, et la vitesse du piston décroîtra jusqu'à devenir nulle. Au bout de la course, le travail développé par l'expansion de la vapeur d'alcool sera égal au travail résistant développé par la compression de la vapeur d'eau.

L'expression analytique de cette égalité, réunie à l'expression analytique de la constance du volume occupé par l'ensemble des deux corps, alcool et eau, va nous fournir deux équations au moyen desquelles on pourra résoudre la question proposée.

Si l'on désigne par P la pression de la vapeur d'alcool à la température T; par V le volume du mélange alcoolique; par p la pression de la vapeur d'eau à la température t; par v le volume du mélange aqueux, et si l'on affecte de l'indice zéro ces mêmes quantités considérées à l'origine, on aura pour première équation

$$\int_{V_0}^{V} P\,dV = \int_{v}^{v_0} p\,dv,$$

à laquelle il faudra adjoindre l'équation

$$V + v = V_0 + v_0.$$

En développant ces équations, il vient

$$\left(\frac{dP}{dT}\right)_0 (V_0 - \Sigma_0) \left\{ \frac{P}{\frac{dP}{dT}} - \frac{P_0}{\left(\frac{dP}{dT}\right)_0} + T_0 - T \right\}$$

$$+ J\left(T - \frac{P}{\frac{dP}{dT}}\right) \int_{T_0}^{T} \frac{C\,dT}{T} - J \int_{T_0}^{T} C\,dT$$

$$+ \left(\frac{dp}{dt}\right)_0 (v_0 - \sigma_0) \left\{ \frac{p}{\frac{dp}{dt}} - \frac{p_0}{\left(\frac{dp}{dt}\right)_0} + t_0 - t \right\}$$

$$+ J\left(t - \frac{p}{\frac{dp}{dt}}\right) \int_{t_0}^{t} \frac{c\,dt}{t} - J \int_{t_0}^{t} c\,dt = 0.$$

où les lettres majuscules se rapportent à l'alcool et les minuscules à l'eau.

On a négligé les termes

$$\int P \frac{d\Sigma}{dT} dT, \qquad \int p \frac{d\sigma}{dt} dt,$$

à cause de leur petitesse.

D'après l'énoncé de la question on a

$$T_0 = t_0.$$

La seconde équation, exprimant la constance du volume, sera

$$\Sigma + \frac{1}{\frac{dP}{dT}} \left\{ \left(\frac{dP}{dT}\right)_0 (V_0 - \Sigma_0) - J \int_{T_0}^{T} \frac{C\,dT}{T} \right\}$$

$$+ \sigma + \frac{1}{\frac{dp}{dt}} \left\{ \left(\frac{dp}{dt}\right)_0 (v_0 - \sigma_0) - J \int_{t_0}^{t} \frac{c\,dt}{t} \right\} = V_0 + v_0.$$

Vu la petitesse des variations de Σ et de σ on pourra faire

$$\Sigma = \Sigma_0, \qquad \sigma = \sigma_0.$$

A l'aide de ces deux équations, où tout est fonction de T et de t, on pourra trouver la valeur de chacune de ces deux inconnues et, par suite, le volume occupé, soit par l'alcool, soit par l'eau, à la fin de l'oscillation du piston; ce qui fera connaître la course du piston.

Exemple numérique.

Soient

$$V_0 = 1^{mc},361262,$$
$$v_0 = 0^{mc},951,$$
$$T_0 = t_0 = 50^\circ + 274^\circ = 324^\circ.$$

On a

$$P_0 = 2989^k,8,$$
$$\left(\frac{dP}{dT}\right)_0 = 143,8,$$
$$T_0 - \frac{P_0}{\left(\frac{dP}{dT}\right)_0} = 303,21,$$
$$\int_{274}^{T_0} C\,dT = 30,21,$$
$$\int_{274}^{T_0} \frac{C\,dT}{T} = 0,11121;$$
$$p_0 = 1250^k,5,$$
$$\left(\frac{dp}{dt}\right)_0 = 62,3,$$

$$t_0 - \frac{p_0}{\left(\frac{dp}{dt}\right)_0} = 303{,}92,$$

$$\int_{274}^{t_0} c\,dt = 50{,}09,$$

$$\int_{274}^{t_0} \frac{c\,dt}{t} = 0{,}16790.$$

En posant

$$\Sigma_0 = \Sigma = 0^{mc}{,}001262,$$
$$\sigma_0 = \sigma = 0{,}001,$$
$$J = 425,$$

les deux équations qui résolvent le problème deviennent

$$\left(T - \frac{P}{\frac{dP}{dT}}\right)\left(0{,}57137 - \int_{274}^{T}\frac{C\,dT}{T}\right) + \int_{274}^{T} C\,dT$$

$$+\left(t - \frac{p}{\frac{dp}{dt}}\right)\left(0{,}30716 - \int_{274}^{t}\frac{c\,dt}{t}\right) + \int_{274}^{t} c\,dt = 262{,}15,$$

$$\frac{1}{\frac{dP}{dT}}\left(0{,}57137 - \int_{274}^{T}\frac{C\,dT}{T}\right) + \frac{1}{\frac{dp}{dt}}\left(0{,}30716 - \int_{274}^{t}\frac{c\,dt}{t}\right) = 0{,}00544.$$

Au moyen de quelques tâtonnements, on trouve qu'on satisfait à ces deux équations, en prenant

$$T = 40 + 274 = 314,$$
$$t = 81 + 274 = 355;$$

en effet, avec ces valeurs, on obtient

$$T - \frac{P}{\frac{dP}{dT}} = 294{,}58,$$

$$t - \frac{p}{\frac{dp}{dt}} = 330{,}19,$$

$$\frac{1}{\frac{dP}{dT}} = 0{,}010693,$$

$$\frac{1}{\frac{dp}{dt}} = 0{,}004938,$$

$$\int_{274}^{T} C\,d\,T = 23{,}71,$$

$$\int_{274}^{t} c\,d\,t = 81{,}29,$$

$$\int_{274}^{T} \frac{C\,d\,T}{T} = 0{,}09041,$$

$$\int_{274}^{t} \frac{c\,d\,t}{t} = 0{,}25987,$$

ce qui réduit à 262,30 le premier membre de la première équation, et à 0,00538 le premier membre de la seconde équation.

Par conséquent, au point extrême de la course du piston, la température de l'alcool est tombée de 50° C. à 40° C., tandis que la température de l'eau est montée de 50° C. à 81° C.

Le volume du compartiment de gauche, qui était au commencement

$$V_0 = 1^{mc},361262,$$

devient

$$V = 2^{mc},181262,$$

à la fin de la course du piston, tandis que le volume du compartiment de droite, qui était d'abord

$$v_0 = 0^{mc},951,$$

devient

$$v = 0^{mc},111$$

à la fin de la course.

Le mélange alcoolique de gauche, qui était à l'origine composé de $0^k,64$ de vapeur et de $0^k,36$ d'alcool liquide, est, à la fin de la course du piston, composé de $0^k,63$ de vapeur et de 0,37 d'alcool liquide; tandis que le mélange aqueux passe de la composition de $0^k,079$ de vapeur et $0^k,921$ d'eau liquide à la composition de $0^k,032$ de vapeur et de $0^k,968$ d'eau liquide.

19. Question.

105. — Etant données la température fixe qu'on veut entretenir dans le condenseur d'une machine à vapeur, la température de la vapeur, ainsi que la quantité d'eau qu'elle contient, au moment où le cylindre qui la renferme est mis en communication avec le condenseur, enfin la température et la pression de l'eau d'injection, déterminer la quantité d'eau à injecter par chaque kilogramme de vapeur humide venant de la machine.

Soient

τ la température du condenseur et ϖ la pression correspondante qui doivent être maintenues fixes;

t la température de la vapeur dans le cylindre,

et x le poids de la vapeur contenue dans un kilogr. du mélange d'eau et de vapeur;

t' la température de l'eau d'injection, nécessairement inférieure à τ, et P la pression déterminant l'injection qui n'est autre chose, dans les machines à vapeur, que la pression atmosphérique;

q le poids cherché de l'eau à injecter par chaque kilogramme de vapeur humide venant de la machine.

Nous supposerons que la vapeur venant des cylindres et l'eau d'injection affluent d'une manière continue et régulière dans le condenseur, d'où la pompe à air extrait aussi d'une manière continue toute l'eau résultant du mélange de l'eau d'injection et de la vapeur condensée, de telle sorte que la capacité du condenseur occupée par de la vapeur à la température donnée τ reste constante.

Considérons un kilogramme de vapeur humide venant des cylindres et les q kilogrammes d'eau d'injection, et suivons-en les évolutions par la pensée. Ces deux poids, d'abord séparés, arrivent dans le condenseur chacun avec une certaine vitesse déterminée par la différence de pression existant entre le condenseur d'une part, et d'autre part le cylindre de la machine et la bâche avec laquelle communique le condenseur. Arrivés dans le condenseur, ils s'y mêlent, en se réduisant en $q+1$ kilogr. d'eau à τ degrés et sous la pression ϖ; leur force vive s'y éteint en donnant lieu à un développement de chaleur équivalente.

L'ensemble de la vapeur humide et de l'eau d'injection devant se réduire entièrement en eau liquide, sans recevoir ni émettre aucune chaleur, on devra avoir

$$x_\tau = 0 \quad \text{et} \quad \Delta Q = 0.$$

En ne considérant que l'état initial et final de cet ensemble, on voit que l'équation générale (*I*) de la Thermodynamique se réduit à

$$\Delta U + \Delta W = 0,$$

car la force vive est nulle dans les deux états extrêmes.

La variation ΔU de l'énergie interne se compose de la variation de l'énergie interne du kilogramme de vapeur humide venant des cylindres, qui passe de la température t à la température τ, et de la variation de l'énergie interne des q kilogr. d'eau liquide, qui passent de la température t' à la température τ.

La variation de l'énergie interne du kilogramme de vapeur humide a pour expression (30)

$$J\int_t^\tau Cdt + Jr_\tau x_\tau - Jr_t x_t - \varpi(v_\tau - \sigma_\tau) + p_t(v_t - \sigma_t).$$

La variation de l'énergie interne des q kilogr. de l'eau d'injection a pour expression

$$Jq\int_{t'}^\tau Cdt,$$

en supposant que l'eau soit toujours soumise à la pression correspondante à sa température.

Cela n'est pas en réalité, mais l'erreur que cette supposition peut produire est tout à fait insignifiante.

En réunissant ces parties, on obtient

$$\varDelta U = Jq \int_{t'}^{\tau} C dt + J \int_{t}^{\tau} C dt$$

$$+ J r_\tau x_\tau - J r_t x_t - \varpi (v_\tau - \sigma_\tau) + p_t (v_t - \sigma_t)$$

pour la variation de l'énergie interne de l'ensemble en passant de l'état initial à l'état final.

Venons au travail extérieur $\varDelta W$. La vapeur humide est poussée dans le condenseur par l'excès de sa pression p sur la pression ϖ existant dans le condenseur. Cette pression donne lieu à un travail mécanique exprimé par

$$p_t v_t - \varpi v_\tau.$$

De même, l'eau d'injection est poussée dans le condenseur par l'excès de la pression P sur la pression ϖ. Cette pression donne lieu à un travail égal à

$$\frac{q}{1000} (P - \varpi),$$

en supposant que le volume de l'eau d'injection reste constant et égal à

$$\frac{q}{1000} \text{ mètres cubes.}$$

Par conséquent on aura

$$\varDelta W = \varpi v_\tau - p_t v_t - \frac{q}{1000} (P - \varpi)$$

pour le travail externe.

Nous avons changé le signe, parcequ'il s'agit d'un travail reçu de l'extérieur et non d'un travail développé par le corps.

L'équation qui donne la valeur de q est donc

$$Jq\int_{t'}^{\tau} C\,dt + J\int_{t}^{\tau} C\,dt + Jr_\tau x_\tau - Jr_t x_t$$

$$+ \varpi\sigma_\tau - p_t\sigma_t - \frac{q}{1000}(P-\varpi) = 0.$$

On doit avoir

$$x_\tau = 0.$$

De plus les deux termes $\varpi\sigma_\tau$ et $p_t\sigma_t$ sont fort petits et tout à fait négligeables.

On arrive, à la suite de ces simplifications, à la formule

$$q = -\frac{\int_{\tau}^{t} C\,dt + r_t x_t}{\int_{t'}^{\tau} C\,dt - \frac{P-\varpi}{1000\,J}},$$

pour exprimer la quantité de l'eau d'injection nécessaire pour condenser un kilogramme de vapeur.

Exemple numérique.

Soient

$$t = 100^0 + 274^0 = 374^0,$$
$$x_t = 0^k,9,$$
$$\tau = 30^0 + 274^0 = 304^0,$$
$$t' = 12^0 + 274^0 = 286^0,$$
$$\mathrm{P} = 10333^k.$$

Les tables pour la vapeur d'eau donnent

$$r_t = 536{,}5,$$

$$\int_\tau^t C dt = 70{,}474,$$

$$\int_{t'}^\tau C dt = 18{,}023,$$

$$\varpi = 428^k{,}9.$$

Avec ces données, on trouve

$$q = 30^k{,}66.$$

20. Question.

106. — **L'injecteur Giffard consiste essentiellement en un jet de vapeur qui, sortant d'une chaudière, aspire l'eau d'un réservoir inférieur et, en s'y mélangeant et en se condensant, la fait pénétrer dans la chaudière elle-même au-dessous du niveau de l'eau. Etant données les températures t de la chaudière, t' de l'eau d'alimentation et τ du jet liquide qui s'introduit dans la chaudière, ainsi que la pression P sur le réservoir d'eau d'alimentation et la hauteur h du tube d'écoulement au-dessus de la surface de cette eau, on demande la quantité q d'eau froide entraînée par chaque kilogr. de vapeur sortant de la chandière.**

Considérons l'ensemble formé par un kilogr. de vapeur et par les q kilogr. d'eau froide entraînés, dans ses deux états extrêmes, c'est-à-dire, au commencement, lorsque l'eau d'alimentation et la vapeur sont encore séparées, la première dans son réservoir, la seconde dans la chaudière et, à la fin, lorsque le mélange de l'eau d'alimentation et du jet de vapeur condensée pénètre dans la chaudière. Si l'on admet que ce mélange liquide arrivé dans

la chaudière n'a plus de vitesse sensible on aura l'équation

$$\Delta U + \Delta W = 0,$$

puisqu'il n'y a pas de communication de chaleur avec l'extérieur.

Nous avons maintenant à évaluer le travail des forces extérieures ΔW et la variation de l'énergie intérieure ΔU. Le travail des forces extérieures se réduit simplement au travail produit par la pression P sur le réservoir, moins celui produit par la pression de la colonne de liquide dont la surface est à une hauteur h au-dessous du tube d'écoulement; car l'injecteur alimentant la chaudière même qui lui fournit la vapeur, les pressions à ses deux extrémités sont égales et par là aussi les travaux moteur et résistant qui y correspondent.

On aura donc

$$\Delta W = -q\left(\frac{P}{1000} - h\right)$$

en supposant que le volume d'un kilogr. de l'eau d'alimentation est égal à $0^{mc},001$.

Puisque le jet arrive à la chaudière entièrement liquide et à la température τ, la variation de l'énergie intérieure ΔU sera égale à la somme de la variation d'énergie du poids q d'eau qui passe de la température t' à la température τ et de la variation d'énergie de 1^k de vapeur qui passe de l'état de vapeur sèche ayant la température t à l'état d'eau liquide ayant la température τ.

La variation d'énergie interne des q kilogr. d'eau sera égale à

$$JqC(\tau - t'),$$

et la variation d'énergie du kilogr. de vapeur, à

$$J\int_t^\tau C\,dt - Jr + p(s - \sigma)$$

ou bien à

$$J\int_t^\tau C\,dt - Jr\left(1 - \frac{p}{t\frac{dp}{dt}}\right).$$

En substituant ces valeurs il vient

$$q\left(\frac{P}{1000} - h\right) = JqC(\tau - t') + J\int_t^\tau C\,dt - Jr\left(1 - \frac{p}{t\frac{dp}{dt}}\right),$$

d'où l'on tire

$$q = \frac{r\left(1 - \frac{p}{t\frac{dp}{dt}}\right) + \int_\tau^t C\,dt}{C(\tau - t') - A\left(\frac{P}{1000} - h\right)},$$

pour le poids de l'eau entraînée.

Le terme

$$A\left(\frac{P}{1000} - h\right)$$

est très-petit et peut être négligé. Il en résulte que la hauteur d'aspiration h influe fort peu sur la quantité d'eau entraînée.

Exemple numérique.

Soient

$$t = 160^\circ + 274^\circ,$$
$$t' = 12^\circ + 274^\circ,$$
$$\tau = 63^\circ + 274^\circ,$$

il vient

$$q = 10^k{,}739.$$

En employant les formules données par l'inventeur, M. Giffard, qui sont basées sur d'autres considérations, étrangères à la Thermodynamique, on trouverait

$$q = 11^k{,}161.$$

Remarque. — La température τ que possède le jet liquide qui s'introduit dans la chaudière n'est pas une quantité que l'on puisse prendre à volonté: elle est une conséquence des autres données du problème; mais, jusqu'à présent, on ne saurait la déterminer, par le calcul, d'une manière rigoureuse. La théorie complète de l'injecteur Giffard est encore à faire. La valeur que nous avons attribuée à la température τ doit être considérée comme un résultat de l'expérience. Nous renvoyons le lecteur qui voudrait étudier cette question à l'ouvrage de M. Gustave Zeuner: **Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie**, p. 390.

21. Question.

107. — Un corps dont le poids spécifique était ϖ a été soumis, sur toute sa surface extérieure, à une compression instantanée, après laquelle sa densité s'est trouvée de ϖ_1. Cette compression a produit

une élévation de température de θ. On demande de calculer, d'après ces résultats, le rapport des deux chaleurs spécifiques du corps, à pression constante et à volume constant.

La différence des deux chaleurs spécifiques est donnée par la formule générale

$$(Q_p)_t - (Q_v)_t = - A t \frac{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2}{\left(\frac{dv}{dp}\right)}.$$

On sait, d'un autre côté, que l'élévation de température due à la compression, avant qu'aucune quantité de chaleur soit transmise extérieurement, est donnée par l'expression

$$dt = \frac{A t}{(Q_v)_t} \cdot \frac{\left(\frac{dv}{dt}\right)}{\left(\frac{dv}{dp}\right)} dv,$$

où il importe de ne pas confondre le coefficient différentiel partiel

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)$$

exprimant le rapport entre les deux accroissements infiniment petits dv et dt lorsque p est constant, avec le rapport

$$\frac{dv}{dt}$$

des deux accroissements dv et dt lorsqu'il n'y a ni addition ni soustraction de chaleur.

Si l'on élimine

$$\left(\frac{dv}{dp}\right)$$

entre les deux expressions précédentes, on obtient

$$\frac{(Q_p)_t}{(Q_v)_t} = 1 - \left(\frac{dv}{dt}\right) \frac{dt}{dv}$$

pour le rapport des deux chaleurs spécifiques.

Dans notre cas

$$dv = \frac{1}{\varpi_1} - \frac{1}{\varpi},$$

$$dt = \theta.$$

Si l'on désigne par α le coefficient de la dilatation cubique du corps, on aura

$$\left(\frac{dv}{dt}\right) = \alpha v = \frac{\alpha}{\varpi}.$$

Par conséquent le rapport des deux chaleurs spécifiques, que nous désignerons plus brièvement par γ, deviendra

$$\gamma = 1 + \frac{\alpha\theta}{1 - \frac{\varpi}{\varpi_1}}.$$

Exemple numérique.

Des expériences anciennes dues à Berthollet, ont donné pour le cuivre

$$\varpi = 8852^k{,}9,$$

$$\varpi_1 = 8889^k{,}8,$$

$$\theta = 10^{\circ}{,}62.$$

Si l'on prend pour le coefficient de la dilatation cubique du cuivre

$$\alpha = 0{,}000054,$$

on obtient

$$\gamma = 1{,}1382.$$

Dans les Traités de Physique on trouve que

la chaleur spécifique du cuivre, à pression constante, est

$$(Q_p)_t = 0{,}095;$$

de sorte que la chaleur spécifique du cuivre, à volume constant, sera

$$(Q_v)_t = 0{,}083.$$

---

22. Question.

108. — Le travail mécanique qu'un homme peut fournir dans un jour étant donné, déterminer la quantité de nourriture qu'il doit prendre pour subvenir à ce travail.

Si W désigne le travail mécanique qu'un homme peut développer journellement et J l'équivalent mécanique d'une calorie, la quantité de chaleur qui doit disparaître pour produire le travail W, est égale à

$$\frac{W}{J}.$$

C'est la quantité de chaleur qui doit se produire dans l'organisme de l'homme pour fournir le travail W.

Cette chaleur ne peut provenir que de la combustion des aliments pris par l'homme.

Si l'on désigne par c la quantité de chaleur dégagée par la combustion d'un kilogramme d'un aliment donné, le poids de cet aliment que doit ingérer un homme pour fournir le travail W sera exprimé par

$$\frac{W}{Jc}.$$

Pour évaluer la quantité c, pour un aliment donné, on admet que la chaleur dégagée est la somme des quantités de chaleur que le carbone et l'hydrogène qui y sont contenus produisent séparément par la combustion en se réduisant en acide carbonique et en eau. Si le composé renferme de l'oxygène, on admet que celui-ci neutralise la proportion d'hydrogène nécessaire pour former de l'eau et n'a aucun effet sur la chaleur dégagée par la combustion du composé. De sorte que l'hydrogène ne doit être compté que pour la quantité en excès sur les éléments de l'eau.

D'après cela, si C, H, O sont les poids de carbone, d'hydrogène et d'oxygène renfermés dans un kilogramme de l'aliment donné, la chaleur totale de combustion doit être estimée par la formule

$$8080\,C + 34462\left(H - \frac{O}{8}\right),$$

en admettant, d'après MM. Favre et Silbermann, que la combustion d'un kilogramme de carbone dégage 8080 calories, et que celle d'un kilogramme d'hydrogène en dégage 34462; et en admettant, en outre, que l'hydrogène et l'oxygène s'unissent dans la proportion de 1 à 8 pour former l'eau.

Si l'on met 8080 en facteur commun, il vient

$$8080\left[C + 4{,}265\left(H - \frac{O}{8}\right)\right].$$

Le terme

$$4{,}265\left(H - \frac{O}{8}\right)$$

représente le poids du carbone qui donnerait la même quantité de chaleur que l'hydrogène contenu dans le composé. Ordinairement il est convenable de substituer à l'hydrogène cette quantité équivalente de carbone, dans les calculs relatifs à la chaleur dégagée par la combustion du composé.

Exemple numérique.

On sait que le plus grand travail que peut fournir un homme est celui qu'il produit, pour élever son corps, en marchant sur une pente douce. Ce travail a pour mesure le produit de son poids par la hauteur dont il a été élevé. Afin d'utiliser ce travail disponible, il suffit de se servir de la descente du corps de l'homme pour élever un poids égal au sien propre, à la hauteur à laquelle il est parvenu.

L'expérience a prouvé qu'en faisant agir de la sorte un homme, il peut développer, sans trop se fatiguer, un travail de 280800 kilogrammètres dans une journée de 8 heures.

Quelle est la quantité de carbone qu'il doit ingérer pour développer ce travail?

Les données du problème sont ici

$$W = 280800^{km},$$
$$J = 425^{km},$$
$$c = 8080.$$

On en déduit que le poids du carbone qu'un homme doit prendre journellement pour subvenir au travail effectué est

$$\frac{W}{Jc} = 0^k,08177.$$

Suivant M. Payen[1]) un kilogramme de pain contient $0^k,3$ de carbone, en comprenant dans ce chiffre l'équivalent de l'hydrogène contenu dans le pain. Il s'ensuit que la quantité de pain nécessaire pour fournir la dose de carbone ci-dessus, sera

$$\frac{0,08177}{0,3} = 0^k,273.$$

Telle est la quantité de pain équivalente au travail journalier d'un homme. A cette quantité il faudra naturellement ajouter les aliments nécessaires pour entretenir constante la température de l'homme et pour remplacer les matières éliminées journellement de son corps.

D'après M. Payen, il faut, pour entretenir la vie d'un homme, que les aliments pris en 24 heures contiennent

Carbone {pour la respiration $0^k,228$ / pour les excrétions $0^k,060$} $0^k,288$,

Azote pour les excrétions . . . . $0^k,020$.

En y ajoutant les $0^k,082$ de carbone que nous venons de trouver pour fournir au travail, on trouve que, pour entretenir la vie et les forces de l'homme, dans les conditions indiquées, il faut que les aliments pris en vingt-quatre heures contiennent $0^k,370$ de carbone, plus $0^k,020$ d'azote.

Ces chiffres s'accordent assez bien avec les ré-

1) *Précis théorique et pratique des substances alimentaires*, 4e édition, p. 483.

sultats donnés par M. Moleschott.[1]) Suivant ce savant physiologiste, un homme qui travaille vigoureusement consomme journellement $0^k,314$ de carbone et $0^k,020$ d'azote, plus une certaine quantité d'hydrogène dont l'équivalent en carbone devrait être ajouté à $0^k,314$, pour rendre ce résultat comparable au précédent.

Examinons maintenant quelles sont les doses de pain et de viande nécessaires pour fournir les quantités de carbone et d'azote que nous venons de trouver.

Suivant M. Payen,

1^k de pain contient	$0^k,300$ carbone,	$0^k,0108$ d'azote,
1^k de viande (sans os)	$0^k,110$ id.,	$0^k,0307$ id.

Si l'on désigne par x le poids du pain et par y le poids de la viande qui doivent entrer dans la ration alimentaire mixte, sans qu'il y ait excès ni de viande ni de pain, ces poids devront satisfaire aux deux équations

$$300\,x + 110\,y = 370,$$
$$108\,x + 307\,y = 200,$$

qui étant résolues donnent

$$x = 1^k,142,$$
$$y = 0^k,250.$$

Ainsi, la ration doit être composée de

Pain	$1^k,142$ contenant	$0^k,343$ carbone et	$0^k,012$ azote
Viande	$0^k,250$ »	$0^k,027$ »	» $0^k,008$ »
	$1^k,392$	$0^k,370$	$0^k,020$

1) *Physiologie der Nahrungsmittel*, 2e édition, p. 223.

Les os formant un cinquième du poids total de la viande, il faudra prendre 0^k,313 de viande avec les os, pour avoir 0^k,250 de viande desossée.

Remarque. — Un homme qui marche sur un terrain horizontal ne produit en apparence aucun travail mécanique, car la direction du poids étant perpendiculaire à celle du chemin, il n'y a pas de résistance vaincue, ni, par conséquent, de travail produit dans le sens du mouvement horizontal du point où agit le poids. Cependant, un homme qui chemine horizontalement éprouve une fatigue et doit prendre une certaine quantité d'aliment pour y subvenir. D'où provient cette fatigue?

Elle provient du travail que l'homme dépense à chaque pas pour élever son centre de gravité d'une certaine hauteur et pour lui imprimer une certaine vitesse, travail qui se transforme définitivement en chaleur par le choc de ses pieds contre le sol. Entrons dans quelques détails sur le mécanisme de la marche, que nous extrayons de la Mécanique de Poisson.

Un homme qui marche sur un terrain horizontal élève et abaisse périodiquement son centre de gravité:

„Je suppose que l'homme ait d'abord le pied „gauche en avant du pied droit; son centre de „gravité est alors abaissé, au-dessous de sa posi- „tion naturelle, d'une quantité que je désignerai „par ε. En s'appuyant sur son pied gauche, et „s'aidant du frottement de ce pied contre le sol,

„l'homme ramène son pied droit au niveau du pied „gauche, puis le pied droit devance le pied gauche, „et va se poser sur le sol; ce qui fait un pas en„tier, composé de deux parties. Or, dans la pre„mière partie, l'homme soulève son centre de gra„vité de la hauteur ε, et produit par là une quan„tité de travail égale à $\Pi\varepsilon$ (Π **étant son propre „poids**); il imprime, au même instant, à ce point „une vitesse horizontale, que je désignerai par a, „à la fin du premier demi-pas; ce qui répond à „une autre quantité de travail équivalente à la „demi-force vive $\frac{1}{2}\frac{\Pi a^2}{g}$, en désignant par g la gra„vité. On devrait encore ajouter à $\frac{1}{2}\frac{\Pi a^2}{g}$, la par„tie de la demi-somme des forces vives provenant „des vitesses relatives de tous les autres points du „corps; mais j'en ferai abstraction dans cette éva„luation, qui ne peut être qu'un aperçu. Je sup„poserai aussi que le second demi-pas a lieu en „vertu de la vitesse acquise à la fin du premier, „et du poids du corps qui retombe sur le sol, de „manière que, pendant le second demi-pas, l'homme „n'exerce plus aucun effort, et que les vitesses „verticale et horizontale, dont son centre de gra„vité se trouve encore animé à la fin du pas entier, „soient détruites par le choc et le frottement de „son pied droit contre le sol. Dans cette hypo„thèse, la quantité de travail de l'homme pendant „le pas entier sera la somme

$$H\varepsilon + \frac{1}{2}\frac{Ha^2}{g}, \text{ ou } H(\varepsilon + \alpha),$$

„en appelant α la hauteur due à la vitesse a, de „sorte qu'on ait

$$a^2 = 2g\alpha.$$

„Il suit de là que dans un nombre n de pas „égaux et semblables, la quantité de travail d'un „homme ou d'un animal, portant un fardeau et „marchant sur une route horizontale, aura pour „valeur

$$nK(\varepsilon + \alpha),$$

„en désignant par K son poids H augmenté de „celui du fardeau.“ [1])

Or, la totalité de ce travail est convertie en chaleur par le choc et le frottement de ses pieds contre le sol; de sorte que le seul effet mécanique de la marche d'un homme est en définitive une production de chaleur égale à

$$\frac{nK(\varepsilon + \alpha)}{J},$$

J étant l'équivalent mécanique de la chaleur.

Ainsi, pour soutenir son travail d'une manière continue, l'homme devra prendre une nourriture capable de fournir cette quantité de chaleur, en plus de la nourriture nécessaire pour entretenir le jeu de ses fonctions lorsqu'il reste dans un repos absolu.

Nous ferons observer que la vitesse horizontale

1) *Poisson, Mécanique*, v. II, p. 760.

α du centre de gravité n'est point détruite à chaque pas, dans une marche continue, car il n'y a point arrêt au bout de chaque pas. La vitesse horizontale du centre de gravité d'un homme marchant sans interruption n'est pas invariable, mais ne passe pas par zéro à chaque pas. Il s'ensuit que dans l'expression

$$n K (\varepsilon + \alpha)$$

du travail développé par un homme pendant sa marche horizontale, on doit diminuer fortement le second terme.

On sait qu'un homme marchant sur un chemin horizontal sans fardeau, peut parcourir, dans une journée de 10 heures, la distance de 54000^m avec une vitesse de $1^m,50$ par seconde. En admettant que la longueur du pas soit de $0^m,75$, la distance de 54000^m se compose de 72000 pas. Dans ces circonstances un homme pesant 65^k aurait développé, dans sa marche, un travail égal à

$$4680000 (\varepsilon + \alpha) \text{ kilogrammètres.}$$

Si l'on suppose que ce travail soit égal à celui que peut développer l'homme cheminant le long d'une rampe douce et que nous avons estimé plus haut à 280800^{km}, on aura l'équation

$$4680000 (\varepsilon + \alpha) = 280800;$$

d'où l'on tire

$$\varepsilon + \alpha = 0^m,06.$$

M. Valentin[1]), en s'appuyant sur les mesures

1) *Lehrbuch der Physiologie des Menschen.* II, p. 342, 2e éd.

des frères Weber, dit que la hauteur à laquelle l'homme élève, à chaque pas, son centre de gravité, ne dépasse pas $0^m,02$. Si l'on admet ce chiffre, on en déduit que la hauteur due à la vitesse horizontale du centre de gravité serait $0^m,04$. Cette hauteur correspond à la vitesse de $0^m,89$.

Dans ces circonstances, l'homme donnerait naissance par les chocs et les frottements répétés de ses pieds, dans la marche d'un jour, à une quantité de chaleur égale à 660,7 calories dont $220^{cal.},2$ seraient dues au choc vertical de ses pieds contre le sol, et $440^{cal.},5$ proviendraient du frottement de ses pieds.

Tables
de la vapeur d'eau saturée.

Les tables suivantes fournissent les valeurs de différentes fonctions de la température dont on a souvent besoin dans les calculs relatifs à la vapeur d'eau saturée.

L'argument est pour toutes la température.

La table *I* donne la pression p de la vapeur d'eau saturée, exprimée en kilogrammes sur le mètre carré, ainsi que plusieurs fonctions qui en dépendent, indiquées en tête de chaque colonne.

La table *II* donne la quantité de chaleur r nécessaire pour vaporiser un kilogramme d'eau à la température constante t, et sous la pression constante p qui y correspond. Elle donne aussi la quantité de chaleur

$$\int_0^\Theta C dt$$

nécessaire pour élever la température d'un kilogramme d'eau de 0° à Θ° C., l'eau étant constam-

ment soumise à la pression de la vapeur saturée. On y trouve en outre plusieurs fonctions de ces quantités et de celles renfermées dans la Table *I.*

Table I.

Les pressions p, entre 0° et 40° et entre 100° et 230° C., ont été déduites de la table donnée par M. Regnault de ces mêmes pressions exprimées en millimètres de mercure[1]) en les multipliant par la densité du mercure (13,59593), afin de les exprimer en kilogrammes sur le mètre carré. Les pressions entre 40° et 100° C. ont été déduites de celles calculées par M. Moritz[2]) qui a signalé une erreur qui s'était glissée dans les calculs faits par M. Regnault.

On a étendu la table jusqu'à 250° C., au moyen de la formule empirique

$$\log p = a + b\alpha^{\tau} + c\beta^{\tau},$$

proposée par M. Regnault, dans laquelle on a, pour les températures comprises entre 0° et 230° C.,

$$a = 6{,}2640348,$$
$$\log(-b) = 0{,}1397743,$$
$$\log(-c) = 0{,}6924351,$$
$$\log \alpha = \bar{1}{,}994049292,$$
$$\log \beta = \bar{1}{,}998343862,$$

p étant exprimé en millimètres de mercure, τ étant

1) *Mém. de l'Ac. des sc. de l'Inst. de France,* t. XXI, p. 624.

2) *Mélanges physiques et chimiques tirés du Bulletin physico-mathématique de l'Ac. des sciences de St. Pétersbourg,* t. II (1854—1856).

la température centigrade comptée à partir de 20° au-dessous de la glace fondante, et le signe *log* représentant les logarithmes de Briggs.

Les valeurs de

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{dp}{dt}$$

ont été calculées directement au moyen de l'expression

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{dp}{dt} = A\alpha^{\tau} + B\beta^{\tau}$$

qu'on tire des formules empiriques de M. Regnault, et où les constantes ont les valeurs suivantes:

Entre 0° et 100° C.

$$\log A = \bar{4},6930585968,$$
$$\log B = \bar{2},8513121475,$$
$$\log \alpha = 0,006864937152,$$
$$\log \beta = \bar{1},996725536856,$$

τ étant la température centigrade comptée à partir de la glace fondante:

Entre 100° et 250° C.

$$\log A = \bar{2},638774329,$$
$$\log B = \bar{2},635963001,$$
$$\log \alpha = \bar{1},994049292,$$
$$og\, \beta = \bar{1},998343862,$$

τ étant la température centigrade comptée à partir de 20° au-dessous de la glace fondante.

Les autres colonnes de la Table *I* ont été déduites des deux colonnes précédentes.

Table II.

Les valeurs de r ont été calculées à l'aide de la formule

$$r = 606,5 - 0,695\,\theta - 0,00002\,\theta^2 - 0,0000003\,\theta^3,$$

proposée par M. Regnault, où θ désigne la température centigrade comptée à partir de la glace fondante.

Les nombres de la colonne suivante sont calculés à l'aide de la formule

$$\int_0^\theta C d\theta = \theta + 0,00002\,\theta^2 + 0,0000003\,\theta^3,$$

également donnée par M. Regnault.

Les valeurs de l'intégrale.

$$\int \frac{C\,dt}{t}$$

ont été calculées au moyen de la formule

$$\int_{274}^{t} \frac{C\,dt}{t} = 2,43293075 \log t - 0,0004532\,t$$
$$+ 0,00000045\,t^2 - 5,84048571,$$

où le logarithme est de Briggs.

Les autres colonnes sont déduites des colonnes précédentes, et des nombres contenus dans la Table *I*.

Nous devons faire observer que tous les résultats renfermés dans les Tables ayant été calculés avec plus de chiffres qu'on n'en a conservé, il s'en suit que les derniers chiffres diffèrent souvent de ceux qu'on déduirait directement des autres colonnes.

Table I.

Température centigrade	t	p (kilogr.)	$\frac{dp}{dt}$	$t\frac{dp}{dt}$	$t\frac{dp}{dt}-p$	$\frac{1}{p}\cdot\frac{dp}{dt}$	$\frac{t}{p}\frac{dp}{dt}$	$\frac{p}{t}\cdot\frac{1}{\frac{dp}{dt}}$	t	Température centigrade
0	274	62,5	4,5	1224	1161	0,0715	19,6	0,051	271	0
1	275	67,2	4,8	1312	1245	0,0710	19,5	0,051	275	1
2	276	72,1	5,1	1402	1330	0,0705	19,4	0,051	276	2
3	277	77,3	5,4	1498	1421	0,0699	19,4	0,052	277	3
4	278	82,9	5,8	1600	1517	0,0694	19,3	0,052	278	4
5	279	88,8	6,1	1707	1618	0,0689	19,2	0,052	279	5
6	280	95,1	6,5	1822	1727	0,0681	19,2	0,052	280	6
7	281	101,8	6,9	1943	1841	0,0679	19,1	0,052	281	7
8	282	109,0	7,1	2072	1963	0,0674	19,0	0,053	282	8
9	283	116,6	7,8	2208	2091	0,0669	18,9	0,053	283	9
10	281	124,6	8,3	2351	2226	0,0664	18,9	0,053	284	10
11	285	133,1	8,8	2501	2368	0,0659	18,8	0,053	285	11
12	286	142,2	9,3	2662	2520	0,0655	18,7	0,053	286	12
13	287	151,7	9,9	2829	2677	0,0650	18,7	0,054	287	13
14	288	161,9	10,4	3008	2846	0,0645	18,6	0,054	288	11
15	289	172,6	11,1	3194	3021	0,0640	18,5	0,054	289	15
16	290	184,0	11,7	3392	3208	0,0636	18,4	0,054	290	16
17	291	196,0	12,4	3600	3103	0,0631	18,4	0,054	291	17
18	292	208,8	13,1	3820	3611	0,0627	18,3	0,055	292	18
19	293	222,2	13,8	4049	3827	0,0622	18,2	0,055	293	19
20	294	236,4	14,6	4291	4055	0,0617	18,2	0,055	294	20
21	295	251,4	15,4	4546	4295	0,0613	18,1	0,055	295	21
22	296	267,3	16,3	4815	4548	0,0609	18,0	0,056	296	22
23	297	284,0	17,2	5096	4812	0,0604	17,9	0,056	297	23
24	298	301,6	18,1	5390	5088	0,0600	17,9	0,056	298	24

Température centigrade	t	p (kilogr.)	$\frac{dp}{dt}$	$t\frac{dp}{dt}$	$t\frac{dp}{dt}-p$	$\frac{1}{p}\cdot\frac{dp}{dt}$	$\frac{t}{p}\frac{dp}{dt}$	$\frac{p}{t}\cdot\frac{1}{\frac{dp}{dt}}$	t	Température centigrade
25	299	320,2	19,1	5701	5381	0,0595	17,8	0,056	299	25
26	300	339,7	20,1	6024	5684	0,0591	17,7	0,056	300	26
27	301	360,4	21,2	6366	6006	0,0587	17,7	0,057	301	27
28	302	382,1	22,3	6723	6341	0,0583	17,6	0,057	302	28
29	303	404,9	23,4	7096	6691	0,0578	17,5	0,057	303	29
30	304	428,9	24,6	7488	7059	0,0574	17,5	0,057	304	30
31	305	454,2	25,9	7898	7414	0,0570	17,4	0,058	305	31
32	306	480,7	27,2	8326	7845	0,0566	17,3	0,058	306	32
33	307	508,6	28,6	8775	8266	0,0562	17,3	0,058	307	33
34	308	537,9	30,0	9244	8706	0,0558	17,2	0,058	308	34
35	309	568,7	31,5	9735	9166	0,0554	17,1	0,058	309	35
36	310	600,9	33,1	10245	9644	0,0550	17,0	0,059	310	36
37	311	634,8	34,7	10781	10146	0,0546	17,0	0,059	311	37
38	312	670,3	36,3	11369	10669	0,0542	16,9	0,059	312	38
39	313	707,5	38,1	11921	11213	0,0538	16,8	0,059	313	39
40	314	746,5	39,9	12529	11782	0,0534	16,8	0,060	314	40
41	315	787,3	41,8	13161	12374	0,0531	16,7	0,060	315	41
42	316	830,1	43,7	13822	12992	0,0527	16,6	0,060	316	42
43	317	874,8	45,8	14509	13634	0,0523	16,6	0,060	317	43
44	318	921,6	47,9	15225	14303	0,0519	16,5	0,061	318	44
45	319	970,6	50,1	15971	15000	0,0516	16,5	0,061	319	45
46	320	1021,8	52,3	16747	15725	0,0512	16,4	0,061	320	46
47	321	1075,3	54,7	17555	16480	0,0509	16,3	0,061	321	47
48	322	1131,2	57,1	18395	17264	0,0505	16,3	0,062	322	48
49	323	1189,6	59,7	19268	18078	0,0501	16,2	0,062	323	49
50	324	1250,5	62,2	20174	18923	0,0498	16,1	0,062	324	50
51	325	1314,2	65,0	21119	19805	0,0494	16,1	0,062	325	51
52	326	1380,5	67,8	22097	20716	0,0491	16,0	0,062	326	52
53	327	1449,8	70,7	23115	21665	0,0488	15,9	0,063	327	53
54	328	1522,0	73,7	24169	22647	0,0484	15,9	0,063	328	54
55	329	1597,2	76,8	25266	23669	0,0481	15,8	0,063	329	55
56	330	1675,6	80,0	26402	24726	6,0477	15,8	0,063	330	56
57	331	1757,2	83,3	27579	25822	0,0474	15,7	0,064	331	57
58	332	1812,3	86,7	28802	26960	0,0471	15,6	0,064	332	58
59	333	1930,8	90,3	30068	28137	0,0468	15,6	0,064	333	59

Température centigrade	t	p (kilogr.)	$\frac{dp}{dt}$	$t\frac{dp}{dt}$	$t\frac{dp}{dt}-p$	$\frac{1}{p}\cdot\frac{dp}{dt}$	$\frac{t}{p}\frac{dp}{dt}$	$\frac{p}{t}\cdot\frac{1}{\frac{dp}{dt}}$	t	Température centigrade
60	334	2022,9	93,9	31379	29356	0,0464	15,5	0,064	334	60
61	335	2118,7	97,7	32737	30619	0,0461	15,4	0,065	335	61
62	336	2218,3	101,6	34143	31925	0,0458	15,4	0,065	336	62
63	337	2322,0	105,6	35600	33278	0,0455	15,3	0,065	337	63
64	338	2429,7	109,8	37107	34677	0,0452	15,3	0,065	338	64
65	339	2541,6	114,0	38665	36123	0,0449	15,2	0,066	339	65
66	340	2657,8	118,5	40277	37619	0,0446	15,2	0,066	340	66
67	341	2778,6	123,0	41946	39167	0,0443	15,1	0,066	341	67
68	342	2903,9	127,7	43669	40765	0,0440	15,0	0,066	342	68
69	343	3034,0	132,5	45450	42416	0,0437	15,0	0,067	343	69
70	344	3168,9	137,5	47289	44120	0,0434	14,9	0,067	344	70
71	345	3309,0	142,6	49191	45882	0,0431	14,9	0,067	345	71
72	346	3454,2	147,8	51154	47700	0,0428	14,8	0,068	346	72
73	347	3604,7	153,2	53180	49575	0,0425	14,8	0,068	347	73
74	348	3760,7	158,8	55272	51511	0,0422	11,7	0,068	348	74
75	349	3922,4	164,5	57431	53509	0,0420	14,6	0,068	349	75
76	350	4089,9	170,4	59638	55568	0,0417	14,6	0,069	350	76
77	351	4263,4	176,5	61955	57692	0,0414	14,5	0,069	351	77
78	352	4443,0	182,7	64324	59881	0,0411	14,5	0,069	352	78
79	353	4628,9	189,1	66766	62137	0,0409	14,4	0,069	353	79
80	354	4821,3	195,7	69283	64462	0,0406	14,4	0,070	354	80
81	355	5020,4	202,4	71877	66857	0,0403	14,3	0,070	355	81
82	356	5226,3	209,4	74555	69329	0,0401	14,3	0,070	356	82
83	357	5439,3	216,5	77304	71865	0,0398	14,2	0,070	357	83
84	358	5659,4	223,8	80138	74479	0,0396	14,2	0,071	358	81
85	359	5887,0	231,4	83058	77171	0,0393	14,1	0,071	359	85
86	360	6122,2	239,1	86064	79942	0,0390	14,1	0,071	360	86
87	361	6365,3	247,0	89160	82795	0,0388	14,0	0,071	361	87
88	362	6616,3	255,1	92344	85728	0,0386	14,0	0,072	362	88
89	363	6875,5	263,4	95620	88744	0,0383	13,9	0,072	363	89
90	364	7143,2	272,0	98991	91848	0,0381	13,9	0,072	364	90
91	365	7419,5	280,7	102458	95038	0,0378	13,8	0,072	365	91
92	366	7704,6	289,7	106022	98317	0,0376	13,8	0,073	366	92
93	367	7998,9	298,9	109690	101691	0,0374	13,7	0,073	367	93
94	368	8302,5	308,3	113459	105156	0,0371	13,7	0,073	368	94

Température centigrade	t	p (kilogr.)	$\frac{dp}{dt}$	$t\frac{dp}{dt}$	$t\frac{dp}{dt}-p$	$\frac{1}{p}\cdot\frac{dp}{dt}$	$\frac{t}{p}\frac{dp}{dt}$	$\frac{p}{t}\cdot\frac{1}{\frac{dp}{dt}}$	t	Température centigrade
95	369	8615,6	318,0	117333	108717	0,0369	13,6	0,073	369	95
96	370	8938,5	327,9	121315	112376	0,0367	13,6	0,074	370	96
97	371	9271,4	338,0	125377	116106	0,0365	13,5	0,074	371	97
98	372	9614,6	348,1	129611	119996	0,0362	13,5	0,074	372	98
99	373	9968,3	359,1	133933	123965	0,0360	13,4	0,074	373	99
100	374	10333	370	138252	127919	0,0358	13,4	0,075	374	100
101	375	10708	381	142776	132068	0,0355	13,3	0,075	375	101
102	376	11094	392	147420	136326	0,0353	13,3	0,075	376	102
103	377	11492	404	152183	140691	0,0351	13,2	0,076	377	103
104	378	11902	416	157068	145166	0,0349	13,2	0,076	378	104
105	379	12323	428	162076	149753	0,0347	13,2	0,076	379	105
106	380	12757	440	167210	154453	0,0345	13,1	0,076	380	106
107	381	13203	453	172472	159269	0,0343	13,1	0,077	381	107
108	382	13663	466	177863	164200	0,0341	13,0	0,077	382	108
109	383	14135	479	183395	169260	0,0339	13,0	0,077	383	109
110	384	14621	492	189057	174436	0,0337	12,9	0,077	384	110
111	385	15120	506	194859	179739	0,0335	12,9	0,078	385	111
112	386	15633	520	200798	185165	0,0333	12,8	0,078	386	112
113	387	16160	535	206878	190718	0,0331	12,8	0,078	387	113
114	388	16702	549	213107	196405	0,0329	12,8	0,078	388	114
115	389	17259	564	219480	202221	0,0327	12,7	0,079	389	115
116	390	17831	579	226001	208170	0,0325	12,7	0,079	390	116
117	391	18418	595	232675	214257	0,0323	12,6	0,079	391	117
118	392	19021	611	239506	220485	0,0321	12,6	0,079	392	118
119	393	19640	627	246491	226851	0,0319	12,6	0,080	393	119
120	394	20275	644	253633	233358	0,0317	12,5	0,080	394	120
121	395	20927	661	260939	240011	0,0316	12,5	0,080	395	121
122	396	21597	678	268409	246812	0,0314	12,4	0,080	396	122
123	397	22283	695	276045	253762	0,0312	12,4	0,081	397	123
124	398	22987	713	283848	260861	0,0310	12,3	0,081	398	124
125	399	23710	731	291823	268113	0,0308	12,3	0,081	399	125
126	400	24450	750	299972	275522	0,0307	12,3	0,082	400	126
127	401	25209	769	308298	283088	0,0305	12,2	0,082	401	127
128	402	25988	788	316806	290818	0,0303	12,2	0,082	402	128
129	403	26786	808	325491	298705	0,0302	12,2	0,083	403	129

Température centigrade	t	p (kilogr.)	$\frac{dp}{dt}$	$t\frac{dp}{dt}$	$t\frac{dp}{dt}-p$	$\frac{1}{p}\cdot\frac{dp}{dt}$	$\frac{t}{p}\cdot\frac{dp}{dt}$	$\frac{p}{t}\cdot\frac{1}{\frac{dp}{dt}}$	t	Température centigrade
130	404	27603	828	334360	306756	0,0300	12,1	0,083	404	130
131	405	28141	848	343416	314977	0,0298	12,1	0,083	405	131
132	406	29300	869	352663	323363	0,0296	12,0	0,083	406	132
133	407	30179	890	362100	331921	0,0295	12,0	0,083	407	133
131	408	31079	911	371734	340655	0,0293	12,0	0,084	408	134
135	409	32001	933	381561	349560	0,0292	11,9	0,084	409	135
136	410	32945	955	391589	358644	0,0290	11,9	0,084	410	136
137	411	33911	978	401817	367906	0,0288	11,8	0,084	411	137
138	412	34901	1001	412257	377356	0,0287	11,8	0,085	412	138
139	413	35913	1024	422894	386981	0,0285	11,8	0,085	413	139
140	414	36949	1048	433749	396800	0,0284	11,7	0,085	414	140
141	415	38008	1072	444812	406804	0,0282	11,7	0,085	415	141
142	416	39092	1096	456091	416999	0,0280	11,7	0,086	416	142
143	417	40201	1121	467588	427387	0,0279	11,6	0,086	417	143
144	418	41335	1147	479306	437971	0,0277	11,6	0,086	418	144
145	419	42495	1172	491246	448751	0,0276	11,6	0,087	419	145
146	420	43680	1199	503415	459735	0,0274	11,5	0,087	420	146
147	421	44892	1225	515821	470929	0,0273	11,5	0,087	421	147
148	422	46131	1252	528436	482305	0,0271	11,5	0,087	422	148
149	423	47397	1280	541296	493899	0,0270	11,4	0,088	423	149
150	424	48690	1308	554391	505701	0,0269	11,4	0,088	424	150
151	425	50012	1336	567729	517717	0,0267	11,4	0,088	425	151
152	426	51362	1365	581308	529946	0,0266	11,3	0,088	426	152
153	427	52741	1394	595131	542390	0,0264	11,3	0,089	427	153
154	428	54149	1423	609191	555042	0,0263	11,3	0,089	428	154
155	429	55588	1453	623526	567938	0,0261	11,2	0,089	429	155
156	430	57056	1484	638088	581031	0,0260	11,2	0,089	430	156
157	431	58556	1515	652918	594362	0,0259	11,2	0,090	431	157
158	432	60086	1546	668000	607914	0,0257	11,1	0,090	432	158
159	433	61649	1578	683349	621700	0,0256	11,1	0,090	433	159
160	434	63243	1611	698958	635715	0,0255	11,1	0,090	434	160
161	435	64870	1643	714832	649962	0,0253	11,0	0,091	435	161
162	436	66530	1677	730976	664446	0,0252	11,0	0,091	436	162
163	437	68223	1710	747388	679165	0,0251	11,0	0,091	437	163
164	438	69951	1744	764078	694127	0,0249	10,9	0,092	438	164

Température centigrade	t	p (kilogr.)	$\frac{dp}{dt}$	$t\frac{dp}{dt}$	$t\frac{dp}{dt}-p$	$\frac{1}{p}\cdot\frac{dp}{dt}$	$\frac{t\,dp}{p\,dt}$	$\frac{p}{t}\cdot\frac{1}{\frac{dp}{dt}}$	t	Température centigrade
165	439	71712	1779	781042	719330	0,0248	10,9	0,092	439	165
166	440	73509	1814	798285	724776	0,0247	10,9	0,092	440	166
167	441	75341	1850	815800	740459	0,0246	10,8	0,092	441	167
168	442	77209	1886	833620	756411	0,0244	10,8	0,093	442	168
169	443	79113	1923	851720	772607	0,0243	10,8	0,093	443	169
170	444	81054	1960	870102	789148	0,0242	10,7	0,093	444	170
171	445	83033	1997	888783	805750	0,0241	10,7	0,093	445	171
172	446	85049	2035	907754	822705	0,0239	10,7	0,094	446	172
173	447	87104	2074	927027	839923	0,0238	10,6	0,094	447	173
174	448	89197	2113	946595	857398	0,0237	10,6	0,094	448	174
175	449	91330	2153	966470	885140	0,0236	10,6	0,094	449	175
176	450	93502	2193	986648	893146	0,0234	10,6	0,095	450	176
177	451	95715	2233	1007130	911415	0,0233	10,5	0,095	451	177
178	452	97968	2274	1027930	929962	0,0232	10,5	0,095	452	178
179	453	100263	2316	1049030	948767	0,0231	10,5	0,096	453	179
180	454	102600	2358	1070460	967860	0,0230	10,4	0,096	454	180
181	455	104979	2400	1092200	987221	0,0229	10,4	0,096	455	181
182	456	107401	2444	1114260	1006859	0,0228	10,4	0,096	456	182
183	457	109866	2487	1136640	1026773	0,0226	10,3	0,097	457	183
184	458	112376	2531	1159330	1046954	0,0225	10,3	0,097	458	184
185	459	114929	2576	1182400	1067470	0,0224	10,3	0,097	459	185
186	460	117528	2621	1205760	1088232	0,0223	10,3	0,097	460	186
187	461	120172	2667	1229450	1109278	0,0222	10,2	0,098	461	187
188	462	122862	2713	1253490	1130628	0,0221	10,2	0,098	462	188
189	463	125598	2760	1277860	1152260	0,0220	10,2	0,098	463	189
190	464	128382	2807	1302570	1174188	0,0219	10,1	0,099	464	190
191	465	131213	2855	1327610	1196397	0,0218	10,1	0,099	465	191
192	466	134093	2903	1353010	1218917	0,0217	10,1	0,099	466	192
193	467	137020	2952	1378750	1241730	0,0215	10,1	0,099	467	193
194	468	139997	3002	1404840	1264843	0,0214	10,0	0,100	468	194
195	469	143024	3052	1431270	1288246	0,0213	10,0	0,100	469	195
196	470	146101	3102	1458070	1311969	0,0212	10,0	0,100	470	196
197	471	149229	3153	1485220	1335991	0,0211	10,0	0,100	471	197
198	472	152408	3205	1512720	1360312	0,0210	9,9	0,101	472	198
199	473	155639	3257	1540600	1384961	0,0209	9,9	0,101	473	199

Température centigrade	t	p (kilogr.)	$\frac{dp}{dt}$	$t\frac{dp}{dt}$	$t\frac{dp}{dt}-p$	$\frac{1}{p}\cdot\frac{dp}{dt}$	$\frac{t}{p}\frac{dp}{dt}$	$\frac{p}{t}\cdot\frac{1}{\frac{dp}{dt}}$	t	Température centigrade
200	474	158922	3310	1568820	1409898	0,0208	9,9	0,101	474	200
201	475	162259	3363	1597410	1435151	0,0207	9,8	0,102	475	201
202	476	165619	3417	1626360	1460711	0,0206	9,8	0,102	476	202
203	177	169092	3471	1655700	1186607	0,0205	9,8	0,102	477	203
204	478	172591	3526	1685390	1512799	0,0204	9,8	0,102	478	204
205	479	176144	3581	1715450	1539306	0,0203	9,7	0,103	479	205
206	180	179753	3637	1745900	1566147	0,0202	9,7	0,103	480	206
207	181	183419	3694	1776710	1593291	0,0201	9,7	0,103	181	207
208	182	187141	3751	1802910	1620768	0,0200	9,7	0,101	482	208
209	483	190921	3808	1839490	1648569	0,0199	9,6	0,104	483	209
210	484	194759	3867	1871440	1676681	0,0199	9,6	0,104	484	210
211	485	198654	3925	1903770	1705116	0,0198	9,6	0,101	485	211
212	186	202609	3985	1936510	1733901	0,0197	9,6	0,105	486	212
213	487	206624	4041	1969620	1762996	0,0196	9,5	0,105	487	213
214	488	210698	4105	2003120	1792422	0,0195	9,5	0,105	488	214
215	489	214834	4166	2037010	1822176	0,0194	9,5	0,105	489	215
216	490	219029	4227	2071250	1852230	0,0193	9,5	0,106	490	216
217	491	223288	4289	2105980	1882692	0,0192	9,4	0,106	491	217
218	492	227608	4352	2141060	1913452	0,0191	9,4	0,106	492	218
219	493	231991	4415	2176540	1944549	0,0190	9,4	0,107	493	219
220	494	236438	4479	2212400	1975962	0,0189	9,4	0,107	494	220
221	495	240949	4543	2248680	2007731	0,0189	9,3	0,107	495	221
222	496	245521	4608	2285350	2039826	0,0188	9,3	0,107	196	222
223	497	250164	4673	2322110	2072276	0,0187	9,3	0,108	197	223
221	498	254870	4739	2359910	2105040	0,0186	9,3	0,108	498	224
225	499	259642	4805	2397800	2138158	0,0185	9,2	0,108	499	225
226	500	264480	4872	2136110	2171629	0,0184	9,2	0,109	500	226
227	501	269386	4940	2174810	2205423	0,0183	9,2	0,109	501	227
228	502	274360	5008	2513920	2239559	0,0183	9,2	0,109	502	228
229	503	279403	5076	2553460	2274057	0,0182	9,1	0,109	503	229
230	504	281514	5146	2593410	2308896	0,0181	9,1	0,110	504	230
231	505	289694	5215	2633760	2344066	0,0180	9,1	0,110	505	231
232	506	294944	5286	2671550	2379605	0,0179	9,1	0,110	506	232
233	507	300265	5356	2715740	2415474	0,0178	9,0	0,111	507	233
234	508	305658	5428	2757340	2451682	0,0178	9,0	0,111	508	234

Température centigrade	t	p (kilogr.)	$\frac{dp}{dt}$	$t\frac{dp}{dt}$	$t\frac{dp}{dt}-p$	$\frac{1}{p}\cdot\frac{dp}{dt}$	$\frac{1}{p}\frac{dp}{dt}$	$\frac{p}{t}\cdot\frac{1}{\frac{dp}{dt}}$	t	Température centigrade
235	509	311121	5500	2799280	2488159	0,0177	9,0	0,111	509	235
236	510	316657	5572	2841830	2525173	0,0176	9,0	0,111	510	236
237	511	322267	5645	2884700	2562433	0,0175	9,0	0,112	511	237
238	512	327947	5719	2927990	2600043	0,0174	8,9	0,112	512	238
239	513	333703	5793	2971700	2637996	0,0174	8,9	0,112	513	239
240	514	339534	5867	3015860	2676326	0,0173	8,9	0,113	514	240
241	515	345438	5943	3060410	2714972	0,0172	8,9	0,113	515	241
242	516	351419	6018	3105410	2753991	0,0171	8,8	0,113	516	242
243	517	357475	6094	3150860	2793385	0,0170	8,8	0,113	517	243
244	518	363608	6171	3196650	2833042	0,0170	8,8	0,114	518	244
245	519	369818	6248	3242960	2873142	0,0169	8,8	0,114	519	245
246	520	376105	6326	3289640	2913535	0,0168	8,7	0,114	520	246
247	521	382471	6405	3336770	2954299	0,0167	8,7	0,115	521	247
248	522	388915	6483	3384310	2995395	0,0167	8,7	0,115	522	248
249	523	395445	6563	3432390	3036945	0,0166	8,7	0,115	523	249
250	524	402040	6643	3480740	3078700	0,0165	8,6	0,116	524	250

Table II.

Température centigrade	t	r (calories)	$\int_{274}^{t} C dt$	$r + \int_{274}^{t} C dt$	$\int_{274}^{t} \frac{C}{t} dt$	$\frac{pr}{t\frac{dp}{dt}}$	$r - \frac{pr}{t\frac{dp}{dt}}$	$r + \int_{274}^{t} C dt - \frac{pr}{t\frac{dp}{dt}}$	$\frac{r}{t\frac{dp}{dt}}$
0	274	606,500	0,000	606,500	0,00000	30,958	575,542	575,542	0,49532
1	275	605,805	1,000	606,805	0,00364	31,037	574,768	575,768	0,46186
2	276	605,110	2,000	607,110	0,00727	31,118	573,992	575,992	0,43160
3	277	604,415	3,000	607,415	0,01089	31,199	573,216	576,216	0,40361
4	278	603,720	4,000	607,720	0,01449	31,281	572,439	576,439	0,37733
5	279	603,025	5,001	608,025	0,01809	31,362	571,663	576,664	0,35318
6	280	602,329	6,001	608,330	0,02166	31,445	570,884	576,885	0,33066
7	281	601,634	7,001	608,635	0,02523	31,528	570,106	577,107	0,30970
8	282	600,939	8,001	608,940	0,02878	31,611	569,328	577,329	0,29001
9	283	600,243	9,002	609,245	0,03233	31,695	568,548	577,550	0,27183
10	284	599,548	10,002	609,550	0,03585	31,779	567,769	577,771	0,25505
11	285	598,852	11,003	609,855	0,03937	31,864	566,988	577,991	0,23940
12	286	598,157	12,003	610,160	0,04288	31,949	566,208	578,211	0,22468
13	287	597,461	13,004	610,465	0,04637	32,034	565,427	578,431	0,21117
14	288	596,765	14,005	610,770	0,04985	32,120	564,645	578,650	0,19839
15	289	596,070	15,006	611,075	0,05332	32,206	563,864	578,870	0,18660
16	290	595,374	16,006	611,380	0,05678	32,293	563,081	579,087	0,17551
17	291	594,678	17,007	611,685	0,06022	32,380	562,298	579,305	0,16521
18	292	593,982	18,008	611,990	0,06365	32,468	561,514	579,522	0,15550
19	293	593,286	19,009	612,295	0,06708	32,556	560,730	579,739	0,14652
20	294	592,590	20,010	612,600	0,07049	32,644	559,946	579,956	0,13809
21	295	591,893	21,012	612,905	0,07389	32,732	559,161	580,173	0,13020
22	296	591,197	22,013	613,210	0,07728	32,821	558,376	580,389	0,12251
23	297	590,501	23,014	613,515	0,08065	32,910	557,591	580,605	0,11562
24	298	589,804	24,016	613,820	0,08402	33,000	556,804	580,820	0,10942

Température centigrade	t	r (calories)	$\int_{274}^{t} C dt$	$r+\int_{274}^{t} C dt$	$\int_{274}^{t} \frac{C}{t} dt$	$\frac{pr}{t\frac{dp}{dt}}$	$r-\frac{pr}{t\frac{dp}{dt}}$	$r+\int_{274}^{t} C dt-\frac{pr}{t\frac{dp}{dt}}$	$\frac{r}{t\frac{dp}{dt}}$
25	299	589,107	25,017	614,125	0,08737	33,090	556,017	581,034	0,10334
26	300	588,411	26,019	614,430	0,09072	33,180	555,231	581,250	0,09768
27	301	587,715	27,020	614,735	0,09405	33,271	554,444	581,464	0,09232
28	302	587,018	28,022	615,040	0,09738	33,362	553,656	581,678	0,08731
29	303	586,321	29,024	615,345	0,10069	33,454	552,867	581,891	0,08262
30	304	585,624	30,026	615,650	0,10399	33,545	552,079	582,105	0,07821
31	305	584,927	31,028	615,955	0,10728	33,637	551,290	582,318	0,07406
32	306	584,230	32,030	616,260	0,11056	33,730	550,500	582,530	0,07017
33	307	583,533	33,033	616,565	0,11383	33,822	549,711	582,744	0,06650
34	308	582,835	34,035	616,870	0,11709	33,915	518,920	582,955	0,06305
35	309	582,138	35,037	617,175	0,12034	34,009	548,129	583,166	0,05980
36	310	581,440	36,040	617,480	0,12358	34,102	547,338	583,378	0,05675
37	311	580,743	37,043	617,785	0,12681	34,195	546,548	583,591	0,05387
38	312	580,045	38,045	618,090	0,13003	34,289	545,756	583,801	0,05115
39	313	579,347	39,048	618,395	0,13324	34,384	544,963	584,011	0,04860
40	314	578,649	40,051	618,700	0,13643	34,478	544,171	584,222	0,04619
41	315	577,951	41,054	619,005	0,13962	34,573	543,378	584,432	0,04391
42	316	577,253	42,058	619,310	0,14280	34,668	542,585	584,643	0,04176
43	317	576,554	43,061	619,615	0,14597	34,763	541,791	584,852	0,03974
44	318	575,856	44,064	619,920	0,14913	34,858	540,998	585,062	0,03782
45	319	575,157	45,068	620,225	0,15229	34,954	540,203	585,271	0,03601
46	320	574,459	46,072	620,530	0,15543	35,049	539,410	585,482	0,03430
47	321	573,760	47,075	620,835	0,15856	35,146	538,614	585,689	0,03268
48	322	573,061	48,079	621,140	0,16168	35,241	537,820	585,899	0,03115
49	323	572,362	49,083	621,445	0,16479	35,337	537,025	586,108	0,02971
50	324	571,663	50,088	621,750	0,16790	35,434	536,229	586,316	0,02834
51	325	570,963	51,092	622,055	0,17099	35,530	535,433	586,525	0,02704
52	326	570,264	52,096	622,360	0,17408	35,627	534,637	586,733	0,02581
53	327	569,564	53,101	622,665	0,17716	35,723	533,841	586,942	0,02464
54	328	568,865	54,105	622,970	0,18022	35,820	533,045	587,150	0,02354
55	329	568,165	55,110	623,275	0,18328	35,917	532,248	587,358	0,02249
56	330	567,465	56,115	623,580	0,18633	36,014	531,451	587,566	0,02149
57	331	566,765	57,121	623,885	0,18937	36,111	530,654	587,774	0,02055
58	332	566,064	58,126	624,190	0,19241	36,208	529,856	587,982	0,01965
59	333	565,364	59,131	624,495	0,19543	36,305	529,059	588,190	0,01880

Température centigrade	t	r (calories)	$\int_{274}^{t} C dt$	$r+\int_{274}^{t} C dt$	$\int_{274}^{t} \frac{C}{t} dt$	$\frac{pr}{t\frac{dp}{dt}}$	$r-\frac{pr}{t\frac{dp}{dt}}$	$r+\int_{274}^{t} C dt-\frac{pr}{t\frac{dp}{dt}}$	$\frac{r}{t\frac{dp}{dt}}$
60	334	564,663	60,137	624,800	0,19845	36,402	528,261	588,398	0,01800
61	335	563,963	61,143	625,105	0,20145	36,499	527,464	588,606	0,01723
62	336	563,262	62,148	625,110	0,20445	36,596	526,666	588,814	0,01650
63	337	562,561	63,154	625,715	0,20744	36,693	525,868	589,022	0,01580
64	338	561,860	64,161	626,020	0,21042	36,790	525,070	589,230	0,01514
65	339	561,158	65,167	626,325	0,21339	36,887	524,271	589,438	0,01451
66	340	560,457	66,173	626,630	0,21636	36,983	523,474	589,647	0,01392
67	341	559,755	67,180	626,935	0,21932	37,079	522,676	589,856	0,01335
68	342	559,053	68,187	627,240	0,22226	37,176	521,877	590,064	0,01280
69	343	558,351	69,194	627,545	0,22520	37,272	521,079	590,273	0,01229
70	344	557,649	70,201	627,850	0,22814	37,369	520,280	590,481	0,01179
71	345	556,947	71,208	628,155	0,23106	37,465	519,482	590,690	0,01132
72	346	556,244	72,216	628,460	0,23398	37,560	518,684	590,900	0,01087
73	347	555,542	73,223	628,765	0,23688	37,655	517,887	591,110	0,01045
74	348	554,839	74,231	629,070	0,23978	37,751	517,088	591,319	0,01004
75	349	554,136	75,239	629,375	0,24268	37,847	516,289	591,528	0,00965
76	350	553,433	76,247	629,680	0,24556	37,941	515,492	591,739	0,00928
77	351	552,730	77,256	629,985	0,24844	38,036	514,694	591,949	0,00892
78	352	552,026	78,264	630,290	0,25131	38,130	513,896	592,160	0,00858
79	353	551,322	79,273	630,595	0,25417	38,223	513,099	592,372	0,00826
80	354	550,618	80,282	630,900	0,25702	38,317	512,301	592,583	0,00795
81	355	549,914	81,291	631,205	0,25987	38,409	511,505	592,796	0,00765
82	356	549,210	82,300	631,510	0,26271	38,502	510,708	593,008	0,00737
83	357	548,506	83,309	631,815	0,26554	38,595	509,911	593,220	0,00710
84	358	547,801	84,319	632,120	0,26836	38,686	509,115	593,434	0,00684
85	359	547,096	85,329	632,425	0,27118	38,777	508,319	593,648	0,00660
86	360	546,391	86,339	632,730	0,27399	38,868	507,523	593,862	0,00635
87	361	545,686	87,349	633,035	0,27679	38,958	506,728	594,077	0,00612
88	362	544,981	88,359	633,340	0,27959	39,047	505,934	594,293	0,00590
89	363	544,285	89,370	633,645	0,28237	39,136	505,149	594,509	0,00569
90	364	543,569	90,381	633,950	0,28516	39,224	504,345	594,726	0,00549
91	365	542,863	91,392	634,255	0,28793	39,311	503,552	594,944	0,00530
92	366	542,157	92,403	634,560	0,29070	39,399	502,758	595,161	0,00511
93	367	541,451	93,414	634,865	0,29346	39,484	501,967	595,381	0,00494
94	368	540,744	94,426	635,170	0,29624	39,569	501,175	595,601	0,00477

Température centigrade	t	r (calories)	$\int_{274}^{t} C dt$	$r+\int_{274}^{t} C dt$	$\int_{274}^{t} \frac{C}{t} dt$	$\frac{pr}{t\frac{dp}{dt}}$	$r-\frac{pr}{t\frac{dp}{dt}}$	$r+\int_{274}^{t} C dt-\frac{pr}{t\frac{dp}{dt}}$	$\frac{r}{t\frac{dp}{dt}}$
95	369	540,038	95,438	635,475	0,29895	39,654	500,384	595,821	0,00460
96	370	539,330	96,450	635,780	0,30196	39,738	499,592	596,042	0,00445
97	371	538,623	97,462	636,085	0,30442	39,830	498,793	596,255	0,00430
98	372	537,916	98,474	636,390	0,30715	39,903	498,013	596,487	0,00415
99	373	537,208	99,487	636,695	0,30987	39,984	497,224	596,711	0,00401
100	374	536,500	100,500	637,000	0,31258	40,098	496,402	596,902	0,003881
101	375	535,792	101,513	637,305	0,31529	40,183	495,609	597,122	0,003753
102	376	535,086	102,526	637,610	0,31798	40,270	494,816	597,340	0,003630
103	377	534,375	103,540	637,915	0,32068	40,355	494,020	597,560	0,003511
104	378	533,666	104,554	638,220	0,32336	40,439	193,227	597,781	0,003398
105	379	532,957	105,568	638,525	0,32604	10,524	492,433	598,001	0,003288
106	380	532,248	106,582	638,830	0,32871	40,608	491,640	598,222	0,003183
107	381	531,539	107,596	639,135	0,33138	40,692	490,847	598,443	0,003082
108	382	530,829	108,611	639,440	0,33404	40,775	190,054	598,665	0,002984
109	383	530,119	109,626	639,745	0,33669	40,858	489,261	598,887	0,002891
110	384	529,409	110,641	640,050	0,33934	40,942	488,467	599,108	0,002800
111	385	528,698	111,657	640,355	0,34198	41,023	487,775	599,332	0,002713
112	386	527,988	112,672	640,660	0,34462	41,106	486,882	599,554	0,002629
113	387	527,277	113,688	640,965	0,34724	41,188	486,089	599,777	0,002549
114	388	526,566	114,704	641,270	0,34987	41,270	485,296	600,000	0,002471
115	389	525,854	115,721	641,575	0,35248	41,350	484,504	600,225	0,002396
116	390	525,143	116,737	641,880	0,35509	41,431	483,712	600,449	0,002324
117	391	524,431	117,754	642,185	0,35770	41,512	482,919	600,673	0,002254
118	392	523,719	118,771	642,490	0,36029	41,592	482,127	600,898	0,002187
119	393	523,006	119,789	642,795	0,36289	41,673	481,333	601,122	0,002122
120	394	522,294	120,806	643,100	0,36547	41,751	480,543	601,449	0,002059
121	395	521,581	121,824	643,405	0,36805	41,831	479,750	601,574	0,001999
122	396	520,868	122,842	643,710	0,37063	41,910	478,958	601,800	0,001941
123	397	520,154	123,861	644,015	0,37320	41,988	478,166	602,027	0,001884
124	398	519,441	124,880	644,320	0,37576	42,067	477,374	602,253	0,001830
125	399	518,727	125,898	644,625	0,37831	42,145	476,582	602,480	0,001778
126	100	518,013	126,918	644,930	0,38087	42,222	475,791	602,708	0,001726
127	401	517,298	127,937	645,235	0,38341	42,300	474,998	602,935	0,001678
128	402	516,583	128,957	645,540	0,38595	42,376	474,207	603,164	0,001631
129	403	515,868	129,977	645,845	0,38849	42,453	473,415	603,392	0,001585

Température centigrade	t	r (calories)	$\int_{274}^{t} C dt$	$r + \int_{274}^{t} C dt$	$\int_{274}^{t} \frac{C}{t} dt$	$\frac{pr}{t\frac{dp}{dt}}$	$r - \frac{pr}{t\frac{dp}{dt}}$	$r + \int_{274}^{t} C dt - \frac{pr}{t\frac{dp}{dt}}$	$\frac{r}{t\frac{dp}{dt}}$
130	404	515,153	130,997	646,150	0,39101	42,529	472,624	603,621	0,001541
131	405	514,437	132,018	646,455	0,39354	42,605	471,832	603,850	0,001498
132	406	513,722	133,038	646,760	0,39605	42,680	471,042	604,080	0,001457
133	407	513,006	134,060	647,065	0,39857	42,756	470,250	604,209	0,001417
134	408	512,289	135,081	647,370	0,40107	42,831	469,458	604,539	0,001378
135	409	511,572	136,103	647,675	0,40357	42,905	468,667	604,770	0,001341
136	410	510,856	137,125	647,980	0,40607	42,980	467,876	605,000	0,001305
137	411	510,139	138,147	648,285	0,40856	43,053	467,086	605,232	0,001270
138	412	509,421	139,169	648,590	0,41105	43,126	466,294	605,464	0,001236
139	413	508,703	140,192	648,895	0,41352	43,199	465,504	605,696	0,001203
140	414	507,985	141,215	649,200	0,41600	43,272	464,713	605,928	0,001171
141	415	507,267	142,239	649,505	0,41847	43,345	463,922	606,160	0,001140
142	416	506,548	143,262	649,810	0,42093	43,417	463,131	606,393	0,001111
143	417	505,829	144,286	650,115	0,42339	43,489	462,340	606,626	0,001082
144	418	505,110	145,311	650,420	0,42584	43,561	461,549	606,859	0,001054
145	419	504,390	146,335	650,725	0,42829	43,632	460,758	607,093	0,001027
146	420	503,670	147,360	651,030	0,43073	43,702	459,968	607,328	0,001001
147	421	502,950	148,385	651,335	0,43317	43,773	459,177	607,562	0,000975
148	422	502,230	149,411	651,640	0,43561	43,843	458,387	607,797	0,000950
149	423	501,509	150,436	651,945	0,43803	43,913	457,596	608,032	0,000927
150	424	500,788	151,462	652,250	0,44046	43,982	456,806	608,268	0,000903
151	425	500,066	152,489	652,555	0,44287	44,052	456,014	608,503	0,000881
152	426	499,344	153,516	652,860	0,44529	44,120	455,224	608,740	0,000859
153	427	498,622	154,543	653,165	0,44769	44,188	454,443	608,977	0,000838
154	428	497,900	155,570	653,470	0,45010	44,257	453,643	609,213	0,000817
155	429	497,177	156,598	653,775	0,45250	44,325	452,852	609,450	0,000797
156	430	496,454	157,626	654,080	0,45489	44,392	452,062	609,688	0,000778
157	431	495,731	158,654	654,385	0,45728	44,459	451,272	609,926	0,000759
158	432	495,008	159,683	654,690	0,45966	44,526	450,482	610,164	0,000741
159	433	494,284	160,712	654,995	0,46204	44,592	449,692	610,403	0,000723
160	434	493,559	161,741	655,300	0,46442	44,658	448,901	610,642	0,000706
161	435	492,835	162,770	655,605	0,46679	44,724	448,111	610,881	0,000689
162	436	492,110	163,800	655,910	0,46915	44,789	447,321	611,121	0,000673
163	437	491,384	164,831	656,215	0,47151	44,854	446,530	611,361	0,000657
164	438	490,659	165,861	656,520	0,47387	44,919	445,740	611,601	0,000642

Température centigrade	t	r (calories)	$\int_{274}^{t} C dt$	$r + \int_{274}^{t} C dt$	$\int_{274}^{t} \frac{C}{t} dt$	$\frac{pr}{t \frac{dp}{dt}}$	$r - \frac{pr}{t \frac{dp}{dt}}$	$r + \int_{274}^{t} C dt - \frac{pr}{t \frac{dp}{dt}}$	$\frac{r}{t \frac{dp}{dt}}$
165	439	489,933	166,892	656,825	0,47622	44,983	444,950	611,842	0,000627
166	440	489,207	167,923	657,130	0,47856	45,048	444,159	612,082	0,000613
167	441	488,480	168,955	657,435	0,48091	45,112	443,368	612,323	0,000599
168	442	487,753	169,987	657,740	0,48324	45,175	442,578	612,565	0,000585
169	443	487,026	171,019	658,045	0,48558	45,239	441,787	612,806	0,000572
170	444	486,298	172,052	658,350	0,48790	45,301	440,937	613,049	0,000559
171	445	485,570	173,085	658,655	0,49023	45,363	440,207	613,292	0,000546
172	446	484,842	174,118	658,960	0,49255	45,425	439,417	613,535	0,000534
173	447	484,113	175,152	659,265	0,49486	45,487	438,626	613,778	0,000522
174	448	483,384	176,186	659,570	0,49717	45,548	437,836	614,022	0,000511
175	449	482,655	177,220	659,875	0,49948	45,609	437,046	614,266	0,000499
176	450	481,925	178,255	660,180	0,50178	45,670	436,255	614,510	0,000488
177	451	481,195	179,290	660,485	0,50408	45,731	435,464	614,754	0,000478
178	452	480,464	180,326	660,790	0,50637	45,791	434,673	614,999	0,000467
179	453	479,734	181,361	661,095	0,50866	45,851	433,883	615,244	0,000457
180	454	479,002	182,398	661,400	0,51095	45,911	433,091	615,489	0,000447
181	455	478,271	183,434	661,705	0,51323	45,970	432,301	615,735	0,000438
182	456	477,539	184,471	662,010	0,51550	46,029	431,510	615,981	0,000429
183	457	476,807	185,508	662,315	0,51778	46,088	430,719	616,227	0,000419
184	458	476,074	186,546	662,620	0,52004	46,145	429,929	616,476	0,000411
185	459	475,341	187,584	662,925	0,52231	46,203	429,138	616,722	0,000402
186	460	474,608	188,622	663,230	0,52457	46,261	428,347	616,969	0,000394
187	461	473,874	189,661	663,535	0,52682	46,318	427,556	617,217	0,000385
188	462	473,140	190,700	663,840	0,52908	46,375	426,765	617,465	0,000377
189	463	472,405	191,740	664,145	0,53132	46,431	425,974	617,714	0,000370
190	464	471,670	192,780	664,450	0,53357	46,488	425,182	617,962	0,000362
191	465	470,935	193,820	664,755	0,53581	46,544	424,391	618,211	0,000355
192	466	470,199	194,861	665,060	0,53804	46,600	423,599	618,460	0,000348
193	467	469,463	195,902	665,365	0,54027	46,655	422,808	618,710	0,000341
194	468	468,727	196,943	665,670	0,54250	46,711	422,016	618,959	0,000334
195	469	467,990	197,985	665,975	0,54472	46,765	421,225	619,210	0,000327
196	470	467,253	199,027	666,280	0,54694	46,819	420,434	619,461	0,000320
197	471	466,515	200,070	666,585	0,54916	46,874	419,641	619,711	0,000314
198	472	465,777	201,113	666,890	0,55137	46,928	418,849	619,962	0,000308
199	473	465,039	202,156	667,195	0,55358	46,981	418,058	620,714	0,000302

Température centigrade	t	r (calories)	$\int_{274}^{t} C dt$	$r + \int_{274}^{t} C dt$	$\int_{274}^{t} \frac{C}{t} dt$	$\frac{pr}{t \frac{dp}{dt}}$	$r - \frac{pr}{t \frac{dp}{dt}}$	$r + \int_{274}^{t} C dt - \frac{pr}{t \frac{dp}{dt}}$	$\frac{r}{t \frac{dp}{dt}}$
200	474	464,300	203,200	667,500	0,55579	47,034	417,266	620,466	0,000296
201	475	463,561	204,241	667,805	0,55799	47,086	416,475	620,719	0,000290
202	476	162,821	205,289	668,110	0,56018	47,139	415,682	620,971	0,000285
203	477	462,081	206,334	668,415	0,56238	47,191	414,890	621,224	0,000279
204	478	161,341	207,379	668,720	0,56456	47,243	414,098	621,477	0,000274
205	479	460,600	208,425	669,025	0,56675	47,295	413,305	621,730	0,000268
206	480	159,859	209,471	669,330	0,56893	47,345	412,514	621,985	0,000263
207	481	459,117	210,518	669,635	0,57111	47,397	411,720	622,238	0,000258
208	482	158,375	211,565	669,940	0,57329	47,447	410,928	622,493	0,000254
209	483	457,633	212,612	670,245	0,57546	47,497	410,136	622,748	0,000249
210	484	456,890	213,660	670,550	0,57762	47,548	409,345	623,002	0,000244
211	185	456,147	214,709	670,855	0,57979	47,598	408,549	623,257	0,000240
212	486	455,403	215,757	671,160	0,58195	17,646	407,757	623,474	0,000235
213	487	454,659	216,806	671,465	0,58410	47,696	406,963	623,769	0,000231
214	488	453,914	217,856	671,770	0,58626	47,745	406,169	624,025	0,000227
215	489	453,169	218,906	672,075	0,58841	47,794	405,375	624,281	0,000222
216	490	452,424	219,956	672,380	0,59055	47,842	404,582	624,538	0,000218
217	491	451,678	221,007	672,685	0,59269	47,890	403,788	624,795	0,000214
218	492	450,932	222,059	672,990	0,59483	47,937	402,995	625,053	0,000211
219	493	450,185	223,110	673,295	0,59697	47,983	402,202	625,312	0,000207
220	494	449,438	224,162	673,600	0,59910	48,032	401,406	625,568	0,000203
221	495	448,690	225,215	673,905	0,60123	48,078	400,612	625,827	0,000200
222	496	447,942	226,268	674,210	0,60335	48,124	399,818	626,086	0,000196
223	497	447,194	227,321	674,515	0,60548	48,170	399,024	626,345	0,000193
224	498	446,445	228,375	674,820	0,60759	48,215	398,230	626,605	0,000189
225	499	445,695	229,430	675,125	0,60971	48,261	397,434	626,864	0,000186
226	500	444,946	230,484	675,430	0,61182	48,307	396,639	627,123	0,000183
227	501	444,195	231,540	675,735	0,61393	48,351	395,844	627,384	0,000179
228	502	443,445	232,595	676,040	0,61603	48,395	395,050	627,645	0,000176
229	503	442,694	233,652	676,345	0,61814	48,440	394,254	627,905	0,000173
230	504	441,942	234,708	676,650	0,62024	48,484	393,458	628,166	0,000170
231	505	441,190	235,765	676,955	6,62233	48,528	392,662	628,427	0,000168
232	506	440,437	236,823	677,260	0,62442	48,571	391,866	628,689	0,000165
233	507	439,684	237,881	677,565	0,62651	48,613	391,071	628,952	0,000162
234	508	438,931	238,939	677,870	0,62860	48,656	390,275	629,214	0,000159

Température centigrade	t	r (calories)	$\int_{274}^{t} C dt$	$r + \int_{274}^{t} C dt$	$\int_{274}^{t} \frac{C}{t} dt$	$\frac{pr}{t \frac{dp}{dt}}$	$r - \frac{pr}{t \frac{dp}{dt}}$	$r + \int_{274}^{t} C dt - \frac{pr}{t \frac{dp}{dt}}$	$\frac{r}{t \frac{dp}{dt}}$
235	509	438,177	239,998	678,175	0,63068	48,699	389,478	629,476	0,000157
236	510	437,423	241,057	678,480	0,63276	48,740	388,683	629,740	0,000154
237	511	436,668	242,117	678,785	0,63483	48,783	387,885	630,002	0,000151
238	512	435,913	243,177	679,090	0,63691	48,824	387,089	630,266	0,000149
239	513	435,157	244,238	679,395	0,63898	48,866	386,291	630,529	0,000146
240	514	434,401	245,299	679,700	0,64101	48,906	385,595	630,794	0,000144
241	515	433,644	246,361	680,005	0,64311	48,946	384,698	631,059	0,000142
242	516	432,887	247,423	680,310	0,64517	48,987	383,900	631,323	0,000139
243	517	432,129	248,486	680,615	0,64722	49,027	383,102	631,588	0,000137
244	518	431,371	249,549	680,920	0,64928	49,067	382,304	631,853	0,000135
245	519	430,613	250,612	681,225	0,65133	49,106	381,507	632,119	0,000133
246	520	429,854	251,676	681,530	0,65338	49,145	380,709	632,385	0,000131
247	521	429,094	252,741	681,835	0,65542	49,184	379,910	632,651	0,000129
248	522	428,331	253,806	682,140	0,65747	49,222	379,112	632,918	0,000127
249	523	427,574	254,871	682,445	0,65951	49,260	378,314	633,175	0,000125
250	524	426,813	255,938	682,751	0,66154	49,298	377,515	633,452	0,000123

Notes.

Renseignements historiques sur la découverte de la Thermodynamique.

La Thermodynamique toute entière repose sur deux principes: le principe de l'équivalence de la chaleur et du travail mécanique, et le principe qui détermine la loi de la conversion de l'une dans l'autre, dans des circonstances données. Le premier, quoique entrevu depuis la fin du siècle passé par plusieurs savants, n'a été formulé nettement qu'en 1842 par Jules-Robert Mayer, de Heilbronn. Le second principe, dont la découverte a précédé celle du premier, est dû à Sadi Carnot qui l'énonça, en 1824, dans un écrit aussi petit de volume que riche d'idées originales et ingénieuses, où se trouvent exposées les méthodes de raisonnement dont la nouvelle science fait sans cesse usage.

C'est à ces deux hommes que sont dus les fondements d'une théorie qui finira par ramener la physique, la chimie et même la physiologie aux lois de la mécanique, et qui sera le plus beau titre scientifique de notre époque.

Cependant, le public ne connaît presque rien de la vie de ces deux modestes savants. Ayant pu recueillir, à cet égard, quelques détails biographiques, nous nous sommes décidé à les publier ici, persuadé qu'ils seront lus avec intérêt.

Note I.

Sadi Carnot.[1])

I.

„Sadi Carnot (Nicolas Léonard) naquit le 1er juin 1796 au palais du Luxembourg que son père habitait comme membre du Directoire exécutif."

„Le Général Carnot avait eu, avant lui, deux fils, morts tous deux en très-bas âge. Il en eut un plus tard, en 1801, Hippolyte Carnot, aujourd'hui Député de Paris."

„„L'usage n'était plus alors de prendre ses prénoms dans le catalogue de l'Église, mais dans „l'histoire des anciennes républiques: c'étaient les „Lycurgue, les Gracchus, les Brutus. Le Général „Carnot n'aimait pas ces démonstrations: il choisit „pour son enfant le nom d'un sage de l'Orient, qui

1) Cette notice a paru d'abord dans les *Atti dell' Accademia delle scienze di Torino*, Vol. IV. La partie qui concerne la vie de Sadi Carnot nous a été communiquée obligeamment par son neveu, M. Sadi Carnot, ingénieur des ponts et chaussées à Annecy.

„n'a laissé que de belles poésies et des préceptes „de morale: il l'appela *Sadi.*" [1])

„D'une complexion délicate, Sadi Carnot raffermit sa santé par les exercices du corps dans lesquels il excellait. Il passa les premières années de son enfance à St.-Omer où, durant la proscription qui frappa le Directeur après le 18 fructidor, avait dû se réfugier sa mère, fille de Jacques Dupont, ancien directeur des établissements militaires de l'Ost-Frise, qui avait reçu en 1792 une pension de l'Etat à titre de *récompense nationale.*"

„Lorsque, sous le Consulat, Carnot put rentrer en France et fut nommé Ministre de la guerre, il emmenait souvent son fils à la Malmaison où il allait travailler avec Bonaparte. La femme du Premier Consul, qui fut plus tard l'Impératrice Joséphine, avait pris le jeune Sadi en grande affection, et le demandait parfois à sa mère pour des matinées entières."

„Carnot dirigeait lui-même l'éducation de ses enfants, et il n'envoya son fils aîné suivre les cours du Lycée Charlemagne que pour le préparer aux examens de l'École polytechnique. Il avait reconnu en lui, de très-bonne heure, un goût décidé et une aptitude spéciale pour les sciences exactes, et il le dirigea dans cette voie, sans négliger de développer son intelligence par l'étude des sciences na-

1) *Mémoires sur Carnot par son fils,* t. II, p. 88.

turelles, l'exercice pratique des langues vivantes et la lecture des meilleurs classiques latins."

„Sadi Carnot entra à l'École polytechnique en septembre 1812, à l'âge de seize ans. L'année suivante, il sortit le 1[er] dans l'artillerie; mais, trouvé trop jeune et trop délicat, il resta une année de plus à l'École d'où il sortit dans le Génie, en l'année 1814. Il y était encore au moment de l'attaque de Paris par les alliés, et fit ses premières armes avec ses camarades, près de la porte de Vincennes avant d'aller rejoindre son père qui défendait encore Anvers contre les forces anglaises et prussiennes et ne remit la place que le 3 mai à un commissaire du nouveau Gouvernement."

„Il avait eu pour camarades à l'École le Général Duvivier, tué à Paris en juin 1848, M. Chasles, aujourd'hui membre de l'Académie des Sciences, M. Robelin qui a publié une notice nécrologique sur lui dans la *Revue encyclopédique* en août 1832." 1)

„A l'Ecole de Metz, en 1814 et 1815, Sadi Carnot rédigea plusieurs Mémoires scientifiques qui le firent distinguer; mais, sous le gouvernement des Bourbons, son nom et ses opinions politiques devaient le faire tenir à l'écart, malgré la bienveillance qu'il nè cessa de rencontrer auprès de ses chefs, dans le corps du Génie, et on l'envoya de garnison en garnison, et souvent dans de petites

1) Tom. LV, p. 528.

forteresses, où il ne trouvait dans son service que des travaux purement matériels.“

„Il s'ennuya du métier et, lorsque le corps de l'Etat-major fut formé en 1819, les officiers de toutes armes étant autorisés à s'y présenter, il alla à Paris subir les examens et fut admis le second comme lieutenant dans ce nouveau Corps. Il n'y trouva pas l'emploi de son intelligence et s'occupa de travaux entièrement étrangers au métier. En 1824 il publia ses *Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance,* sans prendre d'autre titre que celui d'*ancien élève de l'Ecole polytechnique.* M. Girard, de l'Institut, rendit compte de cet ouvrage à l'Académie des Sciences et dans la *Revue encyclopédique* en juillet 1824. Il devait être suivi de plusieurs autres qui sont restés à l'état d'ébauche.“

„Lorsqu'en 1826 une ordonnance royale fit rentrer dans la Ligne les lieutenants d'État-major, Sadi Carnot fut rappelé dans le Corps du Génie par ses anciens chefs et y rentra avec le grade de capitaine. Mais en 1828, lassé du métier et désireux de se vouer plus librement à ses études favorites, il donna sa démission.“

„Son esprit ne se confinait pas dans la culture des sciences mathématiques et de leurs applications. Dédaigneux, à sa sortie de l'École, des études philosophiques, il s'adonna plus tard, avec une remarquable pénétration, aux sciences économiques.“

„Dès l'année 1821 son père disait devant lui:

„„Lorsque de vrais mathématiciens s'adonneront à „l'économie politique et y appliqueront la méthode „expérimentale, il se créera une science nouvelle, „une science qui n'aura besoin que d'être échauffée „par l'amour de l'humanité pour transformer le „gouvernement des États.‟‟ Il avait reconnu en lui plusieurs des qualités propres à former l'économiste.‟

„Sadi Carnot avait un sentiment très-développé des arts et, comme beaucoup de mathématiciens, il était passionné musicien. Le choix de ses lectures indique le caractère de son goût littéraire: Pascal et Molière ne quittaient pas sa table; il les savait presque par cœur.‟

„Son esprit, d'ailleurs, était également ouvert à toutes les branches des connaissances. Il fréquentait avec la même assiduité le Musée du Louvre et la Bibliothèque royale, le Jardin des plantes et le Conservatoire des arts et métiers.‟

„Il visitait fréquemment les usines afin de s'initier aux procédés de la fabrication, et donna souvent des avis utiles à M. Clément Desormes, professeur au Conservatoire, chimiste et industriel.‟

„Il était très-réservé, sauvage même. Pourtant, quand il consentait à aller dans le monde, on ne tardait pas à le remarquer pour l'originalité de sa conversation et, en petit comité, il se montrait plein d'esprit et de gaîté.‟

„Ses opinions politiques étaient hautement républicaines. Il s'attacha à développer l'enseignement

populaire, et fut un des fondateurs de l'Association polytechnique formée par d'anciens élèves de l'École. Il manifesta nettement ses tendances en 1830 dans les réunions populaires, mais sans chercher jamais à fixer sur lui l'attention publique. Voyant les espérances de la démocratie ajournées, il se confina de nouveau dans son cabinet d'étude et dans son laboratoire, et se mit particulièrement à étudier les propriétés physiques des gaz."

„Surpris au milieu d'un travail excessif, vers la fin de juin 1832, par une fièvre scarlatine qui dégénéra en fièvre cérébrale et l'affaiblit beaucoup, Sadi Carnot succomba en quelques heures à une attaque de choléra le 24 août, emportant avec lui les résultats de savantes recherches, et laissant, avec ses *Réflexions sur la puissance motrice du feu*, quelques travaux inachevés qui sont restés inédits."

II.

La seule production scientifique que nous possédions de Sadi Carnot date de l'année 1824; elle est intitulée: *Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance.*

Ce petit ouvrage a été le point de départ des travaux qui ont constitué la Thermodynamique dans son état actuel. Dans ses 118 pages sont renfermées les idées qui forment le noyau de cette nouvelle science.

Depuis longtemps on a dit que dans le monde physique, comme dans le monde intellectuel, tout est soumis à la loi de continuité; que nous nous traînons, pour ainsi dire, d'une vérité à la vérité voisine. Cependant l'ouvrage que nous nous proposons d'analyser paraît faire exception à cette règle. En effet tout y est original et l'on ne trouve dans les écrits antérieurs aucune trace des conceptions qu'il contient. C'est à ce titre qu'il mérite plus particulièrement de fixer notre attention.

L'auteur y envisage la production du travail mécanique, au moyen de la chaleur, d'une manière indépendante d'aucun mécanisme, d'aucun agent particulier. Ses raisonnements sont applicables, non-seulement aux machines à vapeur, à air, etc., mais à toute machine thermique imaginable, quelle que soit la substance mise en œuvre et quelle que soit la manière dont on agit sur elle.

Il commence par faire remarquer que la production du travail mécanique, au moyen de la chaleur, est toujours accompagnée du passage de la chaleur même, d'un corps, où la température est plus élevée, à un autre corps où elle est plus basse.

Dans toute machine mise en mouvement par la chaleur, on a, en effet, d'une part une source de chaleur et de l'autre un réfrigérant et, entre les deux, un corps qui, mis tour à tour en contact avec l'une et avec l'autre, produit, par ses

alternatives de dilatations et de contractions, le travail dont on a besoin.

Il est naturel de s'adresser ici cette question: le travail produit par la chaleur dépend-il de la substance intermédiaire, choisie comme sujet d'action de la chaleur?

Sadi Carnot, en s'appuyant sur l'impossibilité du mouvement perpétuel, démontre *que le travail produit est indépendant de la nature de l'agent intermédiaire, et que sa quantité est fixée uniquement par les températures des corps entre lesquels se fait en dernier résultat le transport de la chaleur.*

On comprend toute l'importance de cette proposition. Si son effet se bornait à faire abandonner certains projets chimériques, qui aboutissent à vouloir retirer de la chaleur plus de travail mécanique qu'elle n'en peut fournir, ce serait déjà un grand service rendu aux inventeurs et comme un phare destiné à éclairer l'écueil.

Mais pour obtenir le plus grand travail possible entre deux températures données, il est nécessaire de remplir une condition, et cette condition est: qu'il ne se produise, dans les corps employés à réaliser le travail mécanique de la chaleur, aucun changement de température qui ne soit dû à un changement de volume. Réciproquement, toutes les fois que cette condition sera remplie, le maximum de travail sera atteint.

Dans la construction des machines thermiques, on ne devra jamais perdre de vue ce principe; car

il en est la base fondamentale. Si l'on ne peut pas l'observer rigoureusement, il faut du moins s'en écarter le moins possible.

Tout changement de température qui n'est pas dû à un changement de volume, est nécessairement dû au passage direct de la chaleur d'un corps plus ou moins échauffé à un corps plus froid. Ce passage a lieu principalement au contact de corps de températures diverses: aussi, un pareil contact doit-il être évité autant que possible. Il ne peut pas être évité complétement, sans doute, mais il faut du moins faire en sorte que les corps mis en contact les uns avec les autres diffèrent peu entre eux de température.

L'auteur fait voir de quelle manière, avec des enveloppes, supposées imperméables à la chaleur, on réussirait à construire des machines qui pourraient satisfaire exactement à cette condition fondamentale.

Après avoir établi sa proposition, Sadi Carnot entreprend de déterminer quel est le travail maximum qui peut être produit par une certaine quantité de chaleur, passant d'une source à un réfrigérant dont les températures sont déterminées. Ici les données physiques nécessaires lui ont fait défaut, et il n'a pu qu'établir la proposition: que le passage de la chaleur d'une température à une autre plus basse, ou la *chute* de la chaleur, comme il l'appelle, produit plus de travail dans les degrés inférieurs que dans les degrés supérieurs.

Ainsi, une quantité donnée de chaleur développera plus de travail en passant d'un corps maintenu à 1° à un autre maintenu à 0°, que si ces deux corps eussent été à 101° et 100°.

Il a entrevu, en outre, que le travail produit est proportionnel à la différence de température entre la source de chaleur et le réfrigérant; mais il n'a pu formuler nettement, avec les seules données expérimentales qu'on possédait de son temps, la loi suivant laquelle varie le travail de la chaleur dans les différents degrés de l'échelle thermométrique.

Aujourd'hui nous savons *que le travail produit est directement proportionnel à la chute de la chaleur et inversement proportionnel à la température* **absolue** ou à la température évaluée à partir du *zéro absolu*, point de la privation totale de chaleur, qui a été fixé, d'après des données expérimentales et des déductions théoriques, à 274 degrés au-dessous de la température de la glace fondante.

Tel est le théorème qu'on appelle ordinairement *second principe* de la Thermodynamique ou *principe de Carnot*, parce que c'est lui qui a montré le chemin pour y arriver. C'est ce théorème qui a servi, entre les mains de MM. Clausius, William Thomson, Rankine et autres, conjointement avec le *principe de l'équivalence* ou *principe de Mayer*, à élever l'édifice de la nouvelle doctrine de la chaleur qui est venue modifier profondément toutes les théories de la physique.

A l'époque où Sadi Carnot s'occupait de ses recherches tout le monde acceptait, et lui avec les autres, l'hypothèse de la matérialité et, par conséquent, de l'indestructibilité de la chaleur, bien qu'il exprime, dans plusieurs endroits de son livre, un doute marqué sur son exactitude. D'après cette hypothèse, la production du travail lui parut due, non à une consommation réelle de la chaleur, mais à son transport d'un corps chaud sur un corps froid, à sa *chute,* comme il s'exprime, d'une température plus élevée à une température plus basse. Ainsi, il supposa que la chaleur empruntée à la source plus chaude est versée intégralement dans le réfrigérant; que, par exemple, dans une machine à vapeur, la vapeur d'eau rend, en devenant liquide, au condenseur toute la chaleur qu'elle a reçue du combustible à travers les parois de la chaudière.

Or, cela est en contradiction avec le principe de Mayer, car le travail ne peut être produit qu'aux dépens d'une certaine quantité de chaleur qui doit disparaître pendant l'opération. En effet, on a reconnu depuis que la vapeur apporte au condenseur moins de chaleur qu'elle n'en prend à la chaudière, et que la chaleur consommée à l'intérieur de la machine est proportionnelle au travail effectif de la vapeur.

Heureusement la proposition de Carnot, bien qu'établie dans l'hypothèse erronée de la matérialité de la chaleur, n'en est pas moins vraie. Une

très-légère modification dans la forme de la démonstration de Carnot suffit pour la rendre acceptable dans la théorie actuelle de la chaleur, comme l'ont fait voir presque en même temps M. Clausius en Allemagne et M. W. Thomson en Angleterre.

Au lieu d'en faire dépendre la démonstration de l'impossibilité du mouvement perpétuel, M. Clausius s'appuie sur le principe suivant: *La chaleur ne peut passer d'elle-même d'un corps plus froid dans un corps plus chaud.*

M. W. Thomson fonde sa démonstration sur l'axiome suivant, qui n'est pas moins évident: *Il est impossible, au moyen d'agents matériels inanimés, de tirer aucun effet mécanique d'une substance quelconque, en abaissant sa température au-dessous de la température des corps qui sont les plus froids, parmi tous ceux qui environnent cette substance.*

Ces deux axiomes, l'un physique, l'autre mécanique, quoique différents dans la forme, sont, au fond, la conséquence l'un de l'autre.

Ainsi la chaîne des raisonnements de Sadi Carnot, un moment rompue, a pu être facilement renouée, et son théorème, mis d'accord avec le principe de Mayer, est devenu l'une des deux colonnes qui supportent tout l'édifice de la théorie mécanique de la chaleur.

Sadi Carnot, en appliquant sa méthode de raisonnement à la recherche de certaines propriétés des gaz permanents, est parvenu à plusieurs théorèmes dont voici l'énoncé:

1°. *Lorsqu'un gaz passe, sans changer de température, d'un volume et d'une pression déterminés, à un autre volume et à une autre pression également déterminés, la quantité de chaleur absorbée ou abandonnée est toujours la même, quelle que soit la nature du gaz choisi comme sujet d'expérience.*

2°. *La différence entre la chaleur spécifique sous pression constante, et la chaleur spécifique sous volume constant, est la même pour tous les gaz.*

3°. *Lorsqu'un gaz varie de volume sans changer de température, les quantités de chaleur absorbées ou dégagées par ce gaz sont en progression arithmétique, si les accroissements ou réductions de volume sont en progression géométrique.*

Ces théorèmes ont trouvé depuis leur vérification dans l'expérience directe. Aujourd'hui il se déduisent sans peine de la considération que le travail intérieur est à peu près nul dans les gaz permanents.

L'ouvrage de Sadi Carnot est terminé par l'examen des divers moyens proposés pour utiliser la puissance motrice de la chaleur. Cette partie de l'ouvrage est encore aujourd'hui de toute actualité, et mériterait d'être étudiée par bien des ingénieurs et des constructeurs qui ne se font pas toujours des idées très-justes sur la manière d'agir des machines thermiques. Ils y verraient que dans l'organisation de toute machine thermique, quel que soit le fluide employé, il ne faut jamais perdre de vue les trois principes suivants:

1°. La température du fluide doit être portée d'abord au degré le plus élevé possible, afin d'obtenir une grande chute de chaleur, et par suite une grande production de travail mécanique.

2°. Par la même raison le refroidissement doit être porté aussi loin que possible.

3°. Il faut faire en sorte que le passage du fluide élastique de la température la plus élevée à la température la plus basse soit dû à l'extension de volume, c'est-à-dire, que le refroidissement du fluide arrive spontanément par l'effet de la raréfaction.

D'après cela, l'avantage des machines dites à haute pression, réside essentiellement dans la faculté de rendre utile une plus grande chute de chaleur. Mais pour tirer de ces machines le plus grand avantage, il faut employer la vapeur sous des pressions successives, très-différentes les unes des autres, et progressivement décroissantes.

Les réflexions que fait Sadi Carnot sur l'emploi des gaz permanents et des vapeurs, autres que celle de l'eau, pour le développement du travail par la chaleur, peuvent dissiper nombre d'illusions qu'on se fait à cet égard.

L'importance des vérités découvertes par Sadi Carnot ne fut pas assez appréciée de ses contemporains. La cause de cette indifférence est peut-être dans le peu de développements dans lesquels il est entré, et surtout dans la nouveauté et l'originalité de ses vues.

C'est ordinairement le sort de ceux qui précèdent leur siècle de ne pas être compris et de passer inaperçus. La renommée ne s'attache le plus souvent qu'aux écrivains qui savent exprimer le mieux les idées de leur temps.

Ce qui doit soutenir dans leurs veilles studieuses ces modestes pionniers de l'intelligence, laissés dans l'oubli par leurs contemporains, c'est la pensée qu'ils obtiendront justice de la postérité. Tâchons, pour notre part, que cet espoir ne soit pas déçu et, en honorant les morts, encourageons les vivants.

Dans son exposition, Sadi Carnot, voulant éviter l'emploi de l'analyse mathématique, a été obligé d'avoir recours à des raisonnements fort délicats et difficiles à saisir. Nous croyons qu'on manque souvent le but en évitant l'usage de la langue algébrique, pour se rendre accessible à un plus grand nombre de personnes; car cette langue admirable fixe l'attention sans la fatiguer et fortifie la pensée. Parmi les exemples que nous pourrions citer à l'appui de cette assertion, aucun n'est peut-être plus décisif que celui que nous offre la célèbre *Exposition du Système du monde* de Laplace. Malgré la noble simplicité, la parfaite propriété d'expression avec lesquelles cet ouvrage est écrit, fort peu de personnes sont en état de le comprendre.

En 1839, Clapeyron donna, dans le *Journal de l'Ecole polytechnique*, une traduction analytique de l'ouvrage de Carnot, en faisant usage d'une méthode

de représentation graphique qui a été adoptée, après lui, par presque tous les auteurs; mais cela n'a pas suffi pour attirer sur ce sujet l'attention du public savant.

Les idées de SADI CARNOT ne portèrent leurs fruits que vers le milieu de notre siècle, quand le principe de l'équivalence, ou de Mayer, vint le compléter.

En 1849, M. William THOMSON, dans un *Compte rendu de la Théorie de la puissance motrice de la chaleur de* SADI CARNOT[1]), après avoir donné un résumé de cette théorie, signala les difficultés qui résultent pour elle du principe de l'équivalence. Un an plus tard il revint sur cette question, et en prenant pour point de départ les deux principes de Mayer et de Carnot, donna sa *Théorie dynamique de la chaleur.*[2])

Presque en même temps MM. CLAUSIUS et RANKINE publiaient de leur côté, l'un dans les *Annales de Poggendorff*[3]), l'autre dans les *Transactions de la Société d'Edimbourg*[4]), leurs recherches aboutissant à des résultats analogues.

Cette simultanéité dans la découverte des théories qui constituent la Thermodynamique dans son état actuel, offre un nouvel exemple d'un fait qui

1) *„An Account of Carnot's Theory of the Motive Power of Heat."* *Trans. Roy. Soc. Edinb.* v. XVI.

2) *Trans. Roy. Soc. Edinb.* v. XX.

3) Vol. LXXIX, 1850.

4) Vol. XX.

n'est pas rare dans l'histoire des sciences. Toutes les fois que nos connaissances sont arrivées à un certain point, que les temps sont mûrs, le même pas peut être fait simultanément par plusieurs personnes, à l'insu les unes des autres.

Le principe de Carnot est beaucoup moins vulgarisé que celui de Mayer. Il est des ouvrages consacrés à l'exposition populaire de la Thermodynamique, où il n'en est pas même fait mention. Cependant ce principe joue un rôle aussi important que le principe de Mayer. Sans lui une théorie rationnelle des machines à vapeur, et en général des machines thermiques, serait impossible. Une foule de résultats importants ont été obtenus par son application. Nous pouvons citer comme exemples: la détermination des densités des vapeurs saturées; la détermination de la quantité de vapeur qui se précipite quand une vapeur saturée se dilate dans une enveloppe imperméable à la chaleur; la détermination du travail intérieur d'un liquide dans l'acte de la vaporisation; le changement du point de fusion des solides produit par le changement de la pression qu'ils supportent.

Une chose digne de remarque c'est le rapport que les *Réflexions sur la puissance motrice du feu* de Sadi Carnot ont avec les considérations renfermées dans un petit ouvrage de son illustre père, le Général Carnot, publié en 1783, sous le titre d'*Essai sur les machines en général*. Ce que le père

a fait pour la mécanique ordinaire, le fils l'a fait pour la mécanique de la chaleur.

De même que le père montre qu'on doit, dans les machines, éviter, à tout prix, les changements brusques de vitesse; de même le fils montre que dans une machine thermique il faut éviter, autant que possible, le contact entre des corps de température différente.

Comme le Général Carnot fait voir qu'une machine ne peut rien ajouter au travail moteur et que le mouvement perpétuel est une absurdité, ainsi Sadi Carnot démontre qu'entre deux températures données, le travail qu'on peut retirer d'une quantité donnée de chaleur est toujours le même, quel que soit l'agent mis en œuvre pour le réaliser, et que l'espoir d'augmenter le travail recueilli en employant un agent, un mécanisme, plutôt qu'un autre, est une chimère.

Le mérite principal de Sadi Carnot, et celui qui le recommande le plus à la postérité, c'est d'avoir transporté dans la science de la chaleur les principes de la mécanique; c'est d'avoir créé la logique de la nouvelle doctrine de la chaleur. C'est à lui que nous devons l'idée de ces cycles d'opérations qui, prenant un corps dans un état déterminé, le font passer à un état différent, en suivant un certain chemin, et le ramènent par une autre voie à son état primitif. C'est dans son ouvrage qu'on trouve l'application à des questions de physique de la méthode de réduction à l'absurde dont les anciens

faisaient usage pour démontrer les vérités abstraites de la Géométrie.

Dès que le principe de l'équivalence fut découvert, on n'eut qu'à l'introduire dans les formes de raisonnement employées par lui, pour en faire sortir la Thermodynamique.

Ce qui a manqué à Sadi Carnot, c'est ce principe de l'équivalence. S'il avait rejeté l'hypothèse de la matérialité de la chaleur, il serait sans doute allé beaucoup plus loin dans ses découvertes. C'est un exemple instructif des dangers inhérents aux hypothèses. Elles peuvent être utiles dans certains cas, mais il ne faut jamais s'en rendre esclave, ni leur attribuer une existence effective. Un attachement superstitieux à des aperçus théoriques en opposition avec les faits est, comme le dit Sir John Herschel, *le fléau des sciences.*[1])

Les expériences du Comte de Rumford qui avait tiré des mêmes matériaux, par le frottement, des quantités indéfinies de chaleur, les expériences de Sir Humphry Davy qui avait produit la fusion de deux morceaux de glace, par le simple frottement, dans une atmosphère à une température inférieure à zéro, auraient dû ouvrir les yeux aux savants; mais il est si difficile de sortir de l'ornière où l'on s'est engagé, que même les esprits d'élite res-

---

1) „A bigoted adherence to hypotheses, or indeed to peculiar „views of any kind, in opposition to the tenor of facts as they arise, „is the bane of all philosophy." *A preliminary discourse on the study of natural philosophy* by J. F. W. Herschel.

semblent quelquefois en cela aux moutons de Panurge. Malgré ces expériences qui datent de la fin du XVIIIme siècle, il a fallu plus de 50 ans pour se défaire de la théorie de la matérialité de la chaleur, et aujourd'hui même elle n'est pas complétement bannie des écoles.

Les auteurs qui ont tracé l'historique des travaux sur lesquels est fondée la Thermodynamique n'ont pas assez rendu justice à Sadi Carnot. Ils ont beaucoup trop insisté sur l'erreur dont la démonstration qu'il a donnée de son théorème est entachée, et pas assez sur l'exactitude et la portée de ce même théorème. Puisse cette exquisse rapide redresser l'opinion publique sur le mérite d'un savant dont les découvertes, indépendamment de leur valeur propre, ont ouvert un si vaste champ aux investigations de la science!

Note II.

JULES-ROBERT MAYER.

Il y a peu de vérités nouvelles qui ne soient mal reçues à leur apparition. L'homme est ainsi fait que, quand il a adopté une opinion, soit par suite du raisonnement, soit sur l'autorité d'autrui, ce qui est le cas le plus ordinaire, il lui en coûte de procéder à un nouvel examen et de changer ses croyances.

A l'annonce d'une vérité nouvelle, il arrive d'ordinaire qu'on commence par la nier et par traiter de visionnaire, sinon de fou, celui qui la dévoile. Cependant, d'autres personnes s'occupent de la même question, et peu à peu la nouvelle notion finit par se faire accepter par la majorité des esprits. Alors, il arrive qu'avec une souveraine injustice, on conteste le droit de priorité à celui qui l'a découverte et que l'on met en avant une foule d'autres noms, comme ayant un droit égal, sinon plus grand, à la découverte.

C'est ce qui est arrivé au savant dont nous allons parler.

I.

Jules-Robert Mayer naquit le 25 novembre 1814 à Heilbronn, petite ville du royaume de Wurtemberg. Son père, pharmacien dans la même ville, y jouissait d'une réputation méritée de capacité et d'honnêteté.

Dès son jeune âge, le fils montrait un esprit réfléchi. C'est dans les moulins de son pays natal, sur les rives du Neckar, où il passait ordinairement ses heures de récréation, que le jeune Mayer commença à méditer sur la question délicate des forces. Il nous a appris lui-même qu'à l'âge de 9 à 10 ans, il lui vint à l'esprit qu'on aurait pu, avec avantage, faire marcher les plus grands moulins avec une toute petite roue hydraulique, au moyen d'une vis sans fin pour multiplier la force, et d'un système de roues dentées pour rétablir la vitesse. Mais il se convainquit bientôt, par l'observation des choses qui l'entouraient, aussi bien que par la lecture d'un manuel de physique à l'usage de la jeunesse[1]), que son père lui avait donné pour étrennes, que *l'on perd en temps ce que l'on gagne en force*, et que, par conséquent, le mouvement perpétuel est une absurdité.

Les impressions de notre jeunesse se gravent dans l'esprit, s'y enracinent, y prennent de l'importance, et, malgré nous, toutes les observations

1) *Poppe's physikalischer Jugendfreund. Wien, 1815.*

que nous faisons ensuite viennent se grouper autour de celles-là. Les germes déposés dans notre esprit, pendant l'âge tendre, ont ordinairement une grande influence sur nos idées durant le cours de la vie.

Les réflexions que le jeune Mayer dut faire, dans cette circonstance, pour redresser l'erreur dans laquelle il était tombé, ont exercé une influence permanente sur sa manière de penser, et ont préparé son esprit à la découverte capitale qu'il a eu la gloire de faire plus tard.

On présente ordinairement l'impossibilité du mouvement perpétuel comme une conséquence des principes fondamentaux de la Mécanique. Mais on peut y voir aussi un principe primitif et évident de lui-même, qui n'exprime au fond que ceci: qu'on ne peut ni créer ni détruire la force. Nous donnons ici au mot *force* l'acception vulgaire de capacité de travail, acception dont les savants auraient mieux fait, à notre avis, de ne pas se départir.

Ce principe de l'impossibilité du mouvement perpétuel appliqué à la transformation réciproque de la force vive et du travail mécanique, peut fournir une base rationnelle à la science de l'équilibre et du mouvement. Le même principe, appliqué aux transformations incessantes entre les diverses forces naturelles, aux phénomènes moléculaires et chimiques, peut donner aux sciences naturelles un fondement rationnel, qui les rattache

à la mécanique, et, par la mécanique, à la géométrie.

M. Helmholtz, dans deux mémoires célèbres, sur la conservation de la force[1]), nous a donné un exemple lumineux de ce mode de raisonnement.

C'est une méthode parfaitement sûre qui a l'avantage d'être dégagée de toutes les hypothèses auxquelles on est forcé d'avoir recours pour se représenter les causes qui opèrent dans chaque ordre de phénomènes et qui échapperont toujours à l'observation.

La chimie a été renouvelée le jour où, ayant admis comme un principe inébranlable que les éléments de la matière conservent leur poids au milieu des modifications diverses qu'ils peuvent subir, l'on ne se contenta plus de considérer le côté qualitatif des phénomènes, mais on voulut les mesurer avec la balance. Nous croyons de même que la physique sera renouvelée par la conception moderne de l'indestructibilité de la force et de ses transformations réciproques, par équivalents, dans les divers agents de la nature.

Mais revenons au jeune Mayer. A cause de sa prédilection pour les sciences physiques, ses parents qui ne négligeaient rien pour qu'il reçût une bonne éducation, le destinèrent à la médecine, pour laquelle il trouva une espèce de préparation

1) *Die Erhaltung der Kraft*. Berlin, 1847. — *Die Wechselwirkung der Naturkräfte*. Königsb. 1854. Ces deux mémoires ont été traduits dernièrement en français par M. Louis Pérard. Paris, 1869.

dans la pharmacie de son père. De 1832 à 1837, il étudia à l'Université de Tubingue, où il se lia d'amitié avec Guillaume Griesinger qui est devenu ensuite l'un des médecins les plus célèbres de l'Allemagne et mourut, en 1868, Professeur à Berlin. Après avoir passé ses examens, il continua encore ses études à Munich et ensuite à Paris.

En février 1840, le Dr. Mayer mit à exécution un projet qu'il avait formé dès sa jeunesse. Il s'embarqua à Rotterdam, comme médecin, à bord d'un bâtiment qui partait pour les Indes orientales.

Son capitaine qui avait commencé sa carrière comme simple matelot, n'était guère sociable; de sorte que lé jeune Docteur, n'ayant pas occasion de se distraire, consacra toutes ses longues heures de loisir à l'étude des sciences. Il étudia surtout avec zèle le manuel de physiologie de Müller, qu'on peut regarder comme le point de départ du puissant essor que cette science a pris dans notre siècle.

C'est pendant ce voyage de 11 mois que M. Mayer fit sa mémorable découverte. Voici par quel accident, comme il nous le raconte lui-même, ses idées se tournèrent vers ce sujet.

„Pendant l'été de 1840, ayant eu à saigner, à l'île de Java, des Européens récemment arrivés, je remarquai que le sang tiré de la veine du bras présentait, presque sans exception, une coloration d'un rouge extraordinairement vif.

„Ce phénomène attira toute mon attention. Prenant mon point de départ dans la théorie de Lavoisier, suivant laquelle la chaleur animale est le résultat d'un procédé de combustion, je regardai le double changement de couleur que le sang subit dans les vaisseaux capillaires de la petite et de la grande circulation comme une indication sensible et visible, comme le reflet, pour ainsi dire, de l'oxydation qui se fait dans le sang. Pour que la température du corps humain se maintienne constante, la chaleur qui se produit dans le corps même doit avoir un certain rapport quantitatif avec la chaleur perdue, et par suite avec la température du milieu. Il faut donc que la chaleur produite et le procédé d'oxydation, ainsi que la différence de couleur entre les deux espèces de sang soient moindres dans les climats chauds que dans les climats froids.“ [1])

---

1) *Die Mechanik der Wärme in gesammelten Schriften.* Stuttgart, 1867, pag. 249.

Il n'est peut-être pas inutile d'entrer à ce sujet dans quelques explications, en faveur surtout des personnes complétement étrangères aux études physiologiques.

Les vaisseaux sanguins sont de trois ordres, savoir:

1°. Les *artères* qui servent à porter le sang du cœur dans toutes les parties du corps;

2°. Les *veines* qui rapportent ce liquide de toutes les parties du corps dans le cœur;

3°. Les *vaisseaux capillaires* qui établissent la communication entre les extrémités des artères et des veines. Ces vaisseaux capillaires sont de deux sortes: les uns, servant à la combustion des aliments, sont placés dans toutes les parties du corps; les autres, servant à la respiration, font partie des poumons.

Les méditations que M. Mayer fit sur cette observation le conduisirent à la découverte du principe de l'équivalence de la chaleur et du travail mécanique.

Tous ces vaisseaux sanguins forment un cercle complet dans lequel le sang se meut, par l'action du cœur, pour revenir sans cesse à son premier point de départ.

Poussé par le cœur, le sang, d'un rouge éclatant et chargé d'oxygène et de principes nutritifs, parcourt les artères et arrive dans les vaisseaux capillaires intermédiaires entre les dernières ramifications des artères et des veines. Là, et dans les tissus, l'oxygène dissous dans le sang artériel, en qui en provient, se combine avec le carbone et l'hydrogène des aliments, et donne origine à la chaleur animale. L'acide carbonique qui se forme reste ou entre en dissolution dans le sang veineux, et lui communique sa teinte foncée.

Le sang veineux est conduit au cœur à travers les veines, avec les produits de la digestion qu'il reçoit en chemin. De là, le sang est projeté, par la contraction du cœur, dans le système capillaire des poumons où, venant en contact avec l'air atmosphérique, il se débarrasse d'une partie de son acide carbonique, absorbe de l'oxygène et reprend la couleur rouge caractéristique du sang artériel. Des poumons, le sang est rapporté au cœur qui le chasse de nouveau dans les artères, et lui fait recommencer le trajet qu'il a déjà parcouru. La circulation qui se fait dans l'appareil respiratoire est appelée *petite circulation;* et celle qui se fait dans le reste du corps, *grande circulation* Dans la petite circulation, le sang passe du rouge noirâtre au rouge éclatant, en traversant les vaisseaux capillaires des poumons, pendant qu'il perd de l'acide carbonique et absorbe l'oxygène de l'air atmosphérique. Dans la grande circulation, le sang passe du rouge brillant au rouge noirâtre, dans les vaisseaux capillaires de l'ensemble du corps, pendant que le carbone et l'hydrogène des aliments se combinent avec l'oxygène.

D'après cela, le corps humain peut être comparé à une machine à vapeur: les éléments de la nourriture, élaborés préalablement dans l'appareil digestif, sont la houille; les vaisseaux capillaires de l'ensemble du corps et les tissus sont le foyer où s'opère la combustion. L'oxygène nécessaire à la combustion est puisé dans l'atmosphère,

Dans ce temps là, en 1840, c'était encore une question de savoir, si l'organisme des animaux à sang chaud n'était pas capable de produire, par ce qu'on appelait *la force vitale,* plus de chaleur qu'il n'en résulte par le procédé chimique de l'oxydation des aliments. M. Mayer n'hésita pas à soutenir que non-seulement la chaleur consommée à entretenir constante la température du corps, mais aussi la chaleur consommée en travail méca-

à travers l'organe respiratoire qui sert aussi à écouler l'acide carbonique formé pendant la combustion.

La différence de couleur entre le sang artériel et le sang veineux étant due à la présence de l'oxygène dans celui-là et à la présence de l'acide carbonique dans celui-ci, il doit exister un rapport entre la différence de couleur des deux espèces de sang et la quantité de combustible brûlée, et, par suite, entre la différence de couleur et la quantité de chaleur produite dans l'organisme.

Or, l'observation a démontré que la température interne du corps humain est à peu près constante, et égale à 37°, quelle que soit la température extérieure. Si donc la température extérieure vient à baisser, il faut qu'immédiatement il se produise plus de chaleur pour maintenir la température du corps constante, c'est-à-dire, qu'il faut qu'une plus grande quantité de combustible soit brûlée, dans un temps donné. Si, au contraire, la température extérieure s'élève, il faut que la quantité de combustible brûlée, dans un temps donné, soit moindre.

Si la combustion est augmentée, il se produit plus d'acide carbonique et le sang veineux acquiert une teinte plus foncée. Si, au contraire, la combustion est diminuée, le sang veineux acquiert une teinte plus éclatante.

Par conséquent la couleur du sang veineux doit varier suivant la température externe. Le sang veineux des habitants de la zone glaciale doit être plus noir que le sang veineux des habitants de la zone torride. Même sans sortir de nos latitudes, pendant l'hiver, le sang veineux doit être plus noir que pendant l'été.

Cela explique pourquoi M. Mayer a trouvé que le sang veineux est d'un rouge beaucoup plus brillant à Java qu'en Europe.

nique développé à l'extérieur, ne sont que le résultat de la combustion des aliments, et formula la conclusion que *l'existence d'un rapport invariable entre la chaleur et le travail mécanique est un postulat de la théorie de la combustion physiologique.*

En effet, „si, en changeant seulement la construction de l'appareil mécanique à l'aide duquel l'homme peut produire de la chaleur, il était possible d'obtenir, avec le même travail et sans aucune variation dans la combustion, des quantités différentes de chaleur, alors, avec une même consommation de matière, il serait possible de produire des quantités variables de chaleur, ce qui serait contraire au principe fondamental de la théorie de la combustion physiologique, suivant lequel la quantité de chaleur produite par la combustion d'une matière donnée est invariable, quelles que soient les circonstances qui accompagnent la combustion.“ [1])

M. Mayer revint en Europe, au commencement de l'année 1841, avec la conviction que le mouvement et la chaleur peuvent se transformer l'un dans l'autre, dans un rapport constant et numériquement déterminable.

Dans le printemps de 1842, il publia son premier mémoire, intitulé: *Remarques sur les forces de la nature inanimée.* [2]) Ce premier essai ne rencontra pas un accueil favorable de la part des

1) Ibid. pag. 252.
2) *Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur.*

journaux scientifiques d'alors. Les idées qu'il contenait furent trouvées si étranges qu'on en traita l'auteur de fou.[1])

Bien que cela soit désolant, il n'y a pas à s'en étonner. C'est le sort commun de ceux qui combattent des erreurs établies d'être méconnus et raillés. La vie des inventeurs est semée de beaucoup plus d'épines que de roses. Cependant le jour de la justice arrive!

Heureux ceux qui vivent assez pour voir luire ce jour!

Il se trouva pourtant un homme qui accueillit le mémoire de M. Mayer; ce fut l'illustre chimiste M. Liebig, qui l'inséra dans le 42 vol. des *Annales de Chimie et de Pharmacie* à la pag. 233.

„M. Liebig lui-même signala à peu près à la même époque, dans des termes plus généraux, mais cependant de manière à ne pas s'y méprendre, la connexion existant entre la chaleur et le travail mécanique. Il avança plus spécialement que la chaleur produite mécaniquement par une machine à vapeur doit être attribuée uniquement à l'effet de la combustion, qui ne peut recevoir aucun accroissement par le fait qu'il est d'abord converti en effet mécanique, et puis, d'effet mécanique de nouveau en chaleur.“ [2])

De retour de son voyage maritime dans son

1) Voyez, à ce sujet: *Allgemeine Theorie der Bewegung und Kraft von Friedr. Mohr, Braunschweig, 1869, pag. 82.*

2) *Die Mechanik der Wärme*, pag. 251.

pays natal, M. Mayer y gagna la confiance de ses compatriotes, et il eut bientôt, comme médecin, une clientèle qui s'accrut de jour en jour. La première année de son établissement à Heilbronn (1841), une place de chirurgien départemental *(Oberamtswundarzt)* étant devenue vacante, elle lui fut donnée. L'année suivante, il fonda son bonheur domestique en épousant une femme accomplie sous tous les rapports, et maintenant l'un de ses enfants est étudiant en médecine à l'université de Tubingue.

Le 1 décembre 1867, M. Mayer fut choisi par l'Académie des Sciences de Turin pour être l'un de ses dix associés étrangers; et le 10 janvier 1870, il fut élu membre correspondant de l'Académie des Sciences de Paris.

II.

Quelque simple et naturelle que soit la conception de l'équivalence de la chaleur et du travail mécanique, il a fallu à l'esprit humain des milliers d'années d'observations et de méditations pour y parvenir. Ce n'est que vers la fin du siècle passé que l'on commence à voir poindre cette idée, mais encore enveloppée de nuages.

Rumford s'aperçut bien, dès 1798, que le mouvement, en disparaissant, produit de la chaleur, et l'on peut même déduire la valeur de l'équivalent de la chaleur des résultats de ses expériences. Mais

il ne lui vint pas à l'esprit de regarder la chaleur et le travail mécanique comme deux choses pouvant se convertir réciproquement l'une dans l'autre.

En 1839, M. Marc Seguin, neveu du célèbre Montgolfier, duquel il dit tenir ses idées touchant la chaleur, publia un ouvrage intitulé: *De l'influence des chemins de fer et de l'art de les tracer et de les construire.* Dans ce livre, plus spécialement consacré à l'économie politique qu'à la physique, M. Seguin a présenté sur la machine à vapeur des considérations qui l'ont conduit bien près du principe de l'équivalence de la chaleur et du travail, mais qu'il n'a pas poursuivies jusqu'au bout. A la page 383, il dit que „la force mécanique qui apparaît pendant l'abaissement de température d'un gaz comme de tout autre corps qui se dilate, est la mesure et la représentation de cette diminution de chaleur.“ Cela n'est exact que pour les corps dont le travail intérieur est si petit qu'il peut être considéré comme nul. Or, dans la vapeur d'eau, que M. Seguin prend pour calculer l'équivalent mécanique de la chaleur, le travail nécessaire pour vaincre la cohésion des molécules est fort grand et ne peut être en aucune manière négligé. Nous avons fait voir ailleurs[1]) que dans l'acte de la vaporisation de l'eau, sous la pression atmosphérique, le 7,5 pour cent seulement de la chaleur totale se transforme en travail extérieur,

1) Chap. IX, Question 16.

et le reste, c'est-à-dire 92,5 pour cent, est employé en travail intérieur.

Toutes ces vues, quelque heureuses qu'elles soient, ne peuvent, ni être mises sur la même ligne qu'une découverte précise et bien définie, ni diminuer le mérite de la découverte.

M. Mayer doit être considéré comme celui qui, d'une manière indépendante, et par lui seul, a découvert le principe de l'équivalence, principe qui a de nos jours produit le plus grand progrès dans les sciences naturelles. Son premier écrit intitulé: *Remarques sur les forces de la nature inanimée*[1]), publié, en 1842, dans les *Annales de Liebig*, contient simplement l'indication de la marche à suivre pour déterminer l'équivalent mécanique de la chaleur. La convertibilité et l'indestructibilité de la force y sont énoncées, et l'auteur fait appel à l'équivalent de la chaleur, pour mieux faire saisir ces deux principes. La détermination qu'on y trouve de l'équivalent déduite des propriétés des gaz, est parfaitement exacte quant au principe, mais le résultat numérique s'écarte de la vérité, à cause des valeurs inexactes du coefficient de dilatation et de la chaleur spécifique de l'air, qui avaient alors cours dans la science. En faisant usage des résultats obtenus postérieurement par

1) *Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur. Annalen der Chemie und Pharmacie von Wöhler und Liebig, 1842, Bd. XLII, Maiheft, p. 233 u. folg.*

M. Regnault, la méthode de M. Mayer conduit à la valeur de 426 kilogrammètres.

Ce premier essai fut suivi, en 1845, d'un second mémoire sur *Le mouvement organique dans sa dépendance de l'échange de la matière*[1]), qui contient les applications physiologiques du nouveau principe, et qui montre que M. Mayer comprenait la portée de sa découverte et savait en tirer parti.

En 1848, il publia un mémoire sur *La mécanique du ciel*[2]), où il développa avec une hardiesse et une sagacité remarquables l'hypothèse que la chaleur et la lumière du soleil sont engendrées par la chute de masses météoriques qui viendraient perdre leur vitesse à la surface du soleil.

Quelle que soit en elle-même la valeur de cette hypothèse, qui fut reproduite plus tard, d'une manière indépendante, par MM. Waterston et W. Thomson, on ne peut lui contester le mérite d'être très-ingénieuse et de mettre en jeu une cause capable, si elle opérait sur une échelle suffisante, de produire réellement l'effet qu'on lui attribue.

Dans le même mémoire, M. Mayer s'occupe de l'effet des marées sur la rotation de la terre, et il y fait voir qu'elles doivent en diminuer la vitesse. Cette diminution, quoique très-faible en elle-même, et quoiqu'elle soit compensée en partie par l'accélération produite par le refroidissement progressif

1) *Die organische Bewegung in ihrem Zusammenhange mit dem Stoffwechsel.* Heilbronn, 1845.

2) *Beiträge zur Dynamik des Himmels.* Heilbronn, 1848.

de la terre, et par la contraction qui en est la conséquence, a cependant pu être constatée dans ces derniers temps. En effet M. Adams, à l'aide de certaines éclipses qui ont été observées il y a un grand nombre de siècles, et dont l'histoire nous a conservé le souvenir, a pu calculer que le ralentissement du mouvement de rotation de la terre est tel que la durée du jour augmente d'une seconde dans l'espace de cent mille ans.

Qu'on nous permette de citer une remarque curieuse de M. Mayer. Un moulin qu'on ferait tourner par l'action de la marée tirerait sa force d'une origine totalement différente qu'un moulin que fait tourner le ruisseau descendant d'une montagne. Le premier produit son effet aux dépens de la rotation de la terre; le second aux dépens de la radiation solaire qui a porté à sa source le ruisseau de la montagne.[1])

On est vraiment frappé d'étonnement en voyant la hauteur à laquelle M. Mayer a su s'élever dans ses spéculations transcendantes sur la dynamique du ciel.

En 1851, dans le but de résumer ses idées au point de vue de la méthode et de la terminologie, M. Mayer publia un écrit intitulé: *Remarques sur l'équivalent mécanique de la chaleur.*[2])

Dans son mémoire sur le mouvement organique,

1) *Die Mechanik der Wärme.* Stuttgart, 1867, pag. 200.
2) *Bemerkungen über das Mechanische Aequivalent der Wärme.* Heilbronn, 1851.

M. Mayer avait déjà donné des indications sur la manière d'interpréter les phénomènes physiologiques. En 1862, il publia, dans les Archives de Médecine de Wunderlich une petite dissertation sur la *fièvre*[1]), qui est un essai d'application des nouveaux principes de la théorie de la chaleur à la résolution de questions de pathologie générale.

Ces divers mémoires, réunis par l'auteur, furent publiés ensemble, en 1867, à Stuttgart, sous le titre de: *Mécanique de la chaleur*.[2])

Il est grandement à désirer qu'on donne une traduction française de cet ouvrage. Elle ne pourrait manquer d'intéresser le lecteur, et le mettrait à même d'apprécier à leur juste valeur les droits incontestables de M. Mayer. M. l'ingénieur H. Berruti en a entrepris une traduction italienne, dont quelques fragments ont paru dans le journal de médecine de Turin.[3])

Les écrits de M. Mayer suffisent pour prouver la part capitale qu'il a eue à la création de la Thermodynamique. C'est lui qui le premier s'est servi du terme *équivalent* de la chaleur; c'est lui qui le premier en a déterminé la valeur numérique, au moyen de données qu'un homme éminemment ingénieux pouvait songer seul à mettre en

---

1) *Ueber das Fieber. Ein iatromechanischer Versuch. (Aus Wunderlich's Archiv der Heilkunde, Jahrgang 1862.)*

2) *Die Mechanik der Wärme in gesammelten Schriften von J. R. Mayer.* Stuttgart, 1867.

3) *Gazetta medica di Torino* 1868—69.

jeu; et sa détermination, quand on fait usage des résultats précis de M. Regnault, offre un accord remarquable avec le chiffre trouvé par d'autres expérimentateurs.

Nous ajouterons à l'énumération des titres scientifiques de M. Mayer l'idée heureuse et, croyons-nous, riche d'avenir, qu'il vient d'émettre tout récemment sur le rôle que les vents alizés jouent dans la Physique du globe. Depuis longtemps on soupçonne que les aurores polaires sont intimement liées au magnétisme terrestre, sans qu'on sache au juste quelle est cette liaison.

Or, voici M. Mayer qui, dans un discours prononcé le 18 octobre 1869 au Congrès des naturalistes et médecins allemands, tenu à Innsbruck, émet l'opinion que la cause de ces phénomènes, restée jusqu'ici mystérieuse, est la rupture constante de l'équilibre électrique à la surface de la terre produite par le frottement des vents alizés.[1]) „La région la plus inférieure des vents alizés se „charge, par son frottement sur la surface de la „mer, d'une électricité opposée à celle qui s'accu-„mule dans l'eau; cet air, échauffé par le soleil, „puis pressé par l'air plus froid qui arrive en des-„sous de lui, s'élève vers les régions supérieures de „l'atmosphère, et s'écoule ensuite vers les pôles, „où il produit le phénomène brillant de la lumière

---

1) V. *Revue des Cours scientifiques;* 7me année, No. 8, 22 janvier 1870.

„polaire, dû à la tension électrique qu'il a acquise. „Il faut bien remarquer maintenant que, grâce à „l'état physique de la surface terrestre, l'activité „électro-motrice de l'hémisphère sud est, en géné-„ral, plus considérable que celle de l'hémisphère „nord, d'où résulte une rupture constante de l'équi-„libre électrique, non-seulement sur les deux hé-„misphères, entre les pôles et l'équateur, mais en-„core entre le pôle nord et le pôle sud. C'est ce „trouble constant de l'équilibre qui détermine la „direction de l'aiguille aimantée."

Cette idée nous paraît destinée à modifier d'une manière heureuse l'explication des aurores polaires qu'a donnée M. A. de la Rive.

Pendant que M. Mayer, sans stimulant extérieur, et tout en exerçant sa profession à Heilbronn, se livrait à ses méditations sur la corrélation des forces naturelles, un autre savant, M. James Prescott Joule, de Manchester, était conduit par ses belles recherches, indépendantes de celles de M. Mayer, à déterminer l'équivalent mécanique de la chaleur. M. Joule, abandonnant le champ des hypothèses, ne marche qu'éclairé par le flambeau de l'expérience directe.

Le 21 août 1843, M. Joule fit une communication à l'Association britannique, alors réunie a Cork, et, dans la troisième partie de son mémoire[1]), il décrivit une série d'expériences sur l'électro-

1) *Phil. Mag.*, 1843, vol. XXIII, pag. 435.

magnétisme, exécutées en vue de déterminer *la valeur mécanique de la chaleur.* En 1844, M. Joule déduisit de quelques expériences sur la compression de l'air l'équivalent de la chaleur. Avec une constance rare, il poursuivit ses expériences en les variant de mille manières. Il détermina l'élévation de température que l'agitation produit dans l'eau, dans le mercure, dans l'huile de baleine. Il fit rouler l'un sur l'autre deux disques de fonte, et mesura la chaleur que le frottement produit. Il força l'eau à passer par des tubes capillaires et mesura la chaleur engendrée. M. Joule, d'après toutes ces expériences, a été conduit à adopter

772 pieds-livres, ou 423,5 kilogrammètres,

pour la valeur exacte de l'équivalent de la chaleur.

Il s'est trouvé des personnes qui ont cherché à rabaisser M. Mayer pour exalter M. Joule. Pour nous, il est constant que M. Mayer a trouvé le premier l'équivalent de la chaleur, et que M. Joule l'a trouvé également de son côté, sans rien emprunter de son émule, et lui a donné une base expérimentale inébranlable. Ces deux savants sont arrivés à la même découverte, par des chemins différents, et chacun avec le tour d'esprit de sa nation: l'un, fidèle aux tendances spéculatives de l'Allemagne, de prémisses chétives fait surgir de larges et puissantes conclusions; l'autre, plus positif, cherche avant tout à établir solidement les faits en appelant à son secours l'expérience directe. Ils se complètent réciproquement, et la

gloire de l'un ne reçoit aucune atteinte de celle de l'autre.

Nous finirons, en répétant les paroles de M. Tyndall qui a été l'un des premiers à rendre justice à M. Mayer, tout en mettant bien haut les titres de M. Joule. „L'historien futur de la science ne fera pas naître, je l'espère du moins, d'antagonisme entre ces deux hommes. A tous deux leur réputation est faite, et elle ne s'affaiblira pas de longtemps, tant est grande la gloire qu'ils ont conquise, non-seulement en établissant la théorie mécanique de la chaleur, mais en ouvrant la voie à une plus juste appréciation des énergies générales de l'univers." [1])

„Dans le firmament de la science, ils sont une étoile double, la lumière de chacun étant, dans un certain sens, complémentaire de celle de l'autre." [2])

1) Tyndall. *La chaleur considérée comme un mode de mouvement. Traduction de M. Moigno. Paris, 1864, pag. 72.* Cet admirable ouvrage nous a été fort utile pour la rédaction de la seconde partie de cette notice.

2) *Phil. Mag. v. XXVI, 1863, pag. 67.*

Liste
des principaux ouvrages qui ont été publiés

sur

la Thermodynamique.

CARNOT (Sadi). — *Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance.* Paris, 1824.

CLAPEYRON (Benoît-Pierre-Émile). — *Mémoire sur la puissance motrice de la chaleur* (*Journal de l'Ecole Polytechnique*, 23e cahier, 1834).

MAYER (Jules-Robert). — *Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur* (*Annalen der Chemie und Pharmacie* de *Wöhler* et *Liebig*, vol. XLII, 1842. Traduit en anglais dans le *Philosophical Magazine*, 4e série, vol. 24).

Ce premier mémoire fut suivi de trois autres dont voici le titre:

— *Die organische Bewegung in ihrem Zusammenhange mit dem Stoffwechsel.* Heilbronn, 1845.

— *Beiträge zur Dynamik des Himmels.* Heilbronn, 1848 (Traduit en anglais dans le *Phil. Mag.*, 4e série, vol. 25).

MAYER (Jules-Robert). — *Bemerkungen über das mechanische Aequivalent der Wärme.* Heilbronn, 1851. (Traduit en anglais dans le *Phil. Mag.* 4e série, vol. 25).

Ces mémoires ont été réunis par l'auteur dans un volume, sous le titre:

Die Mechanik der Wärme. Stuttgart, 1867.

COLDING (Louis-Auguste). — *Nogle Sætninger om kræfterne* (*Ac. des sciences de Copenhague*, 1843).

JOULE (James-Prescott). — *On the Calorific Effects of Magneto-Electricity, and on the Mechanical Value of Heat* (Philosophical Magazine, vol. 23, 1843).

Depuis cette première publication, M. Joule a fait de nombreuses expériences pour déterminer l'équivalent de la chaleur, et il en a rendu compte dans différents *Mémoires*, dont nous citerons les suivants:

— *On the Changes of Temperature produced by the Rarefaction and Condensation of Air* (*Phil. Mag.*, May 1845).

— *On the Mechanical Equivalent of Heat* (*Phil. Trans.*, Part. 1., vol. 140, 1850).

— *On some Thermo-dynamic Properties of Solids* (*Phil. Trans.*, vol. 149, 1859).

— *On the Thermal Effects of Compressing Fluids* (*Phil. Trans.*, vol. 149, 1859).

HELMHOLTZ. — (Hermann-Louis-Ferdinand). — *Ueber die Erhaltung der Kraft.* Berlin, 1847 (Traduit en anglais dans les *Scientific Memoirs edited by John Tyndall and William Francis.* London, 1853; traduit en français par Louis Pérard. Paris, 1869).

— *Ueber die Wechselwirkung der Naturkräfte und die*

darauf bezüglichen Ermittelungen der Physik. Königsberg, 1854 (Traduit en anglais dans le *Phil. Mag.*, 4e série, vol. 11; traduit en français par Louis Pérard. Paris, 1869).

CLAUSIUS. — (Rodolphe). — *Ueber die bewegende Kraft der Wärme und die Gesetze, welche sich daraus für die Wärmelehre selbst ableiten lassen.* (*Pogg. Ann.*, Bd. LXXIX, 1850; *Phil. Mag.*, 4e série, vol. 2).

— *Ueber das Verhalten des Dampfes bei der Ausdehnung unter verschiedenen Umständen* (*Pogg. Ann.*, Bd. LXXXII, 1851; *Phil. Mag.*, 4e série, vol. 1).

— *Ueber eine veränderte Form des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie* (*Pogg. Ann.*, Bd. XCIII, 1854; *Phil. Mag.*, 4e série, vol. 12; *Journ. de Liouville*, t. XX).

— *Ueber die Anwendung der mechanischen Wärmetheorie auf die Dampfmaschine* (*Pogg. Ann.*, Bd. XCVII, 1856; *Phil. Mag.*, 4e série, vol. 12; *Silliman American Journ.*, 2e série, vol. 22, 23).

— *Ueber die Anwendung des Satzes von der Aequivalenz der Verwandlungen auf die innere Arbeit* (*Pogg. Ann.*, 1862, Bd. CXVI; *Phil. Mag.*, 4e série, vol. 24; *Journ. de Liouville*, 2e série, t. VII).

Tous ces mémoires, ainsi que plusieurs autres avec des additions, ont été réunis par l'auteur dans un volume publié en 1864 sous ce titre:

— *Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie.* Braunschweig, 1864. (Traduit en anglais par T. Archer Hirst. Londres, 1867; et en français par F. Folie. Paris, 1868).

THOMSON (William). — *An Account of Carnot's Theory of*

the Motive Power of Heat. (*Trans. Roy. Soc. Edin.*, vol. XVI, 1849).

THOMSON (William). — *On the Dynamical Theory of Heat* (*Trans. Roy. Soc. Edin.*, vol. XX, 1851; *Journ. de Liouville*, t. XVII, 1852).

THOMSON and JOULE. — *On the Thermal Effects of Fluids in Motion* (*Phil. Trans.*, vol. 143, 1853).

— Part III. *On the Changes of Temperature experienced by Bodies moving through Air* (*Phil. Trans.*, vol. 150, 1860).

— Part IV. (*Phil. Trans.*, vol. 152, 1862).

RANKINE (William-John-Macquorn). — *On the Mechanical Action of Heat* (*Trans. Roy. Soc. Edin.*, vol. XX, 1850).

— *On the Geometrical Representation of the Expansive Action of Heat, and the Theory of Thermodynamic Engines* (*Phil. Trans.*, vol. 144, 1854).

— *Outlines of the Science of Energetics.* Edinburg, 1855.

— *A Manual of the Steam Engine.* London, 1861.

REECH (F.). — *Théorie générale des effets dynamiques de la chaleur.* Paris, 1854.

— *Machine à air d'un nouveau système déduit d'une comparaison raisonnée des systèmes de M. M. Ericsson et Lemoine.* Paris, 1854.

— *Théorie des machines motrices et des effets mécaniques de la chaleur; leçons faites à la Sorbonne, recueillies et rédigées par M. Emile Leclert.* Paris, 1869.

HIRN (Gustave-Adolphe). — *Recherches sur l'équivalent mécanique de la chaleur.* Paris, 1858.

— *Exposition analytique et expérimentale de la théorie mécanique de la chaleur.* Paris, 1862.

— *Théorie mécanique de la chaleur. Première partie:*

Exposition analytique et expérimentale. Paris, 1865. *Seconde partie: Conséquences philosophiques et métaphysiques de la Thermodynamique. Analyse élémentaire de l'Univers.* Paris, 1868.

TURAZZA (Domenico). — *Teoria dinamica del Calorico.* (*Mem. dell' Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti,* vol. VIII, 1859).

RÉSAL (Amé-Henri). — *Commentaire aux travaux publiés sur la chaleur considérée au point de vue mécanique.* Paris, 1861. (*Annales des mines,* t. XX, 1861).

CANTONI (Giovanni). — *Relazione tra alcune proprietà termiche ed altre proprietà fisiche dei corpi.* Pavia, 1862 — 2da edizione. Pavia, 1868.

ZEUNER (Gustave). — *Grundzüge der Mechanischen Wärmetheorie.* Freiberg, 1860 — 2e édition. Leipzig, 1865—1866. (Traduit en français par Maurice Arnthal et Achille Cazin. Paris, 1869).

VERDET (Marcel-Emile). — *Exposé de la Théorie mécanique de la chaleur, présenté à la société chimique de Paris le 7 et le 21 février 1862.*

— *Théorie mécanique de la chaleur. Tome 1. Paris 1868.*

TYNDALL (John). — *Heat considered as a Mode of Motion.* London, 1863 (Traduit en français par M. l'abbé Moigno. Paris, 1864).

SECCHI (Angelo). — *L'unità delle forze fisiche.* Roma, 1864. (Traduit en français par le Dr. Deleschamps. Paris, 1869).

COMBES (Charles). — *Exposé des principes de la théorie mécanique de la chaleur et de ses applications principales.* Paris, 1867. (Cet ouvrage avait déjà

paru, depuis 1863, dans le *Bulletin de la société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale*).

FERRINI (Rinaldo). — *Saggio di esposizione elementare della Teoria dinamica del calore.* Milano, 1864.

CAZIN (Achille). — *Théorie élémentaire des machines à air chaud.* Paris, 1865.

BALFOUR STEWARD. — *An elementary treatise on heat.* Oxford, 1866.

JACQUIER (Edme). — *Exposition élémentaire de la Théorie mécanique de la chaleur appliquée aux machines.* Paris, 1867.

BERTIN (Pierre-Auguste). — *Rapport sur les progrès de la Thermodynamique en France.* Paris, 1867.

TAIT (Pierre-Guthrie). — *Sketch of Thermodynamics.* Edinburg, 1868.

BRIOT (Charles). — *Théorie mécanique de la chaleur.* Paris, 1869.

DUPRÉ (Athanase). — *Théorie mécanique de la chaleur.* Paris, 1869.

SERPIERI (Alessandro). — *La forza considerata nelle sue principali trasformazioni.* Urbino, 1869.

LABOULAYE (Charles). — *Complément du Dictionnaire des arts et manufactures.* (Divers articles de ce Dictionnaire sont consacrés à des questions de Thermodynamique).

A tous ces ouvrages, il faut ajouter les travaux publiés par M. Regnault. Bien qu'indépendants de la Thermodynamique, ces travaux ont néanmoins fourni les bases expérimentales sur lesquelles cette science a pu s'établir. M. Regnault a rendu, par là, un service inappréciable aux sciences, car les faits restent et les hypothèses passent.

REGNAULT (Henri-Victor). — *Relation des expériences entreprises par ordre etc. pour déterminer les lois et les données physiques nécessaires au calcul des machines à feu.*

Tome I. Paris, 1847 (Ainsi que dans le vol. XXI. des *Mém. de l'Ac.*).

Tome II. Paris, 1862 (Ainsi que dans le vol. XXVI. des *Mém. de l'Ac.*).

Table des Matières.

Chap. IV. Equations fondamentales.

Chap. V. Application des équations générales aux différents corps.

Pages

Chap. VI. Théorie de l'écoulement des fluides.

Chap. VII. Mouvement des projectiles dans les armes à feu.

Chap. VIII. Des machines thermiques considérées théoriquement.

Chap. IX. Applications diverses.

Notes.

Renseignements historiques sur la découverte de la Thermodynamique.

Du même Auteur:

Della fabbricazione della polvere da fuoco. Considerazioni e Proposte. In 8. 61 pag. Torino 1852.

Del moto de' projetti ne' mezzi resistenti. In 4. 105 pag. Torino 1855.

Nuovo projetto e nuova arma da fuoco. In 8. 39 pag. con 1 tavola. Torino 1857.

Del tiro. In 8. 83 pag. con 1 tavola. Torino 1857.

Des effets de la rotation de la terre sur le mouvement des projectiles. In 8. 62 pag. avec 1 planche. Paris 1858.

Études sur la trajectoire que décrivent les projectiles oblongs. 1ère Partie in 8. 36 pag. — 2me Partie in 8. 67 pag. Paris 1859. 1860.

Considérations sur le tir des armes à feu rayées dans leur état actuel. Proposition d'un nouveau système de projectiles et d'armes à feu. In 8. pag. VI. 45. Paris 1860.

Note sur le volume d'une embrasure. In 8. 7 pag. Paris 1860.

Sur l'analyse du Charbon destiné à la fabrication de la poudre. In 8. 16 pag. Paris 1860.

Del nitrato di soda in vece del nitrato di potassa nella polvere da fuoco. In 8. 11 pag. Torino 1860. (Rivista militare, anno IV. Vol. 4.).

Du mouvement des projectiles lancés par les armes à feu rayées. In 8. 56 pag. avec 3 planches. Paris 1861.

Teorema sulla similitudine delle trajettorie descritte dai projetti ne' mezzi resistenti. Applicazioni al tiro delle armi da fuoco. In 8. 20 pag. Pisa 1861.

Théorie du Compresseur à colonne d'eau de MM. Grandis, Grattoni et Sommeiller. In 8. 60 pag. avec 1 planche. Paris 1863.

Sur la mesure des hauteurs à l'aide du baromètre. In 8. 15 pag. Paris 1864.

Barometrical formula resulting from the observations made by Mr. James Glaisher in eight balloon-ascents in 1862. In 8. 8 pag. (Philosophical Magazine for February 1864).

On the measurements of heights by the barometer, and on atmospheric refraction, having regard to the constitution of the atmosphere, resulting from Mr. James Glaisher's observations. In 8. 25 pag. London 1864. (Philosophical Magazine for June 1864).

Intorno alla formola barometrica, ed alla rifrazione atmosferica. In 8. 12 pag. Torino 1866. (Atti dell' accademia delle scienze di Torino. Vol. I. 1865. 1866).

Sulla Saxifraga florulenta, Moretti. In 8. 3 pag. Torino 1866. (Atti dell' accademia delle scienze di Torino. Vol. I. 1865. 1866).

Note sur le travail mécanique dépensé dans la compression et sur le travail restitué par la détente d'un gaz permanent. In 8. 16 pag. Turin 1866. (Atti dell' accademia delle scienze di Torino. Vol. I. 1865. 1866).

Résultats d'expériences faites à diverses hauteurs touchant la durée de combustion de la matière de la poudre. In 8. 15 pag. avec 2 planches. Turin 1866. (Atti dell' accademia delle scienze di Torino. Vol. I. 1865. 1866).

Sul vero significato di una terzina di Dante. In 8. 15 pag. con una tavola. Torino 1866. (Atti dell' accademia delle scienze di Torino. Vol I. 1865. 1866).

Table hypsométrique pour déterminer rapidement, sur place, la différence de niveau de deux stations et pour réduire les indications du baromètre, dans une station, à ce qu' elles seraient dans une autre. In 8. 15 pag. avec un tableau. Turin 1867. (Atti dell' accademia delle scienze di Torino. Vol. II. 1866. 1867).

De la résolution de certaines équations à trois variables par le moyen d'une règle glissante. Caractère auquel on reconnaît qu'une telle résolution est possible. Graduation de la règle. In 4. 12 pag. Turin 1867. (Memorie dell' accademia delle scienze di Torino. Serie II. T. XXV.).

Nouvelles tables hypsométriques. In 4. 19 pag. avec 12 pag. de tables. Turin 1867. (Memorie dell' accademia delle scienze di Torino Serie II. T. XXV.).

Lettre de Mr. le Comte Paul de Saint-Robert au Directeur du Spectateur militaire. In 8. 7 pag. Paris 1867. (Spectateur militaire, livr. du 15. Avril 1867).

Gita al Monte Ciamarella nelle Alpi Graie. In 8. 23 pag. Torino 1867. (Bollettino trimestrale del Club Alpino Italiano. No. 10 e 11).

Tableau graphique donnant à vue l'altitude d'une station au moyen de la seule observation du baromètre et du thermomètre à cette station. In 8. 11 pag. avec 3 planches. Turin 1867. (Atti dell' accademia delle scienze di Torino. Vol. III. 1867. 1868).

Des changements de température produits dans les corps solides de forme prismatique par une traction longitudinale. In 8. 22 pag. Turin 1868. (Atti dell' accademia delle scienze di Torino. Vol. III. 1867. 1868).

Notice biographique sur Sadi Carnot. In 8. 22 pag. Turin 1868. (Atti dell' accademia delle scienze di Torino. Vol. IV. 1868. 1869).

Imprimerie de B. G. Teubner, Leipsic.

